Mecánica 1

Bachillerato universitario

José Alberto Alvarado Lemus
Pablo Valdes Castro
José de Jesús Caro Corrales

UAS

DGEP
Dirección General de Escuelas Preparatorias

DIRECTORIO

Dr. Juan Eulogio Guerra Liera
Rector

MC. Jesús Madueña Molina
Secretario General

MC. Manuel de Jesús Lara Salazar
Secretario de Administración y Finanzas

Dr. Armando Flórez Arco
Director de DGEP

Dr. Armando Bueno Blanco
Subdirector Académico de DGEP

Mtro. Simón Martín Díaz Quiñónez
Subdirector Administrativo de DGEP

Mecánica 1

Bachillerato universitario

José Alberto Alvarado Lemus
Pablo Valdes Castro
José de Jesús Caro Corrales

UAS

Dr. José Alberto Alvarado Lemus
Dr. Pablo Valdés Castro
Dr. José de Jesús Caro Corrales

Mecánica 1

Bachillerato universitario

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio, sin autorización escrita del autor.

Diseño de Portada: Dr. José Alberto Alvarado Lemus
Diseño de interiores: Dr. José Alberto Alvarado Lemus
Revisión Técnica: Dr. José Biviano Varela Nájera

Edición, 2008
Primera reimpresión, 2012
Segunda reimpresión, 2013
Tercera reimpresión, 2014
Cuarta reimpresión, 2015
Quinta reimpresión, 2016
Séptima reimpresión, 2017
Octava reimpresión, 2019

Servicios Editoriales Once Ríos, S.A. de C.V.
Río Usumacinta 821 Col. Industrial Bravo
Culiacán, Sinaloa, México
C.P. 80120

20 000 ejemplares

Impreso en México
Printed in Mexico

ÍNDICE

Introducción al estudio de la Física.

1.1. Qué es la Física. 13
  - 1.1.1. El lugar de la Física en la ciencia. 14
  - 1.1.2. Física, tecnología, sociedad. 17
  - 1.1.3. El trabajo de los físicos. 21

1.2. Mediciones. 24
  - 1.2.1 Magnitudes y unidades. 24
  - 1.2.2. Cifras significativas y operaciones básicas con valores aproximados. 35
  - 1.2.3. Mediciones. 37
  - 1.2.4. Incertidumbre de las mediciones. 40
    - 1.2.4.1 Incertidumbre debida a la falta de constancia de la magnitud medida. 40
    - 1.2.4.2. Incertidumbre originada por las simplificaciones de la situación examinada. 42
    - 1.2.4.3. Incertidumbre originada por las imperfecciones de los instrumentos de medición. 43
    - 1.2.4.4. Incertidumbre debida a la interacción entre el sistema de medición y el objeto de medición. 45
    - 1.2.4.5. Cálculo de la incertidumbre total o combinada de una medición. 46

1.3 Vectores. 49
  - 1.3.1 Magnitudes escalares y vectoriales. 49
  - 1.3.2. Representación de un vector. 50
  - 1.3.3. Algunas características básicas de los vectores. 52
  - 1.3.4. Procedimiento gráfico de suma y resta de vectores. 54
  - 1.3.5. Procedimiento analítico de suma y resta de vectores. 58
  - 1.3.6. Multiplicación de un vector por un escalar. 66

1.4. Actividades de sistematización y consolidación. 68
  - 1.4.1. Sopa de letras. 68
  - 1.4.2. Conexión de conceptos e ideas. 69
  - 1.4.3. Crucigrama. 70
  - 1.4.4. Actividades de repaso. 71
  - 1.4.5. Ejercicios de repaso. 72

Movimiento mecánico, un cambio fundamental.

2.1. Qué es movimiento mecánico y cómo se describe. 80
  2.1.1. Concepto de movimiento mecánico y sus tipos. Partícula. 80
  2.1.2. Cómo la Física describe el movimiento. 83
    2.1.2.1. Sistema de referencia. 84
    2.1.2.2. Tablas, gráficas y ecuaciones. 84
    2.1.2.3. Vector posición y vector desplazamiento. 88
    2.1.2.4 Velocidad, rapidez y aceleración. 91

2.2. Leyes de Newton. 99
  2.2.1. Antecedentes de la Dinámica Newtoniana. 100
  2.2.2. Concepto de fuerza. 101
  2.2.3. Primera ley de Newton. 103
  2.2.4. Resultante de fuerzas. 105
  2.2.5. Inercia y masa. 107
  2.2.6. Segunda ley de Newton. 108
  2.2.7. Tercera ley de Newton. 114

2.3. Leyes de fuerza. Utilización de las leyes de Newton. 119
  2.3.1. Fuerza de gravitación. Ley de Gravitación Universal. 119
  2.3.2. Fuerza de rozamiento. Leyes del rozamiento. 126
  2.3.3. Fuerza de resistencia. Ley de fuerza para el movimiento de los cuerpos a través de gases y líquidos. 130
  2.3.4. Fuerza elástica. Ley de Hooke. 132

2.4. Actividades de sistematización y consolidación. 135
  2.4.1. Sopa de letras. 135
  2.4.2. Conexión de conceptos e ideas. 136
  2.4.3. Crucigrama. 137
  2.4.4. Actividades de repaso. 138
  2.4.5. Ejercicios de repaso. 140

Estudio de algunos movimientos de interés.

3.1. Movimiento rectilíneo. 149
    3.1.1 Movimiento rectilíneo uniforme (MRU). 149
    3.1.2. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). 150

3.2. Movimiento parabólico. 180

3.3. Movimiento circular uniforme (MCU). 190
    3.3.1. Período y frecuencia. 191
    3.3.2. Velocidad lineal. 193
    3.3.3. Velocidad angular. 194
    3.3.4. Relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular. 196
    3.3.5. Aceleración en el MCU. 199

3.4. Movimiento Oscilatorio. 206

3.5. Actividades de sistematización y consolidación. 218
    3.5.1. Sopa de letras. 218
    3.5.2. Conexión de conceptos e ideas. 219
    3.5.3. Crucigrama. 220
    3.5.4. Actividades de repaso. 221
    3.5.5. Ejercicios de repaso. 222

Actividades prácticas.

4.1. Actividades para la casa o el aula. 227

4.2. Prácticas de laboratorio. 233
    4.2.1. Determinación de la densidad de un material. 234
    4.2.2. Determinación del coeficiente de rozamiento estático entre las superficies de dos cuerpos sólidos. 236
    4.2.3. Ley de Hooke. Medición de la constante elástica. 238
    4.2.4. Caída libre: medición de la aceleración de la gravedad. 240
    4.2.5. Estudio del movimiento de un proyectil. 244
    4.2.6. Determinación de la aceleración de la gravedad mediante un péndulo. 247
    4.2.7. Oscilaciones de un cuerpo sujeto a un resorte o liga. 250

A estudiantes y profesores

El presente libro forma parte de los materiales curriculares preparados para apoyar la introducción del *Plan 2009* en el bachillerato de la Universidad Autónoma de Sinaloa. Trata fundamentalmente sobre la *Mecánica*. Ésta fue la primera rama de la Física en conformarse y durante su desarrollo se elaboraron importantes conceptos, métodos e instrumentos, no solo de la Física sino de la ciencia en general. De ahí la especial importancia que tiene su estudio.

Sin embargo, puesto que con este curso se inicia el estudio de la Física en el bachillerato, el libro comienza con un primer capítulo, *Introducción a la Fisica*, cuya intención es contribuir a formar en los estudiantes una visión global, al menos inicial, de lo que es la Física en su conjunto: el lugar que ocupa en la ciencia, su relación con la tecnología y la sociedad, algunos de sus métodos de trabajo.

De este modo, este primer curso de Física resulta esencial para ampliar la cultura general de los estudiantes y preparalos para continuar carreras universitarias de diversos perfiles.

El libro, más que un *libro de texto*, pretende ser un *material de trabajo*, pues solo reflexionando sobre lo leído, planteándose interrogantes y realizando numerosas actividades alrededor del material, es decir, trabajando, es posible lograr el aprendizaje. En consecuencia, a lo largo de él y acompañando al texto, se ha incluido un gran número de preguntas, actividades a realizar y ejercicios resueltos. El trabajo diario con esta parte del libro es tan importante como la lectura del texto y ninguna de las actividades propuestas debe ser obviada.

Al final de cada capítulo aparece una serie de actividades, que complementan a las anteriores y ayudan a consolidar y sistematizar el material estudiado. Algunas de ellas están destinadas a familiarizar a los estudiantes con el lenguaje y los conceptos tratados, como las proposiciones para vincular entre sí y los crucigramas; otras tienen como propósito principal, profundizar en los conceptos considerados, conectar entre sí los conceptos e ideas estudiados, o ejercitar los métodos de trabajo desarrollados.

El libro concluye con un apartado dedicado a actividades prácticas. Ellas son parte esencial del aprendizaje de la Física, pero lamentablemente éste ha sido un aspecto muy descuidado en los últimos años. Las actividades propuestas se relacionan estrechamente con el resto del material del libro. Se han agrupado en dos partes, la primera incluye actividades sencillas, que pueden ser realizadas en la casa o el aula y la segunda, siete prácticas de laboratorio, en las cuales se presta especial atención a la realización de mediciones, la construcción de gráficos y la evaluación de la incertidumbre de los resultados.

LOS AUTORES

Competencias de la asignatura de Mecánica I

- Interrelaciona la Física con otras ciencias, la tecnología, la vida cotidiana y la sociedad y asume una actitud crítica ante el denominado problema energético y su relación con otros problemas de la humanidad.
- Expone los conceptos y leyes fundamentales referidos a la conservación de la energía, la conservación de la cantidad de movimiento y el equilibrio de los cuerpos, y los ilustra mediante ejemplos.
- Explica fenómenos y situaciones de la vida diaria y analiza preconcepciones habituales, a partir de las leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento y de los conceptos relativos al equilibrio de los cuerpos.
- Representa mediante esquemas y ecuaciones las situaciones reales examinadas y explicita las nociones científicas e idealizaciones utilizadas.
- Plantea preguntas y supuestos o hipótesis sobre las situaciones analizadas.
- Resuelva problemas cuantitativos y analiza los resultados obtenidos.
- Explica el principio básico de funcionamiento de dispositivos e instalaciones, a partir de los conceptos relativos a la energía, la cantidad de movimiento y el equilibrio de los cuerpos.
- Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación para la búsqueda y procesamiento de información, así como para realizar cálculos.
- Monta instalaciones, realiza mediciones y procesa datos , a fin de resolver problemas plateados.
- Diseña y construye modelos o prototipos que ilustran conceptos, leyes, o el principio de funcionamiento de dispositivos técnicos.
- Contrasta los resultados obtenidos con suposiciones o hipótesis previamente planteadas y prepara informes que resumen el trabajo realizado.
- Participa y colabora en equipos de trabajo.
- Aplica normas de seguridad en el manejo de equipos e instrumentos durante la realización de las actividades.
- Se preocupa por el rigor, la coherencia y elegancia en las respuestas a las preguntas formuladas, la resolución de problemas y los informes del trabajo realizado.

1

INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE LA FÍSICA

COMPETENCIAS DISCIPLINARIAS A DESARROLLAR EN EL CAPÍTULO

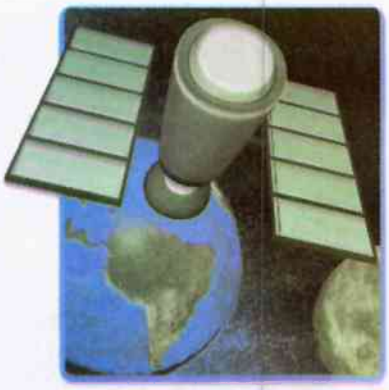
1.1. Adquiere una visión inicial de lo que es la Física, su relación con otras ramas de la ciencia, la tecnología, la sociedad y el medio ambiente, así como acerca de sus métodos de trabajo, a fin de orientarse durante su estudio y en general en la vida.

1.2. Desarrolla una actitud responsable y crítica, ante la utilización de los resultados de la ciencia a nivel mundial, en su país y en su entorno más cercano.

1.3. Se familiariza con el proceso de medición y la evaluación de la incertidumbre de los resultados, realizando mediciones de magnitudes básicas como longitud, tiempo, masa y de otras magnitudes derivadas de éstas.

1.4. Desarrolla habilidades para realizar operaciones básicas con vectores -suma, resta y multiplicación por un escalar- y las aplica en variadas situaciones físicas.

1. Introducción al estudio de la Física.



La **Física** está presente en todo lo que nos rodea y en cada una de las actividades que realizamos cotidianamente, en el mundo natural y en el creado por los seres humanos (Fig. 1.1). Por eso no es de extrañar que desde la escuela primaria hayas estado estudiando diversos fenómenos físicos. Ahora en el bachillerato tendrás oportunidad de profundizar en algunas de sus ramas principales. Ello contribuirá a ampliar tu formación general y a prepararte para estudiar otras asignaturas de ciencia.

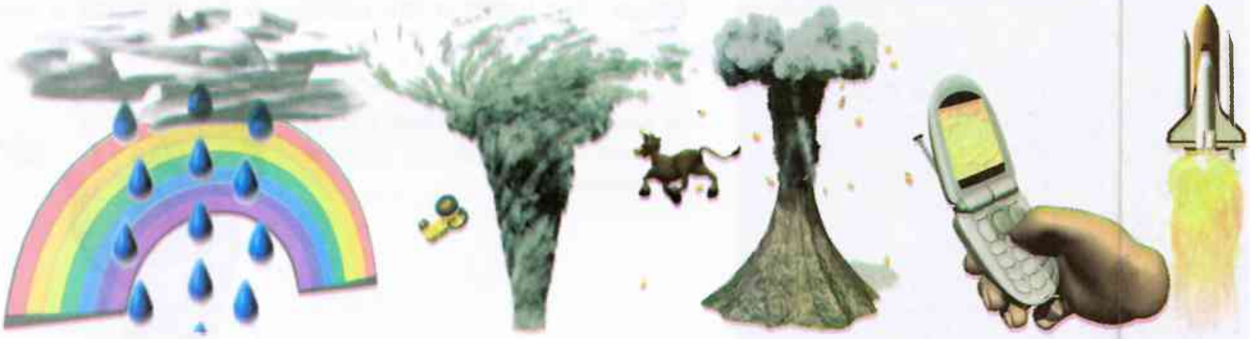


Fig. 1.1. La Física está presente en todo lo que nos rodea, en el mundo natural y en el creado por los seres humanos.

La primera rama de la Física en desarrollarse fue la **Mecánica**, su estudio resulta fundamental para profundizar en el resto de la Física y otras ciencias. En consecuencia, comenzaremos por el estudio de ella, pero no sin antes adquirir una visión global, al menos inicial, de lo que es la Física en su conjunto y de que te relaciones con algunas actividades esenciales, como las **mediciones** y algunas operaciones con **vectores**. Por eso en esta primera unidad intentaremos responder preguntas como las siguientes:

¿Cuál es el lugar de la Física en la ciencia? ¿Qué estudia? ¿Cuál es su relación con la tecnología y su relevancia para la sociedad? ¿Qué actividades caracterizan el trabajo de los físicos?

En la figura 1.1 se ofrecen ejemplos que apoyan la idea de que la Física está presente en todo lo que nos rodea. Intenta vincular los ejemplos a fenómenos físicos conocidos por tí y amplía la relación de ejemplos.

Expresa tus ideas acerca de lo que es la Física. Relaciona cuestiones sobre ella que hayas estudiado o leído anteriormente.

1.1. Qué es la Física.

En el apartado que sigue intentaremos responder, de modo general, las dos primeras preguntas planteadas anteriormente.

1.1.1. El lugar de la Física en la ciencia.

Si meditamos en el universo enseguida advertimos que, independientemente de la escala de que se trate, microscópica o galáctica, todo en él está organizado en forma de **sistemas** (Fig. 1.2): conjuntos de **elementos estrechamente vinculados entre sí**, que aparecen como **unidades relativamente independientes**. Los sistemas más simples se agrupan para formar otros más complejos, por ejemplo, los átomos lo hacen formando moléculas y éstas dan lugar a las células y en general a los organismos vivos.

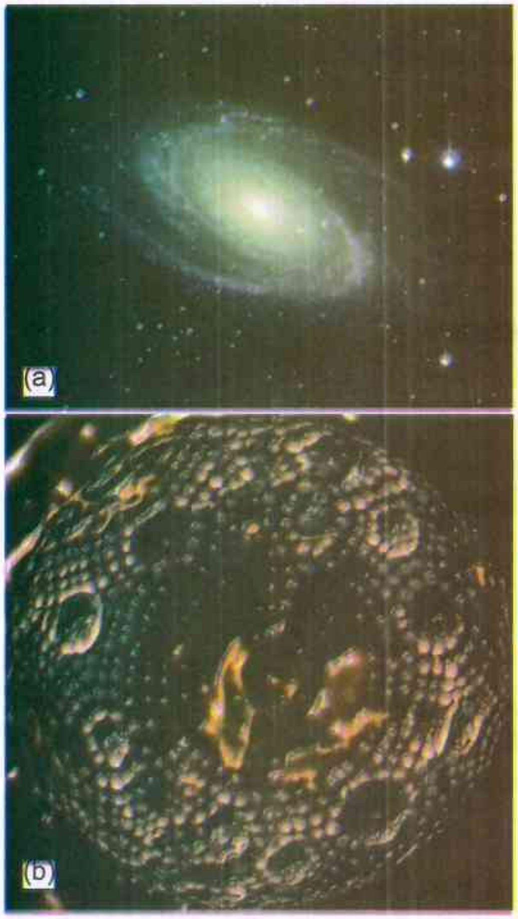


Fig. 1.2. Ejemplos de sistemas: (a)galaxia formada por miles de millones de estrellas, (b)átomos de tungsteno en la punta de una fina aguja. Solo gracias a la ciencia se ha conocido la existencia de las galaxias y los átomos.

Cita ejemplos de sistemas y argumenta por qué pueden ser considerados como tales.

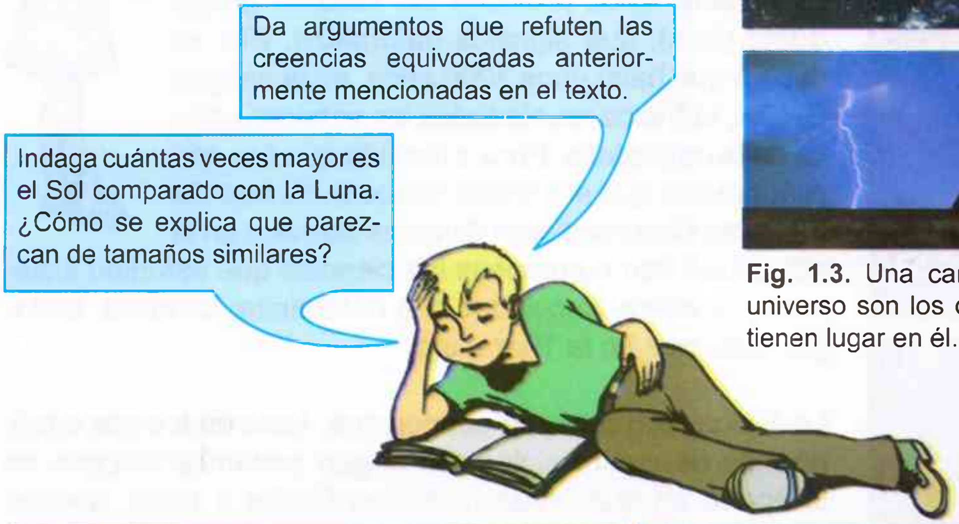
Menciona ejemplos de cambios, naturales y producidos por el hombre. Relaciona algunos sinónimos de la palabra "cambio" y ejemplifica el uso de ellos.

Otra característica esencial del universo son los **constantes cambios** que tienen lugar en él (Fig. 1.3). Ejemplos sobresalientes de ellos son la propia evolución del universo como un todo, la formación del sistema solar, el surgimiento y desarrollo de la vida en la Tierra, la evolución de las especies. Pero cotidianamente también ocurren cambios, naturales y producidos por el hombre, de especial importancia para los seres humanos.

El objetivo de la **ciencia** consiste, precisamente, en **profundizar en el conocimiento** de diferentes **sistemas** y en los **cambios** que tienen lugar en ellos, a fin de **contribuir a satisfacer determinadas necesidades**. La palabra ciencia proviene del latín *scientia*, que significa conocimiento.

La existencia de la ciencia y, en particular de la Física, está determinada por el hecho de que las cosas no son como nos parecen a primera vista. Por ejemplo, espontáneamente, sin acudir a la ciencia, ni siquiera conoceríamos la existencia de muchos sistemas y cambios, como las galaxias, las moléculas, los átomos (Fig. 1.2), o la evolución del universo y la evolución de las especies. Por otra parte, al guiarse por las apariencias pueden surgir –y en efecto a través de la historia surgieron- una serie de creencias equivocadas: el Sol y la Luna tienen tamaños similares (Fig. 1.4), las estrellas son mucho más pequeñas que la Luna, la Tierra es plana, el Sol se mueve en torno a la Tierra, un cuerpo cae tanto más rápidamente cuanto mayor sea su masa, etc.

Fig. 1.3. Una característica esencial del universo son los constantes cambios que tienen lugar en él.



Da argumentos que refuten las creencias equivocadas anteriormente mencionadas en el texto.

Indaga cuántas veces mayor es el Sol comparado con la Luna. ¿Cómo se explica que parezcan de tamaños similares?

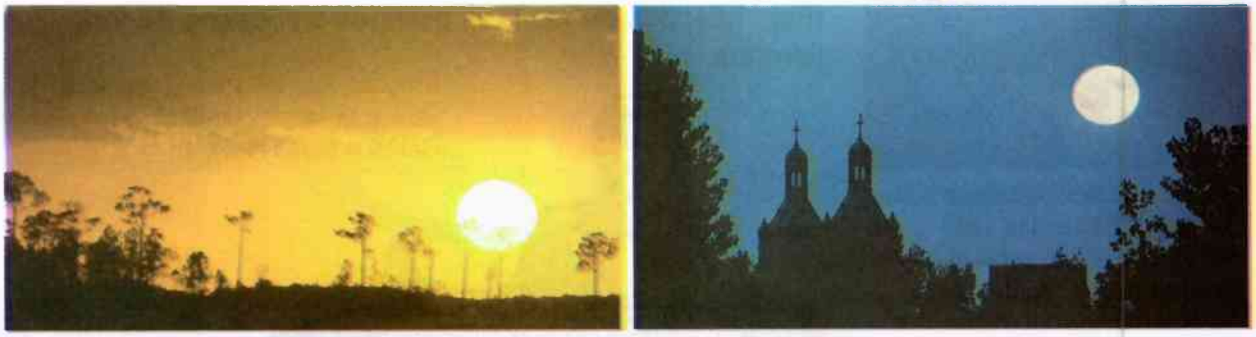


Fig. 1.4. El tamaño del Sol parece similar al de la Luna y el de ésta mucho mayor que el de las estrellas.

Explica con tus palabras cuál es el objetivo de la ciencia y argumenta en qué se diferencia de otras manifestaciones de la cultura, como por ejemplo, las creencias habituales y la religión.

De este modo, para **conocer** determinados **sistemas y cambios**, o para **conocerlos en profundidad**, más allá de la apariencia, y poder **utilizar dicho conocimiento en provecho del hombre**, resulta indispensable una actividad especialmente dirigida a ello. Esa actividad la realiza la **ciencia**.

Sus diferentes ramas se distinguen unas de otras, ante todo, por los sistemas y cambios estudiados. En particular, las denominadas **ciencias de la naturaleza** tienen que ver, como el término indica, con **sistemas y cambios relativos a la naturaleza** -ya sean propiamente naturales o producidos por el hombre- a diferencia de ciencias como la Historia y la Pedagogía, por ejemplo, que estudian sistemas y procesos sociales y educativos respectivamente.

Confecciona un diagrama donde muestres el lugar de la Física entre otras ciencias.

La palabra física proviene del vocablo griego φύσις (fisis), que significa naturaleza. Ello se debe a que hace unos 2000 años, en la antigua Grecia, la Física reunía todos los saberes acerca de la naturaleza. Pero a medida que fue ampliándose lo que el hombre conocía, de aquella Física se desprendieron diversas ramas y en la actualidad son numerosas las ciencias que estudian sistemas y cambios vinculados a la naturaleza: Química, Biología, Ciencias de la Tierra, etc.

La Física, como hoy la conocemos, tiene una corta edad, no más de cuatro siglos. Su origen podemos ubicarlo en la época en que vivieron Galileo Galilei e Isaac Newton (Fig. 1.5), dos de los más grandes científicos de todos los tiempos.

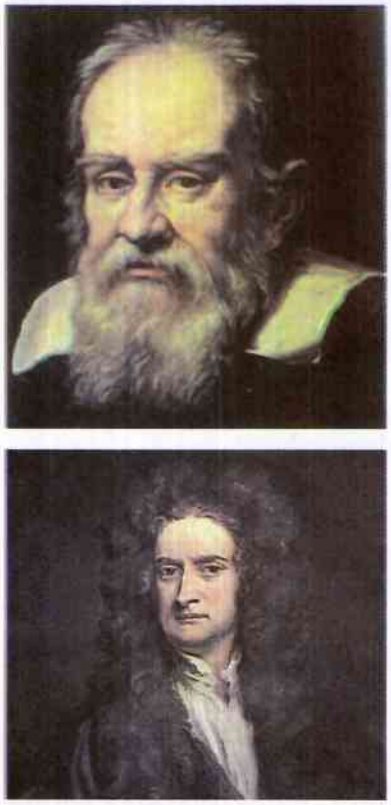


Fig.1.5. Galileo Galilei e Isaac Newton, dos de los más grandes físicos y en general científicos de todos los tiempos. Curiosamente Newton nació el año en que murió Galileo, 1642.

Prepara un informe acerca de la vida y la labor científica de Galileo Galilei e Isaac Newton.

Desde entonces la **Física** investiga **sistemas y cambios fundamentales**, entendiendo por tal, aquellos **que están en la base** de sistemas y cambios estudiados por otras ciencias y diversas ramas de la tecnología: sistemas como los cuerpos sólidos, líquidos y gaseosos, las moléculas y los átomos, y cambios como el movimiento, los procesos térmicos, eléctricos, magnéticos y luminosos. En tus estudios de bachillerato podrás profundizar en varios de estos sistemas y cambios; en este curso lo haremos en uno de los más importantes: el **movimiento**, el cual es estudiado por la **Mecánica**.

Resume las dos cuestiones fundamentales consideradas en este apartado: ¿cuál es el lugar de la Física en la ciencia?, ¿qué estudia la Física? Para ello auxíliate de un cuadro sinóptico o esquema.

Hoy día la Física comparte su estudio con otras ciencias y con determinadas ramas de la tecnología. Por ejemplo, el estudio de la estructura de los cuerpos, con disciplinas como la Química, la Biología, la Ingeniería de Materiales, la Microelectrónica y la Ingeniería Genética, y el de los sistemas celestes, con la Astronomía y la Cosmología.

Los adelantos de la Física, y de la ciencia como un todo, hubiesen sido imposibles sin el desarrollo de una de las ramas fundamentales de la ciencia, la **Matemática**. Al propio tiempo, la Física y otras ciencias han tenido notable influencia en el progreso de ésta, especialmente a partir del siglo XVII, en que los físicos comenzaron a utilizar ampliamente el lenguaje de las variables y las funciones.

La Física no sólo se relaciona estrechamente con otras ramas de la ciencia y con la tecnología debido a que comparte con ellas lo que estudia, sino también porque muchos de sus métodos, instrumentos y formas de trabajo son similares. Sobre esta cuestión profundizaremos en el apartado **1.1.3. El trabajo de los físicos**.

1.1.2. Física, tecnología, sociedad.

En este apartado profundizaremos en la pregunta:

¿Cuál es la relación de la Física con la tecnología y su implicación en la sociedad?

Anteriormente señalamos que la finalidad última de la ciencia es contribuir a satisfacer determinadas necesidades.

Sin embargo, es preciso señalar que la actividad práctica del hombre con esta finalidad es muchísimo más antigua que la ciencia, surgió con los primeros seres humanos (Fig. 1.6). Por otra parte, aunque los orígenes de la ciencia datan de hace unos 5 000 años, no fue hasta el siglo XIX que la actividad práctica comenzó a basarse ampliamente en ella, anteriormente lo hacía principalmente en la experiencia acumulada y en la inventiva de los hombres (artesanía, técnica), y solo esporádicamente en la ciencia.

Fig.1.6. La actividad práctica del hombre dirigida a satisfacer sus necesidades es mucho más antigua que la ciencia.

Únicamente cuando la ciencia, en especial la Física, hubo **profundizado en el conocimiento** de ciertos **sistemas** y **cambios**, fue que se hizo posible apoyarse sistemáticamente en ella para diseñar y elaborar dispositivos, procesos y materiales con características deseadas y cada vez más eficientes (Fig. 1.7).

Indaga acerca de importantes desarrollos tecnológicos del siglo XIX vinculados a la Física.

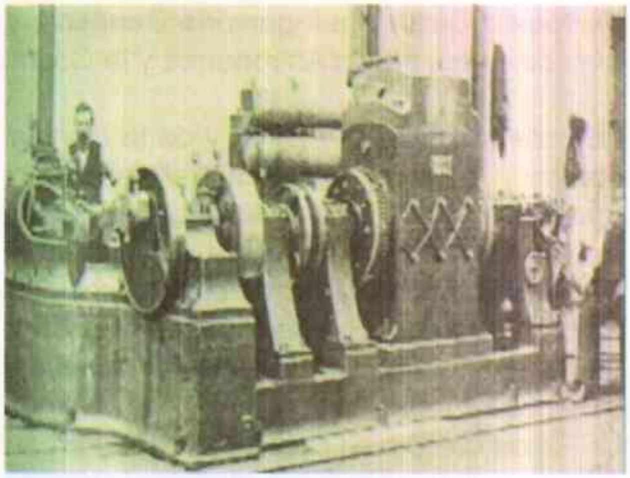


Fig. 1.7. La construcción de la primera central eléctrica, a principios de la década de 1880, fue posible solo cuando la Física profundizó en los factores que determinan la corriente eléctrica.

Resume con tus palabras las características esenciales de la tecnología. Piensa en similitudes y diferencias entre ella y la ciencia.

Esa **actividad transformadora basada en la ciencia** es lo que se denomina **tecnología**. La finalidad de ésta es el diseño y elaboración de sistemas, procesos y materiales con el propósito de satisfacer determinadas necesidades humanas del modo **más eficiente** posible.

La mayoría de los cambios que en el transcurso de los años apreciamos en nuestro entorno, modo de vida y en general la sociedad son originados por la tecnología, por una actividad práctica sustentada en la ciencia, en que la Física tiene un destacado papel (Fig. 1.8).

Fig. 1.8. Las modernas computadoras, equipos de DVD y la comunicación mediante fibra óptica y satélite están entre los desarrollos tecnológicos que se apoyan en conocimientos obtenidos por la Física.

Hemos mencionado lo decisiva que resultó la ciencia, sobre todo a partir del siglo XIX, para la actividad práctica. Sin embargo, el recíproco también es cierto, y aún desde antes. El enorme progreso alcanzado por la ciencia desde el siglo XVII, especialmente por la Física, fue posible solo gracias a la experiencia y resultados prácticos acumulados durante siglos: a la elaboración de diversos materiales; la invención de importantes dispositivos, como microscopios y telescopios; al desarrollo de numerosos instrumentos y técnicas.

Actualmente existe una relación muy estrecha entre ciencia y tecnología. La ciencia proporciona conocimientos fundamentales para múltiples ramas de la tecnología (electrónica, ingeniería de materiales, biotecnología, ingeniería médica, cosmonáutica, etc.). A su vez, los modernos recursos creados por ésta (computadoras, potentes microscopios y telescopios, satélites, nuevos materiales, aceleradores de partículas subatómicas, etc.) constituyen un requisito indispensable para el desarrollo de la ciencia (Fig. 1.9).

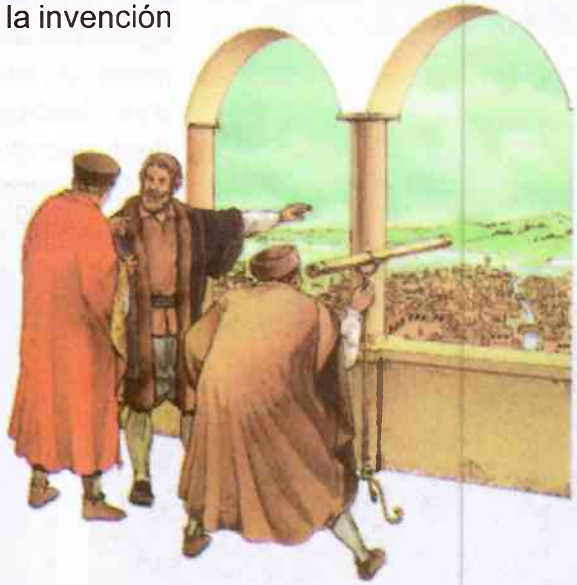


Fig. 1.9. La Física es deudora de muchos resultados prácticos. Así, por ejemplo, la Mecánica de Newton debe mucho a la invención del telescopio, que hizo posible el estudio del movimiento de los astros.

Ilustra mediante ejemplos concretos desarrollos tecnológicos que se apoyen en la Física, en campos como la electrificación, la electrónica, la ingeniería de materiales, la biotecnología y la ingeniería médica.

Auxiliándote de enciclopedias e Internet intenta confeccionar un listado de invenciones y aplicaciones relevantes relacionadas con la Física, desarrolladas en los últimos 150 años.

Los inventos de los últimos 150 años relacionados con la Física han influido de manera colosal en el bienestar de muchas personas. Para tener una idea de ello basta solo pensar en algunas invenciones y aplicaciones vinculadas a la electricidad. Antes de 1880 no existía en nuestro planeta ninguna comunidad con luz eléctrica y por supuesto, tampoco se disponía de ninguno de los equipos eléctricos y medios de comunicación que hoy estamos tan acostumbrados a utilizar.

Puede afirmarse que en los últimos cien años la ciencia, y en especial la Física, ha hecho cambiar más el pensamiento y el modo de vida de las personas, su cultura, que durante los 5 000 años de su desarrollo anterior.

Pero el desarrollo de la ciencia y la tecnología ha traído aparejado no solo efectos positivos, sino también negativos (Fig. 1.10): se ha acentuado la desigual distribución de las riquezas en el mundo (las nuevas tecnologías proporcionan fabulosas ganancias a un grupo reducido de personas); han aparecido y se han utilizado medios de destrucción masiva, como armas nucleares, químicas y biológicas; ha crecido el consumo de energía, lo cual hace que se aproxime el agotamiento de las fuentes convencionales; se deteriora el medio ambiente, contaminándose el aire, el agua y las tierras, destruyéndose los bosques; los países altamente industrializados monopolizan importantes medios de difusión de la cultura, con lo cual tienden a desaparecer las culturas autóctonas de algunos países.

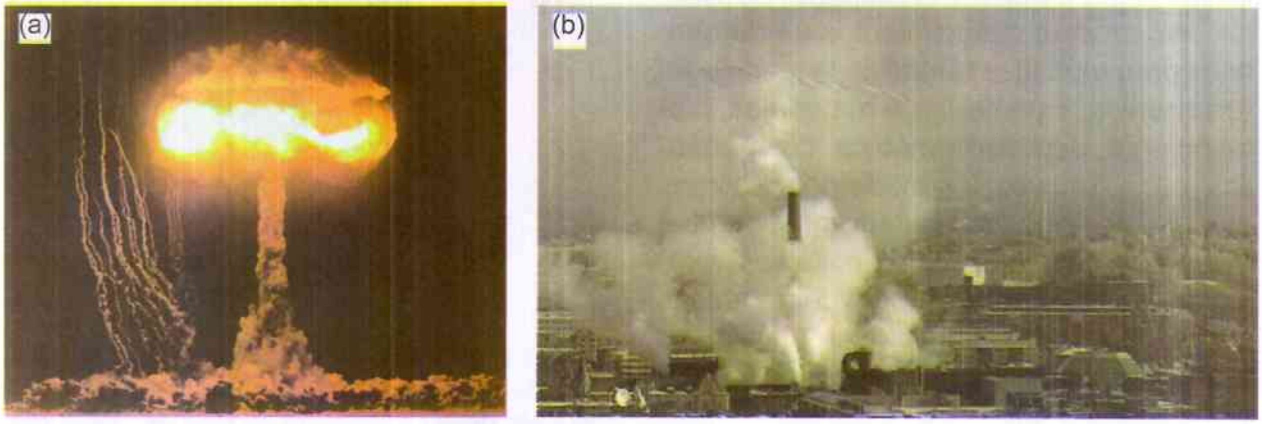


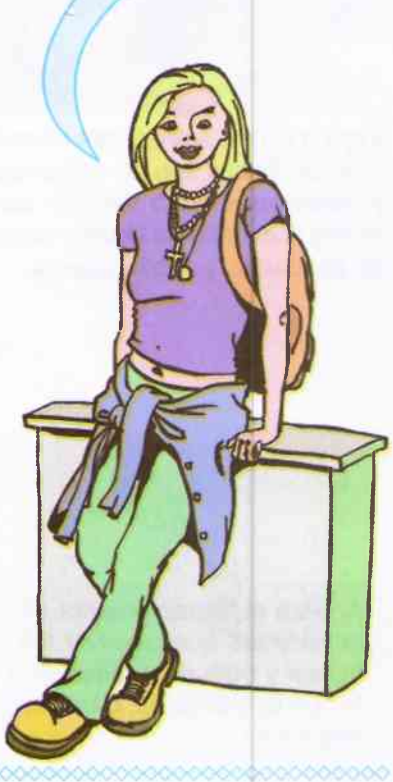
Fig. 1.10. El desarrollo de la ciencia y la tecnología ha traído aparejado no solo efectos positivos, sino también negativos: (a) explosión de una bomba atómica, (b) expulsión a la atmósfera de gases contaminantes.

Argumenta, si es posible, empleando datos numéricos, algunos de los efectos negativos vinculados al desarrollo de la ciencia y la tecnología citados en el párrafo anterior.

Menciona algunas direcciones en las que debieran adoptarse medidas para enfrentar los efectos negativos de los desarrollos científico-tecnológicos.

La responsabilidad por los problemas anteriormente mencionados no puede ser atribuida simplemente a científicos y tecnólogos. Es cierto que muchos de ellos - entre los que hay físicos - han participado, y participan, por ejemplo, en la creación de armas de destrucción masiva y en el diseño de tecnologías que contaminan el medio ambiente (Fig. 1.10). Pero también es verdad que otros muchos están advirtiendo de los peligros a que se enfrenta la humanidad al utilizar irresponsablemente los desarrollos científico-tecnológicos, y diseñan soluciones para muchos de los problemas surgidos. La responsabilidad principal por los problemas señalados recae en políticas egoístas y hegemonistas, llevadas a cabo por los gobiernos de algunos países.

Trata de responder, resumidamente, la pregunta planteada al inicio de este apartado: ¿Cuál es la relación de la Física con la tecnología y su implicación en la sociedad?



1.1.3. El trabajo de los físicos.

Ya tenemos cierta imagen global acerca de lo que estudia la Física, de su relación con otras ciencias y la tecnología, de su implicación en la sociedad. Intentaremos ahora formarnos una idea sobre las actividades que realizan los físicos, muchas de las cuales son similares a las que llevan a cabo otros científicos. La cuestión a esclarecer esta vez es:

¿Qué actividades caracterizan el trabajo de los científicos, en particular la de los físicos?

Posiblemente entre las primeras ideas que vienen a la mente, al responder una pregunta como la anterior, están la realización de **observaciones**, **experimentos** y **mediciones**. Y es cierto que estas actividades resultan esenciales en la ciencia, en particular para la Física, pero el trabajo de los científicos y entre ellos el de los físicos, no se limita solamente a estas actividades, también realizan otras que tienen gran importancia (Fig. 1.11). Por ejemplo, una parte considerable de su tiempo lo emplean en **estudiar libros y artículos** preparados por otros científicos, incluso muchos de ellos no efectúan por sí mismos experimentos ni mediciones, sino que concentran sus esfuerzos en el **trabajo con ecuaciones** o por medio de **computadoras**, todos destinan una parte de su tiempo a preparar **ponencias y artículos**, donde informan los resultados y conclusiones de sus investigaciones.

Fig.1.11. Tres actividades esenciales en el trabajo de muchos físicos son las observaciones, experimentos y mediciones. Pero también son sumamente importantes el estudio de libros y artículos y la preparación de ponencias y publicaciones.

De modo que un resumen, aunque todavía simplificado, de las actividades que en general realizan los físicos pudiera consistir en lo siguiente:

- Estudian libros y artículos.
- Trabajan con ecuaciones y computadoras.
- Llevan a cabo observaciones y realizan experimentos.
- Efectúan mediciones.
- Intercambian ideas y resultados mediante el correo electrónico y eventos científicos.
- Preparan artículos sobre los resultados de sus investigaciones.

Cabe señalar que varias de las actividades del listado anterior no son exclusivas del trabajo científico; sin embargo, cuando se llevan a cabo como parte de él poseen una finalidad diferente. Así, por ejemplo, los científicos realizan la lectura de libros y efectúan mediciones con el propósito de contribuir a **esclarecer determinadas cuestiones** sobre lo que están investigando, o para **apoyar suposiciones o hipótesis** realizadas.

Analiza el listado anterior de actividades que realizan los físicos y trata de enriquecerlo con comentarios, o tal vez añadidos.

¿Cuáles de las actividades señaladas como características del trabajo de los físicos, son también habituales en la vida cotidiana y cuáles no? ¿Qué diferencia hay entre un mismo tipo de actividad, por ejemplo la lectura de algún material, cuando se realiza comúnmente y cuando se realiza como parte del trabajo científico?

La observación, la experimentación y el trabajo con ecuaciones, sí son distintivas del trabajo científico y tecnológico.

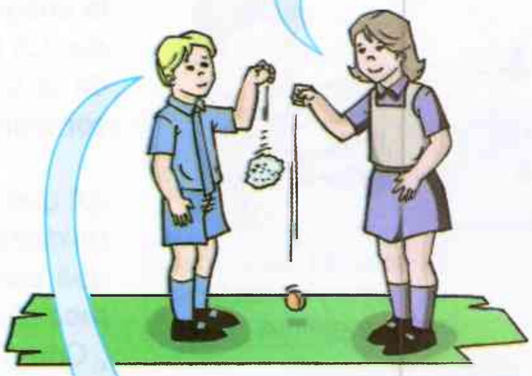
La **observación** en la ciencia se diferencia de lo que a veces llamamos así en la vida cotidiana, ante todo por su finalidad. En la ciencia se lleva a cabo con el propósito de **responder preguntas** como las siguientes: ¿cuáles son las **características** de los sistemas y cambios estudiados?, ¿cómo es la **estructura** de los sistemas y cuáles los **factores que determinan** los cambios? Por otra parte, la mayoría de las veces también se distingue por el **empleo de determinados instrumentos tecnológicos** –microscopios, telescopios, etc. En la ciencia, observar no es simplemente mirar.

La **experimentación** consiste en el **diseño** y **realización** de algún **proceso** en **condiciones controladas**, por supuesto, también con el propósito de **responder determinadas preguntas** o **verificar ciertas suposiciones o hipótesis**. En ella siempre está presente la observación.

La observación y sobre todo la experimentación, van casi siempre acompañadas de **mediciones**. En la vida diaria también es frecuente la realización de mediciones, sin embargo, en la ciencia y la tecnología tienen características distintivas, en las cuales ahondaremos en el próximo apartado.

El trabajo de los físicos se relaciona estrechamente con el realizado en otras ramas de la ciencia y en la tecnología. Muchos de los conceptos, ecuaciones y procedimientos ideados por los físicos, así como múltiples instrumentos y técnicas concebidos por ellos para realizar observaciones, experimentos y mediciones, son empleados en otras ramas de la ciencia y en la tecnología. A su vez, la Física se nutre del trabajo desarrollado en otras esferas, especialmente en la matemática y la tecnología.

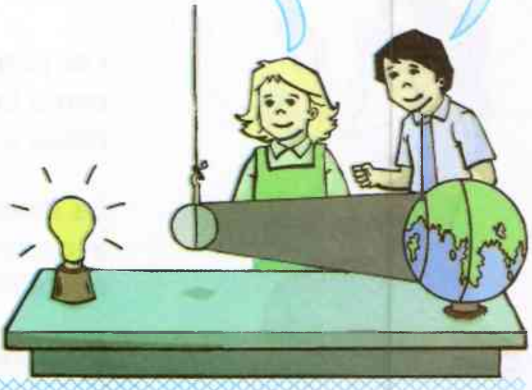
Menciona ejemplos de observaciones que hayas realizado en otras asignaturas de ciencias naturales, indicando sus objetivos y algunos de los instrumentos utilizados.



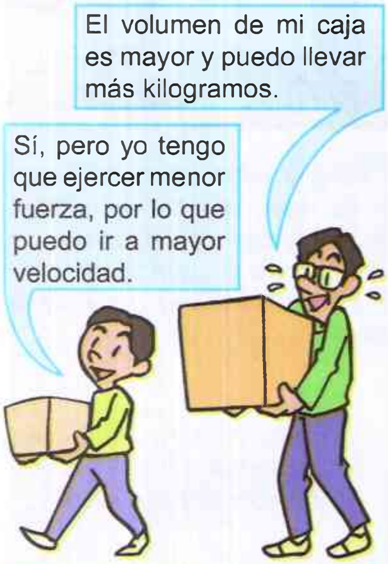
Diseña y lleva a cabo un experimento con el fin de responder las preguntas: ¿depende la rapidez con que cae un cuerpo de su tamaño? ¿qué factores influyen en las características de la caída de los cuerpos?

En tu opinión, ¿qué diferencia hay entre el experimento y la observación?

Resume con tus palabras algunas de las características principales del trabajo que realizan los físicos.



Argumenta, apoyándote en ejemplos, la afirmación de que las mediciones son esenciales para organizar la vida de la sociedad.


El volumen de mi caja es mayor y puedo llevar más kilogramos.
Sí, pero yo tengo que ejercer menor fuerza, por lo que puedo ir a mayor velocidad.

Menciona ejemplos, diferentes a los del texto, de propiedades que son consideradas magnitudes y ejemplos de otras que no son consideradas como tales.

1.2. Mediciones.

Como ya señalamos, las **mediciones** son indispensables en la Física, pero además muy comunes en la vida diaria, por ejemplo de tiempo, masa, longitud, volumen. Mediciones de éstas y otras **magnitudes** se realizan incluso desde la antigüedad, mucho antes de que se desarrollara la ciencia. La razón es que son esenciales para organizar la vida de la sociedad. A continuación profundizaremos en ellas, concretamente consideraremos las siguientes cuestiones:

¿A qué se denomina magnitud? ¿Como se establecen las unidades para expresar los valores de una magnitud? ¿En qué consiste la medición? ¿Qué diferencias hay entre las mediciones en la vida diaria y en la ciencia y la tecnología? ¿Cómo evaluar la incertidumbre en el resultado de una medición?

En el siguiente apartado centraremos la atención en las primeras dos preguntas.

1.2.1 Magnitudes y unidades.

Los objetos y fenómenos poseen muy variadas **características** o **propiedades**. Muchas de ellas, por ejemplo, la longitud, el volumen y la masa de los cuerpos, la velocidad en los movimientos, etc., se manifiestan en diferentes grados, a los que pueden asociarse ciertas **cantidades** o **valores**. A tales propiedades se les llama **magnitudes**.

Magnitud es cierta propiedad de un objeto (cuerpo, fenómeno, material) a la que puede ser atribuida una **cantidad** o **valor**.

Las propiedades que estudia la Física son magnitudes; otras, como la forma y la estructura geométrica, no son consideradas como tales.

La diversidad y cantidad de propiedades que caracterizan a cuerpos, fenómenos y materiales es prácticamente inagotable.

De ahí que el número de magnitudes manejadas hoy en día por la ciencia y la tecnología sea enorme. Sin embargo, esas magnitudes se relacionan entre sí formando un **sistema**, unas pueden ser expresadas en función de otras mediante ecuaciones.

A fin de uniformar el manejo de ese gran número de magnitudes, se han adoptado acuerdos internacionales. Uno de los más importantes ha consistido en el establecimiento del **Sistema Internacional de Magnitudes** (**SIM**), en el cual se selecionaron siete magnitudes **como base**, llamadas **magnitudes básicas** (Tabla 1.1), y el resto se obtiene a partir de ellas por medio de **ecuaciones**. Estas últimas se denominan **magnitudes derivadas.**

¿Cuáles son los elementos que integran un sistema de magnitudes?

Tabla1.1. Magnitudes y unidades seleccionadas como básicas en el Sistema Internacional (SI).

Magnitudes básicas	**Unidades básicas**	**Símbolo**
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	amperio	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd
Magnitudes suplementarias	**Unidades suplementarias**	**Símbolo**
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	estereorradián	sr

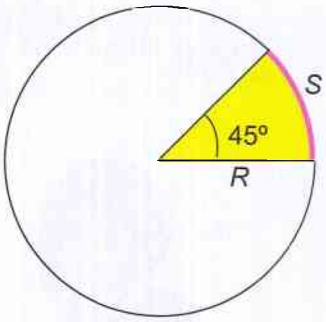
Como puedes apreciar en la tabla, **longitud**, **tiempo** y **masa** están entre las magnitudes **básicas** del **Sistema Internacional (SI)**. Ellas son ampliamente utilizadas en el comercio, la ciencia y la tecnología y en general en la vida diaria. De esas tres magnitudes se derivan prácticamente todas las otras magnitudes utilizadas en **Mecánica**, por ejemplo área, volumen, densidad, velocidad, aceleración, fuerza.

Para poder expresar el **valor de una magnitud** es necesario adoptar una **unidad** de dicha magnitud. Así, cuando afirmamos que el largo de cierta habitación es 4.25 metro, la unidad que estamos empleado es el **metro**.

Generalmente el **valor de una magnitud** se expresa como el producto de un **número** y una **unidad**, la cual abreviadamente se designa mediante un símbolo. Como sabes, en el caso anterior se escribe: 4.25 m.

Menciona magnitudes derivadas conocidas por tí y escribe las ecuaciones que las relacionan con las magnitudes básicas.

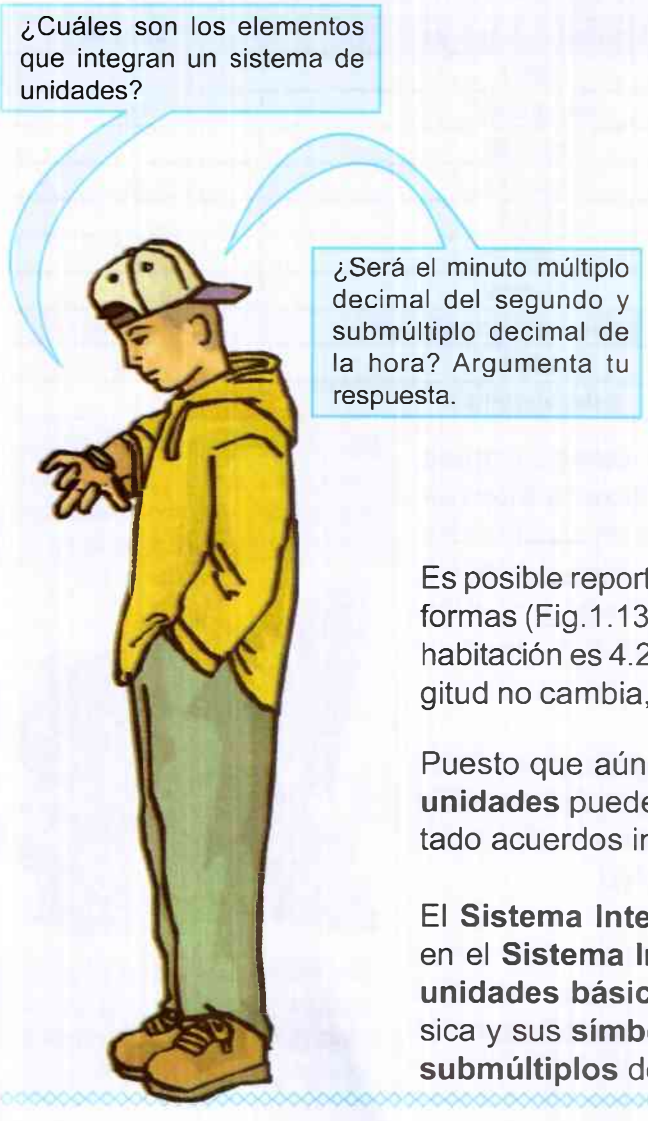
Relaciona unidades que conozcas para cada una de las magnitudes básicas siguientes: longitud, tiempo, masa.



$$\theta = \frac{S}{R} = \frac{1.57\ \text{cm}}{2\ \text{cm}} = 0.79$$

Fig.1.12. El resultado de calcular θ es simplemente un número.

Sin embargo, hay situaciones en que el valor de una magnitud se expresa mediante el número solamente. Así, como sabes, en una circunferencia un ángulo central puede hallarse mediante la ecuación $\theta = S/R$, donde S es la longitud del arco correspondiente y R el radio de la circunferencia, ambos expresados en la misma unidad (Fig.1.12). De ahí que el resultado sea **simplemente un número**. A veces a tales números se les dan nombres especiales, por ejemplo, en este caso se denomina **radián**. Tales magnitudes se consideran **suplementarias** (Tabla 1.1).



¿Cuáles son los elementos que integran un sistema de unidades?

¿Será el minuto múltiplo decimal del segundo y submúltiplo decimal de la hora? Argumenta tu respuesta.

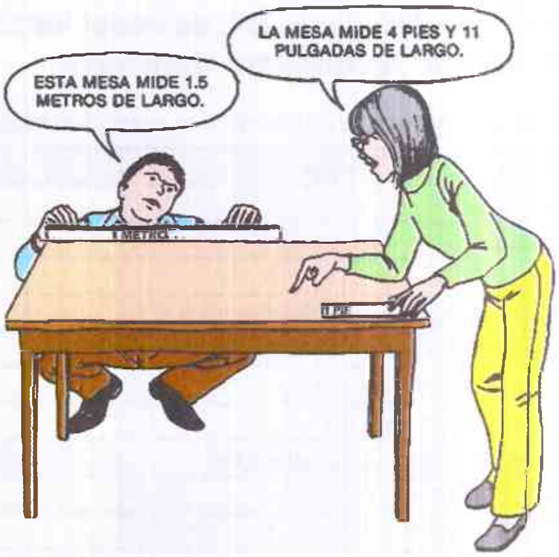

LA MESA MIDE 4 PIES Y 11 PULGADAS DE LARGO.
ESTA MESA MIDE 1.5 METROS DE LARGO.
1 METRO
1 PIE

Fig.1.13. Las unidades pueden ser diferentes, pero la longitud de la mesa, por supuesto, sigue siendo la misma.

Es posible reportar el valor de una magnitud de muy diversas formas (Fig.1.13). Así, podemos decir que la longitud de una habitación es 4.25 m, 425 cm, 13.9 pie, etc. Claro está, la longitud no cambia, sino solo la elección de la unidad utilizada.

Puesto que aún con un mismo sistema de magnitudes las **unidades** pueden ser muy variadas, también se han adoptado acuerdos internacionales respecto a ellas.

El **Sistema Internacional de Unidades** (**SI**) está basado en el **Sistema Internacional de Magnitudes**, incluye las **unidades básicas** correspondientes a cada magnitud básica y sus **símbolos** (Tabla 1.1), así como los **múltiplos y submúltiplos** de las unidades (Tabla 1.2).

Consideremos tres **unidades de longitud** comúnmente utilizadas: metro, centímetro y pie. El metro y el centímetro pertenecen al **SI**, mientras que el pie no. Por su parte, el metro es una **unidad base**, pero el centímetro no, éste es una **unidad derivada** del metro, un **submúltiplo decimal** suyo.

Los **múltiplos** y **submúltiplos** de las unidades también se han acordado internacionalmente. Ellos se utilizan tanto con las unidades base como con las derivadas, se forman multiplicando o dividiendo la unidad dada por un número entero. En la tabla 1.2 aparecen: los **factores** por los que debe multiplicarse para formar los **múltiplos y submúltiplos decimales** del Sistema Internacional, los **prefijos** que en tales casos hay que añadir a los nombres de las unidades y sus **símbolos**, así como el **nombre de la unidad** que resulta.

Tabla 1.2. Múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades en el Sistema Internacional. Se han realtado en negrita los prefijos más utilizados.

PREFIJO	SÍMBOLO	FACTOR	EQUIVALENCIA EN UNIDADES
yotta	Y	$10^{24} = 1000000000000000000000000$	TRILLÓN
zetta	Z	$10^{21} = 1000000000000000000000$	MIL MILLONES DE BILLONES
exa	E	$10^{18} = 1000000000000000000$	MILLÓN DE BILLONES
peta	P	$10^{15} = 1000000000000000$	MIL BILLONES
tera	T	$10^{12} = 1000000000000$	BILLÓN
giga	G	$10^{9} = 1000000000$	MIL MILLONES
mega	M	$10^{6} = 1000000$	MILLÓN
kilo	k	$10^{3} = 1000$	MIL
hecto	h	$10^{2} = 100$	CIEN
deca	da	$10^{1} = 10$	DIEZ
unidad	1	$10^{0} = 1$	UNO
deci	d	$10^{-1} = 0.1$	DÉCIMA
centi	c	$10^{-2} = 0.01$	CENTÉSIMA
mili	m	$10^{-3} = 0.001$	MILÉSIMA
micro	μ	$10^{-6} = 0.000001$	MILLONÉSIMA
nano	n	$10^{-9} = 0.000000001$	MIL MILLONÉSIMA
pico	p	$10^{-12} = 0.000000000001$	BILLONÉSIMA
femto	f	$10^{-15} = 0.000000000000001$	MIL BILLONÉSIMA
atto	a	$10^{-18} = 0.000000000000000001$	MILLÓN BILLONÉSIMA
zepto	z	$10^{-21} = 0.000000000000000000001$	MIL MILLÓN BILLONÉSIMA
yocto	y	$10^{-24} = 0.000000000000000000000001$	TRILLONÉSIMA

Uno de los procedimientos para convertir de unas unidades a otras es el siguiente:

1) Primero se busca una equivalencia que relacione la unidad que se tiene y la unidad deseada.

Por ejemplo: Convertir 432 cm a m.

$1\text{ m} = 100\text{ cm}$ ← equivalencia

2) Luego se escribe la cantidad a convertir y se iguala a sí misma.

$432\text{ cm} = 432\text{ cm}$

3) Posteriormente se multiplica por una fracción formada por la equivalencia obtenida en el paso (1), que cumpla con lo siguiente:

a) Si la unidad de partida se encuentra en el numerador, al formar la fracción por la que se multiplica, dicha unidad debe escribirse en el denominador de tal modo que se pueda eliminar.

$$432\text{ cm} = 432\ \cancel{\text{cm}} \times \frac{1\text{ m}}{100\ \cancel{\text{cm}}}$$

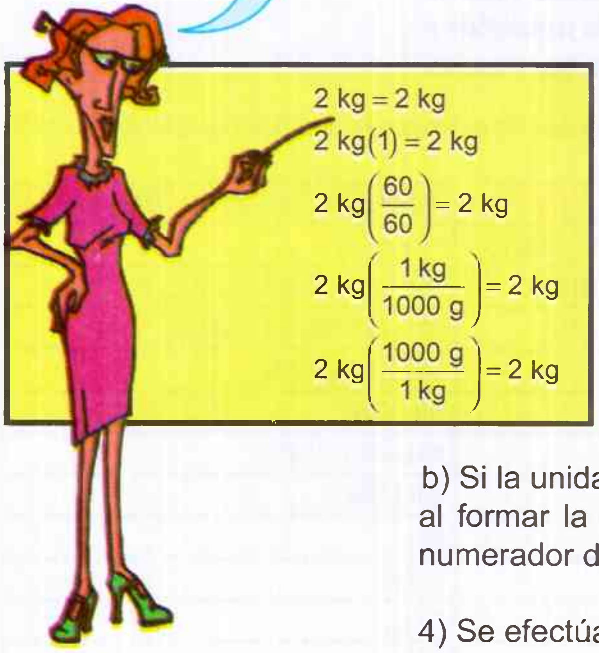
b) Si la unidad de partida se encuentra en el denominador, al formar la fracción la misma unidad debe quedar en el numerador de tal forma que se pueda eliminar.

4) Se efectúan las operaciones indicadas.

$432\text{ cm} = 4.32\text{ m}$

Cualquier cantidad multiplicada por 1, no cambia

En una división, si el númerador es igual al denominador, el resultado es 1.



$$2\text{ kg} = 2\text{ kg}$$
$$2\text{ kg}(1) = 2\text{ kg}$$
$$2\text{ kg}\left(\frac{60}{60}\right) = 2\text{ kg}$$
$$2\text{ kg}\left(\frac{1\text{ kg}}{1000\text{ g}}\right) = 2\text{ kg}$$
$$2\text{ kg}\left(\frac{1000\text{ g}}{1\text{ kg}}\right) = 2\text{ kg}$$

Ejemplo 1.1. Se sabe que la altura de un estudiante es 1.67 m, ¿cómo expresarla en centímetro?

$1\text{ m} = 100\text{ cm}$ ← equivalencia

$$1.67\text{ m} = 1.67\ \cancel{\text{m}} \times \frac{100\text{ cm}}{1\ \cancel{\text{m}}}$$

$1.67\text{ m} = 167\text{ cm}$

Ejemplo 1.2. Se tiene una tabla de 45 cm de longitud, ¿cómo expresar dicha longitud en metro?

$1\ \text{m} = 100\ \text{cm}$ ⇐ equivalencia

$$45\ \text{cm} = 45\ \cancel{\text{cm}} \times \frac{1\ \text{m}}{100\ \cancel{\text{cm}}}$$

$$45\ \text{cm} = 0.45\ \text{m}$$

Ejemplo 1.3. Un sobre contiene 425 g de café, ¿cómo expresar dicha masa en kilogramo?

$1\ \text{kg} = 1000\ \text{g}$ ⇐ equivalencia

$$425\ \text{g} = 425\ \cancel{\text{g}} \times \frac{1\ \text{kg}}{1000\ \cancel{\text{g}}}$$

$$425\ \text{g} = 0.425\ \text{kg}$$

Ejemplo 1.4. Una canica tiene un diámetro de 15 mm ¿cómo expresar su diámetro en centímetro?

$1\ \text{cm} = 10\ \text{mm}$ ⇐ equivalencia

$$15\ \text{mm} = 15\ \cancel{\text{mm}} \times \frac{1\ \text{cm}}{10\ \cancel{\text{mm}}}$$

$$15\ \text{mm} = 1.5\ \text{cm}$$

Ejemplo 1.5. Una de las pesas empleadas en una balanza tiene una masa de 500 mg ¿cómo expresarla en gramo?

$1\ \text{mg} = 0.001\ \text{g}$ ⇐ equivalencia

$$500\ \text{mg} = 500\ \cancel{\text{mg}} \times \frac{0.001\ \text{g}}{1\ \cancel{\text{mg}}}$$

$$500\ \text{mg} = 0.500\ \text{g}$$

¿Cómo se establecieron las **unidades patrones** o **estándares**, es decir, aquellas utilizadas por diferentes países, o internacionalmente? En particular, ¿cómo se definen las unidades patrones de longitud, tiempo y masa? Resulta que ello ha variado mucho a lo largo de la historia.

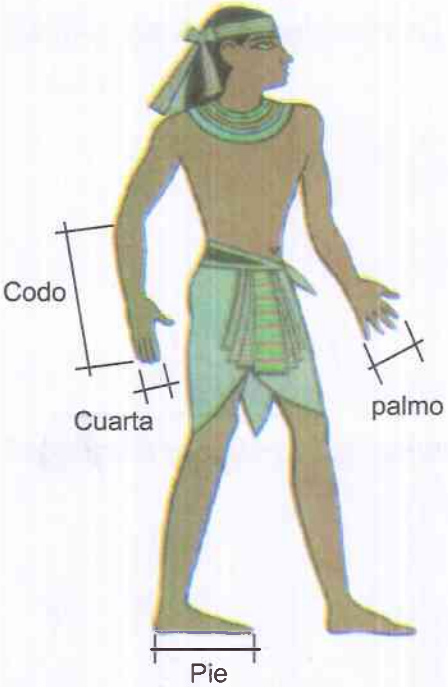


Fig.1.14. Muchas unidades se basaron en partes del cuerpo. Los egipcios usaban el codo, la cuarta, el palmo y el pie.

Antiguamente para definir **unidades patrones** de longitud se empleaban partes del cuerpo. Se usaron el **codo**, la **cuarta**, el **palmo**, el **pie**, la **brazada** (Fig. 1.14 y 1.15). Una unidad mucho mayor que las anteriores era el **estadio**, distancia del surco que un buey podía arar sin descansar.

En el siglo XII, Enrique I rey de Inglaterra, estableció que la **yarda** sería la distancia entre su nariz y el extremo del dedo anular de su brazo extendido, y en el siglo XIV Eduardo II, otro monarca inglés, decretó que la pulgada oficial sería igual a tres granos de cebada, tomados de la mitad de la espiga y colocado uno después del otro y el **pie** igual a 12 de esas pulgadas.

Obviamente, todas esas definiciones de la unidad de longitud eran inexactas, dependían mucho de las personas que servían de referencia o de las circunstancias.

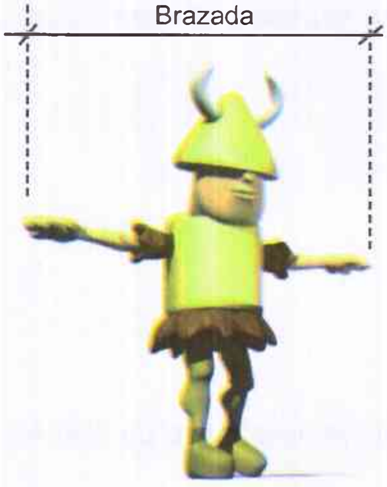
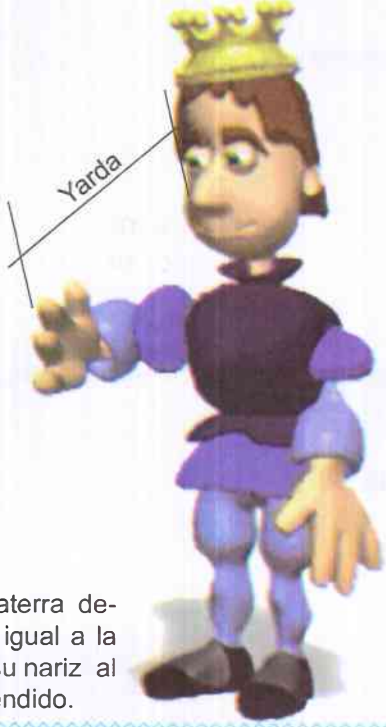


Fig.1.15. Brazada, longitud de los brazos extendidos de un vikingo.



En 1120, el rey de Inglaterra decretó que la yarda sería igual a la distancia de la punta de su nariz al extremo de su brazo extendido.

Para medir el tiempo, el hombre primitivo utilizó como unidades las **lunas y** los **soles**. Como unidades de masa se emplearon, y en algunos países continúan usándose en ciertos tipos de actividades, la masa de cargas que habitualmente llevaban las personas, como **arrobas** y **quintales**.

Por otra parte, en los diferentes países eran utilizados distintos sistemas de unidades, lo que traía dificultades a medida que se ampliaban las relaciones internacionales, especialmente en el comercio. También se hacían difíciles la comunicación y el intercambio en las esferas científica y tecnológica. Es claro que era conveniente adoptar un sistema universal, que utilizaran todos los países. Las **unidades patrones** de ese sistema deberían cumplir los requisitos de ser:

prácticas e invariables.
fáciles de reproducir.
lo más exactas posible.
universales.

En 1795 se introduce en Francia el **Sistema Métrico Decimal**, que debe su nombre a la unidad de longitud, el **metro**. Poco a poco es incorporado por la mayoría de los países.

En 1960 en la XI Conferencia General de Pesas y Medidas, celebrada en París, por acuerdo internacional se adoptó el **Sistema Internacional de Unidades** (**SI**), el cual tiene su antecedente en el **Sistema Métrico Decimal**. Dicho sistema ha continuado desarrollándose, en particular, en 1971 se incorporó la séptima unidad base, el **mol**, y se han redefinido varias veces las **unidades patrones** de longitud y tiempo, o sea, el metro y el segundo. Aunque hoy día el sistema internacional de unidades es el más extendido en el mundo, aún hay algunos países que emplean otros. Por ejemplo, en los Estados Unidos de Norte América, utilizan la **milla** en lugar del **kilómetro** y la libra en lugar del **kilogramo**.

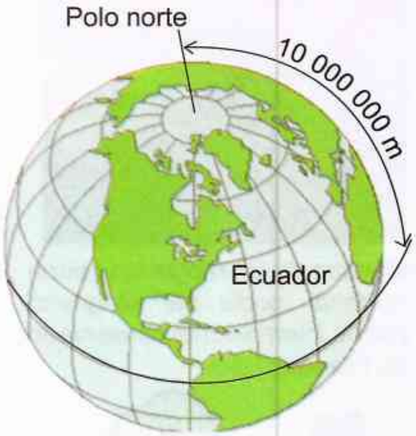
En la actualidad una de las características más importantes del **SI** es que, con excepción del kilogramo, **sus unidades patrones** están definidas **a partir de fenómenos físicos fundamentales**, por lo que en principio esos patrones son invariables a través del tiempo, reproducibles y universales.

Veamos como se definen el **metro**, el **segundo** y el **kilogramo**.

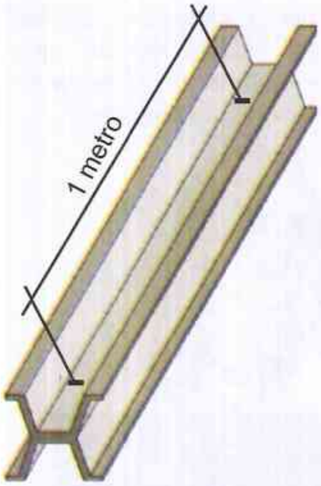
El **metro**, la unidad básica de longitud en el SI, se estableció originalmente en 1791 como la diez millonésima parte de la distancia del Ecuador al Polo Norte a lo largo del me-

Comenta cada una de las cuatro características que debe cumplir un sistema internacional de unidades.

En 1896 el presidente Porfirio Díaz decretó que México utilizara el sistema métrico decimal, antecedente del SI.



Originalmente el metro se definió en 1791 como 10^{-7} de la distancia del Ecuador al Polo Norte a lo largo del meridiano que pasa por París.



En 1889 se construyó un metro patrón, que consistió en la distancia entre dos trazos realizados en una barra de platino iridiado, de sección en forma de X para evitar deformaciones.

Muestra de un kilogramo patrón nacional, copia del kilogramo patrón internacional conservado en Francia.

ridiano que pasa por París. Tomando esa definición como referencia, en 1889 se construyó un **patrón** de metro, que consistió en la distancia entre dos trazos en una barra de platino iridiado. Desde entonces se ha redefinido varias veces, con el propósito de cumplir cada vez mejor los requisitos exigidos a las definiciones de las unidades. La definición actual, de 1983, se realiza **a partir de un fenómeno físico**: la distancia recorrida por la luz en el vacío durante 1/299 792 458 s (aprox. 3.34 ns).

Por su parte, la unidad básica de tiempo, **el segundo**, era definida a partir del **día solar medio**; pero desde 1967 se define como 9 192 631 770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del isótopo 133 del átomo de cesio (133 Cs), medidos a 0 K. También, un fenómeno físico.

El **kilogramo**, como hemos dicho, aún no ha podido definirse a partir de un fenómeno físico, continúa siendo “la masa del prototipo internacional del kilogramo”, un cilindro de platino e iridio almacenado en una caja fuerte de la Oficina Internacional de Pesos y Medidas, el cual fue construído en 1879 y declarado como la unidad patrón de masa en 1889. Se afirma que dicho patrón ha perdido alrededor de cincuenta microgramos (5×10^{-5} g) en los pasados 100 años, por causas aún desconocidas. Actualmente se realizan experimentos para intentar definir el kilogramo de modo similar que el resto de las unidades basicas del **SI**, partiendo de algún fenómeno físico.

Conversión de unidades

Puesto que, como hemos dicho, junto al **SI** todavía se utilizan otros sistemas de unidades, con frecuencia se hace necesario convertir las unidades de un sistema a las de otro. En la tabla1.3 se presentan las equivalencias entre unidades de diversos sistemas. Para pasar de unas a otras se utiliza el mismo procedimiento indicado anteriormente.

¿Será el kilogramo una unidad base o un múltiplo del gramo? Argumenta tu respuesta.

Resume los elementos esenciales de la evolución que han tenido las unidades de medición de longitud, tiempo y masa.

Tabla 1.3. Equivalencias entre unidades de diversos sistemas.

LONGITUD

UNIDAD	cm	metro	km	pulgada	pie	milla
1 centímetro	1	0.01	0.00001	0.3937	0.03281	6.214×10^{-6}
1 metro	100	1	0.001	39.37	3.281	6.214×10^{-4}
1 kilómetro	100000	1000	1	39370	3281	0.6214
1 pulgada	2.540	0.0254	0.0000254	1	0.08333	1.578×10^{-5}
1 pie	30.48	0.3048	0.0003048	12	1	1.894×10^{-4}
1 milla terrestre	160900	1609	1.609	63360	5280	1

MASA

UNIDAD	g	kg	oz	lb	tonelada
1 gramo	1	0.001	0.03527	0.002205	0.000001
1 kilogramo	1000	1	35.27	2.205	0.001
1 onza	28.35	0.0284	1	0.0625	2.84×10^{-5}
1 libra	453.51	0.4535	16.00	1	4.54×10^{-4}
1 tonelada	1000000	1000	35270	2205	1

TIEMPO

UNIDAD	año	día	hora	minuto	segundo
1 año	1	365.26	8.766×10^{3}	5.259×10^{5}	3.156×10^{7}
1 día	2.738×10^{-3}	1	24	1440	8.640×10^{4}
1 hora	1.141×10^{-4}	4.167×10^{-2}	1	60	3600
1 min	1.901×10^{-6}	6.944×10^{-4}	1.667×10^{-2}	1	60
1 s	3.169×10^{-8}	1.157×10^{-5}	2.778×10^{-4}	1.667×10^{-2}	1

1 milla náutica = 1.852 km

$1 \text{ nudo} = 1\ \dfrac{\text{milla náutica}}{\text{h}}$

1 braza = 1.8288 m

1 galón = 3.785 litros

1 yarda = 3 pies

1 codo = 0.5 yardas

1 lustro = 5 años

1 década = 10 años

1 siglo = 100 años

1 kgf = 9.8 N

1 lbf = 4.45 N

1 slug = 14.59 kg

1 UTM = 9.8 kg

UTM = unidad técnica de masa

Verifica si las afirmaciones realizadas por la dama y el caballero de la figura 1.13 son equivalentes.

Ejemplo 1.6. ¿Cómo expresar la altura del estudiante del ejemplo 1.1 (1.67 m) en pie?

$1\ \text{m} = 3.281\ \text{pie}$

$$1.67\ \text{m} = 1.67\ \cancel{\text{m}} \times \frac{3.281\ \text{pie}}{1\ \cancel{\text{m}}}$$

$1.67\ \text{m} = 5.48\ \text{pie}$

Ejemplo 1.7. ¿Cuál será la longitud de la tabla del ejemplo 1.2, (45 cm) en pulgada?

$1\ \text{pulgada} = 2.54\ \text{cm}$

$$45\ \text{cm} = 45\ \cancel{\text{cm}} \times \frac{1\ \text{pulgada}}{2.54\ \cancel{\text{cm}}}$$

$45\ \text{cm} = 18\ \text{pulgada}$

Ejemplo 1.8. Expresa en libra la masa de un sobre de café de 425 g.

$1\ \text{libra} = 453.51\ \text{g}$

$$425\ \text{g} = 425\ \cancel{\text{g}} \times \frac{1\ \text{libra}}{453.51\ \cancel{\text{g}}}$$

$425\ \text{g} = 0.937\ \text{libra}$

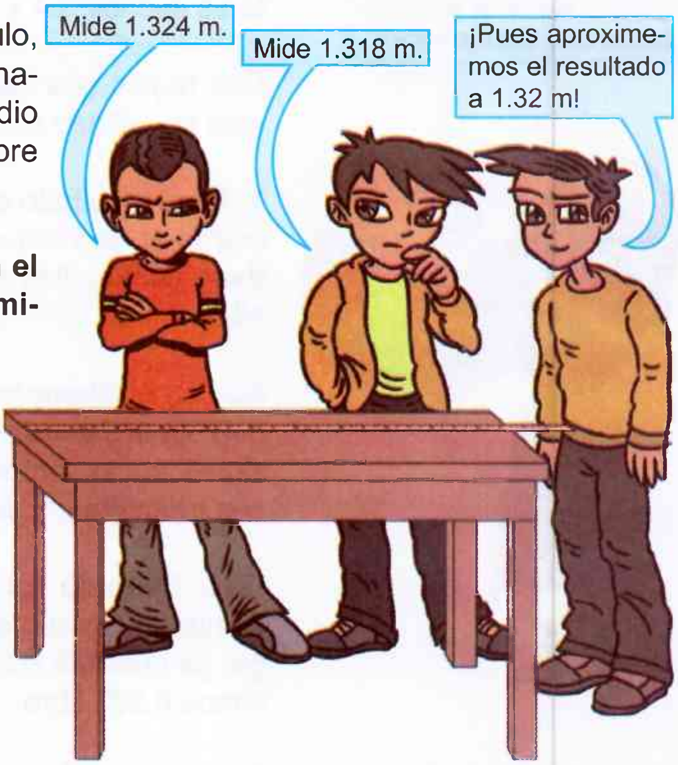
Ejemplo 1.9. ¿Cuál es en pulgada el diámetro de la canica del ejemplo 1.4 (15 mm)?

$1\ \text{pulgada} = 25.4\ \text{mm}$

$$15\ \text{mm} = 15\ \cancel{\text{mm}} \times \frac{1\ \text{pulgada}}{25.4\ \cancel{\text{mm}}}$$

$15\ \text{mm} = 0.59\ \text{pulgadas}$

1.2.2. Cifras significativas y operaciones básicas con valores aproximados.


Mide 1.324 m.
Mide 1.318 m.
¡Pues aproximemos el resultado a 1.32 m!

En relación con los problemas de cálculo, como los anteriores y otros muchos que habitualmente se realizan durante el estudio de las ciencias, es necesario que siempre tengas presente lo siguiente:

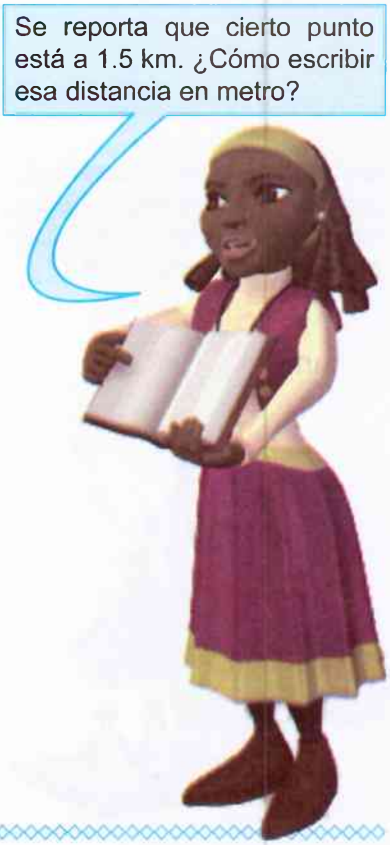
El número de cifras que se reporta en el resultado no es arbitrario, está determinado por las cifras de los datos.

Ello se debe a que los datos de los problemas representan, en realidad, resultados de mediciones. Sus cifras expresan hasta dónde se conocen las cantidades dadas. Así, en el Ejemplo 1.6 se dice que la altura del estudiante es 1.67 m. Desconocemos si es, por ejemplo, 1.674 m, 1.668 m, u otro valor similar. El valor 1.67 m pudo haberse obtenido de aproximar valores como los anteriores. No se reportó la tercera cifra decimal, porque o había duda acerca de ella, o no era importante tal precisión.

Se denominan **cifras significativas de un número** a las exactas y la primera aproximada o estimada.

El dato 1.67 m tiene tres cifras significativas, dos exactas (el 1 y el 6) y una aproximada (el 7).

Un valor como por ejemplo 0.34 m, tiene dos cifras significativas. Nota que al expresarlo en centímetro (34 cm) continúa teniendo ese mismo número de cifras significativas. Hasta dónde conocemos una cantidad, no depende de la unidad en que la expresemos, sino solo de la precisión con que fue realizada su medición. Por eso, si nos piden expresar el valor anterior en milímetro, sería incorrecto escribir 340 mm, ya que estaríamos dando tres cifras significativas, cuando en realidad la información de que disponemos solo contiene dos. Si el 4 es ya una cifra aproximada, dudosa, la siguiente no posee significado alguno. ¿Cómo expresar


Se reporta que cierto punto está a 1.5 km. ¿Cómo escribir esa distancia en metro?

Cierto punto está a 2.5 km. ¿Cómo expresar esta distancia en milla terrestre?

entonces el resultado en milímetro? En este caso lo correcto es escribir 3.4 x 10^2 mm.

Dos reglas que debes tener en cuenta al resolver problemas de cálculo son las siguientes:

1. En el resultado de una **multiplicación o división** de números aproximados se conservan tantas **cifras significativas** como cifras tenga el número con menor cantidad de ellas.

Así, en el **Ejemplo 1.6** el resultado de la multiplicación es 5.479, pero puesto que el número 1.67 tiene solo tres cifras significativas, entonces el resultado lo escribimos también con tres cifras: 5.48 pie.

En el **Ejemplo 1.8** el resultado de la división obtenido mediante una calculadora es 0.937134793058587. Sin embargo, ya que 425 g tiene solo tres cifras significativas, escribimos 0.937 libra.

2. En el resultado de una **adición o sustracción** de números aproximados se conservan tantas **cifras decimales** como tenga el número con menor cantidad de ellas.

En un recipiente se tiene 6.2 g de cierta sustancia y luego se añade 2.31 g ¿Cómo ha de reportarse la masa total?

Observa que la regla para la adición y sustracción no involucra a las cifras significativas, sino a las decimales. Como ejemplo, imaginemos que sumamos los valores 3.4 cm y 2.23 cm. La operación da el resultado 5.63 cm, sin embargo, puesto que 3.4 cm tiene una sola cifra decimal, el resultado debemos escribirlo también con una sola cifra decimal, es decir, 5.6 cm.

Cabe advertir que si un resultado es obtenido a partir de una serie de resultados intermedios, entonces éstos deben conservar por lo menos una cifra más que la que tendrá el resultado final, de lo contrario se perdería información. El redondeo a la cantidad de cifras indicadas por la reglas anteriores solo debe hacerse al final.

Por último señalemos que esas reglas son solo aproximadas. En el apartado **1.2.4. Incertidumbre de las mediciones**, se profundizará en el tema.

1.2.3. Mediciones.

En este apartado consideraremos las cuestiones:

¿En qué consiste la medición? ¿Qué diferencias hay entre las mediciones en la ciencia, la tecnología y en la vida diaria?

Rara vez pasa un día sin que nos sirvamos de mediciones, aunque a veces ni siquiera seamos conscientes de ello. Por ejemplo, cada vez que leemos la hora estamos midiendo tiempo. El reloj es un instrumento de medición. Longitud y masa son otras dos magnitudes medidas con mucha frecuencia. Probablemente tú mismo has medido tu estatura y tu masa en varias ocasiones.

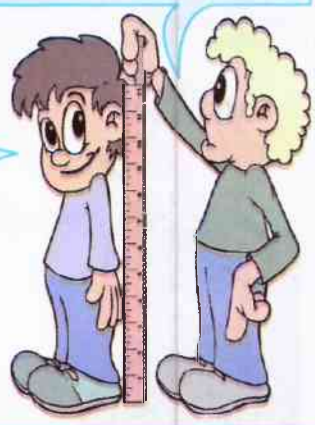
Medición es el proceso en el cual, a partir de un **procedimiento práctico** y **ciertas reglas**, se obtiene **información cuantitativa** sobre determinada magnitud. Durante ella generalmente se utilizan **instrumentos**.

Las mediciones pueden ser **directas** e **indirectas**. En las primeras los valores de las magnitudes simplemente se leen en los instrumentos. Ejemplos comunes de ellas son la medición de longitud mediante una regla graduada, la de masa utilizando una balanza y la de tiempo empleando un reloj.

En una medición indirecta el resultado se halla a partir de mediciones directas, usualmente utilizando una ecuación, la cual se denomina **ecuación de medición**.

Ejemplos simples de mediciones indirectas son la medición del área de una habitación a partir de su largo a y su ancho b, empleando la ecuación $A = ab$, y la del volumen de un cuerpo rectangular mediante la ecuación $V = abc$, donde a,

Menciona ejemplos, diferentes a los del texto, de magnitudes frecuentemente medidas en la vida diaria.



En el concepto de medición expresado en el texto se han destacado varios aspectos clave. Ilústralos utilizando, por ejemplo, el caso de la medición de cierta longitud con una regla graduada.

Mide el área y el volumen de la habitación donde duermes. ¿Es una medición directa o indirecta?

b y *c* son las longitudes de sus lados (largo, ancho y alto).

Las mediciones también pueden ser **únicas** o **múltiples**. La conveniencia de múltiples mediciones está determinada por el hecho de que muchas veces al repetir la medición se obtienen valores ligeramente diferentes. Es cierto que si con una misma cinta métrica repetimos la medición de la longitud de una mesa, probablemente siempre obtengamos el mismo valor, pero si, por ejemplo, mediante un cronómetro medimos varias veces la duración de la oscilación de un cuerpo que cuelga, difícilmente todos los valores coincidan. Posiblemente los resultados tampoco coincidan si, utilizando un instrumento de precisión, como por ejemplo un micrómetro, se mide el diámetro de un alambre por diferentes lugares. En tales casos, para caracterizar la cantidad medida suele emplearse la **media aritmética**, también llamada simplemente **media**.

Ata un clip al extremo de un hilo. Cuelga el hilo con el clip de algún lugar y házlo oscilar. Con ayuda de un cronómetro mide repetidas veces el tiempo que dura una oscilación. Deja que otra persona repita la operación. ¿Son iguales los resultados?

Hasta ahora nos hemos estado refiriendo a las mediciones en general. Pero como ya mencionamos, las que se realizan en la ciencia y la tecnología se distinguen de las llevadas a cabo en la vida cotidiana. ¿En qué se diferencían?

En primer lugar por el **propósito** con que se realizan. Como las demás actividades del trabajo científico, tienen el objetivo de contribuir a **profundizar en el estudio** que se lleva a cabo, ayudar a **responder alguna interrogante formulada** o a **validar cierta suposición**.

En segundo lugar, es necesario tener en cuenta que si bien en la vida diaria el resultado de las mediciones se reporta como una cantidad única, en realidad dicho valor es solo una **estimación de la cantidad medida**. Las variaciones en los resultados de mediciones como las mencionadas anteriormente, del diámetro de un alambre y de la duración de la oscilación de un cuerpo que cuelga, así lo evidencían. El resultado de toda medición (excepto el de algunas que consisten simplemente en contar objetos) siempre está afectado, pues, de cierta **incertidumbre**.

A diferencia de la vida cotidiana, en la ciencia se exige **información sobre esa incertidumbre**. En otras palabras, no se reporta un valor único como resultado de una me-

dición, sino **un intervalo dentro del cual, con cierta probabilidad se encuentra el valor de la magnitud medida**.

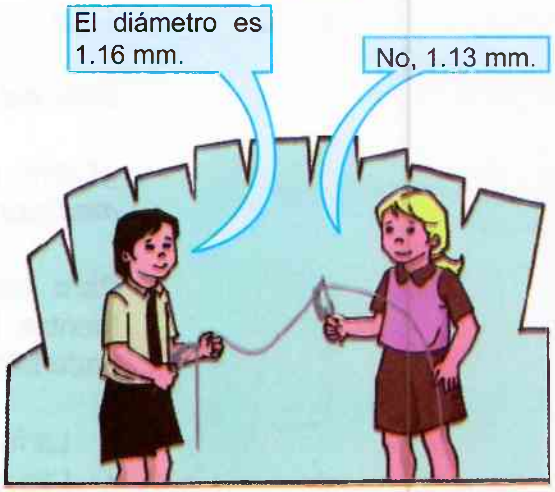

El diámetro es 1.16 mm.
No, 1.13 mm.

Fig. 1.16. Dos jóvenes miden el diámetro de un alambre con un micrómetro cada uno en diferentes puntos del alambre.

Al informar el resultado de una medición se requiere dar al menos dos valores, uno que fija la **posición del intervalo** y otro que **informa su tamaño**. Por ejemplo, el resultado de la medición del diámetro de un alambre pudiera ser:

$D = (1.16 \pm 0.03)$ mm

Ello significa que el intervalo reportado está entre 1.13 mm y 1.19 mm. A veces el resultado también se escribe en la forma $D = 1.16(0.03)$ mm. El valor 0.03 mm utilizado para definir el tamaño del intervalo es lo que se denomina **incertidumbre de la medición**, la cual designaremos mediante la letra *u*, (la primera letra de la palabra incertidumbre en idioma inglés, *uncertaintity*).

Observa que la incertidumbre determina el número de cifras significativas del resultado. No tendría sentido escribir, por ejemplo (1.162 ± 0.03) mm, porque ni siquiera tenemos seguridad del 6: en realidad solamente sabemos que la cifra correspondiente a la centésima debe ser una cifra entre 3 y 9 (Fig. 1.16).

Subrayemos, por último, que la ciencia y la tecnología continuamente demandan mediciones de mayor **calidad**, es decir, de **menor incertidumbre en los resultados**, y permanentemente **diseñan procedimientos** e **instrumentos** para lograrlo.

La realización de mediciones y la evaluación de la incertidumbre de sus resultados es un problema tan complejo, que ha dado lugar a toda una rama de la ciencia y la tecnología: la **Metrología**.

Intenta mencionar situaciones diferentes a las del texto en el que al repetir la medición de una magnitud, los resultados no siempre coinciden.

Resume las diferencias entre las mediciones en la ciencia y en la vida diaria descritas en el texto e ilústralas mediante ejemplos.

1.2.4. Incertidumbre de las mediciones.

Esta vez la pregunta central será:

¿Cómo evaluar la incertidumbre en el resultado de una medición?

Para ello es necesario analizar, ante todo, sus posibles fuentes. La incertidumbre de una medición puede ser originada básicamente por:

- La falta de constancia de la propia magnitud medida.
- Las simplificaciones de la situación examinada.
- Las imperfecciones de los instrumentos de medición.
- La interacción entre el sistema de medición y el objeto de medición.

Examinemos cada una de estas fuentes de incertidumbre.

1.2.4.1 Incertidumbre debida a la falta de constancia de la magnitud medida.

Aunque la ciencia se esfuerza por encontrar cierta constancia en las magnitudes que caracterizan a los cuerpos, fenómenos y materiales, la constancia estricta es, en realidad, solo una abstracción. Ya hemos visto un ejemplo de ello, un alambre no posee exactamente el mismo diámetro a todo su largo (Fig. 1.16). Esto implica, por una parte, que no tiene sentido atribuir un valor único al diámetro del alambre y, por otra, que existirá cierta **incertidumbre** en el resultado de su medición. Otro ejemplo es el del lanzamiento de un proyetil (Fig. 1.17). Por mucho que nos esforcemos en repetir los lanzamientos en idénticas condiciones, los impactos con el suelo no siempre ocurrirán en el mismo lugar, sino que se distribuirán en una zona. Por consiguiente, si en un lanzamiento el proyectil alcanza cierta distancia, ello no asegura que en el siguiente lanzamiento la distancia sea la misma. Esto provoca una incertidumbre en la medición del alcance del proyectil.

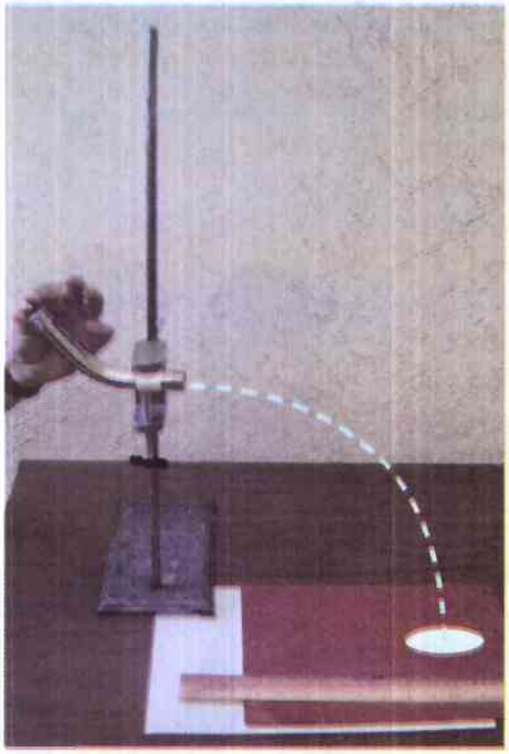


Fig. 1.17. Aunque nos esforcemos en que los lanzamientos sean idénticos, los impactos con el suelo se distribuyen en cierta área.

Cabe señalar que esa falta de constancia de las magnitudes no es solo característica de cuerpos y fenómenos producidos por el hombre, sino también de cuerpos y fenómenos naturales. Así, como conoces, la Tierra, nuestro planeta, no es una esfera perfecta, la distancia de su centro geométrico a la superficie es variable, en particular aumenta en unos 21 km al pasar de los polos al ecuador. Como ejemplo de fenómeno natural en que constantemente cambia la magnitud medida mencionemos la desintegración radiactiva. El número de partículas alfa emitidas por el material radiactivo, en determinado intervalo de tiempo, digamos diez segundos, no siempre es el mismo, varía alrededor de cierto valor.

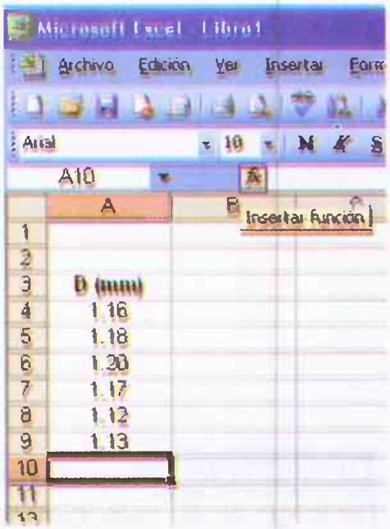
Cuando los valores de la magnitud dada varían ligeramente pero de modo **arbitrario** al repetir la medición, aumentado o disminuyendo, como el diámetro del alambre, el alcance del proyectil o el número de partículas alfa emitidas en determinado intervalo de tiempo, se dice que sus variaciones son **aleatorias**.

En estos casos los resultados de las mediciones pueden **procesarse estadísticamente**. Como resultado de la medición suelen informarse **la media** y **cierto parámetro** que establece el ancho del intervalo y **caracteriza la incertidumbre**. Ya sabes que **la media** de una serie de n valores x_i se calcula del siguiente modo:

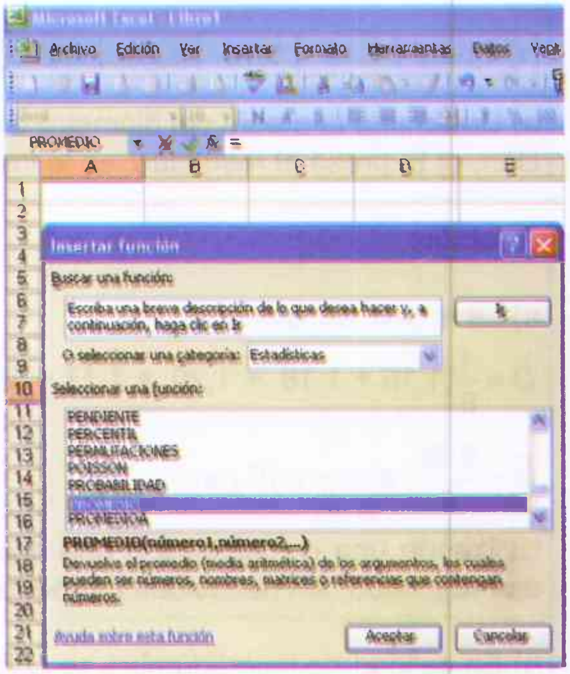
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

Por su parte, el parámetro usualmente empleado en la ciencia y la tecnología para caracterizar la **incertidumbre de la medición** es la denominada **desviación estándar**, la cual se designa por el símbolo σ (letra griega sigma minúscula).

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\bar{x}-x_1)^2 + (\bar{x}-x_2)^2 + \cdots + (\bar{x}-x_n)^2}{n-1}}$$



	A
1	
2	
3	D (mm)
4	1.16
5	1.18
6	1.20
7	1.17
8	1.12
9	1.13
10	



Buscar una función:

Escriba una breve descripción de lo que desea hacer y, a continuación, haga clic en Ir

O seleccionar una categoría: Estadísticas

Seleccionar una función:

PENDIENTE
PERCENTIL
PERMUTACIONES
POISSON
PROBABILIDAD
PROMEDIO
PROMEDIOA

PROMEDIO(número1,número2,...)

Devuelve el promedio (media aritmética) de los argumentos, los cuales pueden ser números, nombres, matrices o referencias que contengan números.

Para calcular la media de una serie de valores: a) escríbelos en una columna y a continuación haz clic en la celda inmediatamente debajo del último valor y luego en el icono de función (f_x). b) En el cuadro que aparece selecciona la categoría **Estadísticas** y dentro de ella **PROMEDIO**. Haz clic en **Aceptar**.

Para calcular la desviación estándar, sigue el mismo procedimiento, pero selecciona **DESVEST** en lugar de **PROMEDIO**.

El díametro se reporta como:

$$D = \bar{x} \pm \sigma$$

Esta fórmula parece complicada y, en efecto, si se realizaran las operaciones paso a paso el procedimiento resultaría engorroso. Sin embargo, como es un parámetro tan frecuentemente utilizado, en la actualidad la mayoría de las calculadoras y programas informáticos traen incorporada una función para realizar los cálculos automáticamente a partir de los datos. El cálculo de la media también puede ser efectuado automáticamente, mediante otra función.

Ejemplo 1.10. Se realizaron mediciones del diámetro de un alambre en varios puntos a lo largo de él, seleccionados al azar. Los resultados se muestran en la tabla siguiente:

D (mm)	1.16	1.18	1.20	1.17	1.12	1.13

a) Determina la media del diámetro del alambre, b) calcula la incertidumbre de la medición, c) Expresa el resultado en la forma convencional e interprétalo.

Solución:

a) La **media** del diámetro es:

$$\bar{D} = \frac{1}{6}(1.16 + 1.18 + 1.20 + 1.17 + 1.12 + 1.13)\ \text{mm}$$

$$\bar{D} = \frac{6.96}{6}\ \text{mm} = 1.16\ \text{mm}$$

Utilizando una calculadora o una hoja de cálculo podemos obtener automáticamente ese resultado, sin necesidad de realizar las operaciones descritas.

b) En calidad de incertidumbre se utiliza la desviación estándar, la cual calculamos automáticamente:

$$\sigma = 0.03\ \text{mm}$$

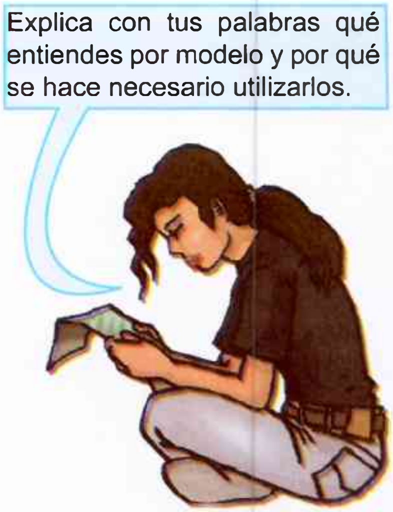
c) El resultado de la medición se expresa, pues, como:

$$D = (1.16 \pm 0.03)\ \text{mm} \quad \text{o} \quad D = 1.16(0.03)\ \text{mm}$$

Esto significa que existe gran probabilidad de que el diámetro del alambre se encuentre entre 1.13 mm y 1.19 mm

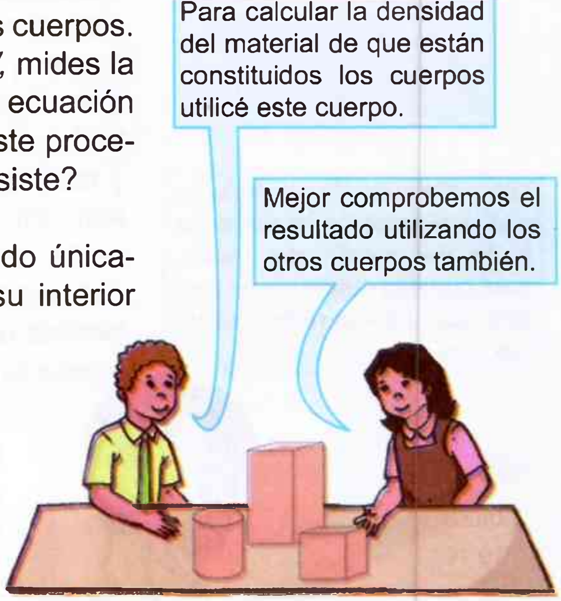
1.2.4.2. Incertidumbre originada por las simplificaciones de la situación examinada.

Las situaciones reales son extremadamente complejas, en ellas intervienen infinidad de factores, imposibles de tener en cuenta en su totalidad. Por eso, al estudiarlas, el hombre se ve en la necesidad de representarlas **simplificadamente**, o sea mediante **modelos**, los cuales constituyen solo una aproximación a la situación. Las simplificaciones pueden consistir en no tener en cuenta fuerzas de rozamiento, masa de cuerdas y poleas, impurezas o defectos de los materiales, etc. Estas simplificaciones facilitan el estudio, pero originan incertidumbre en las mediciones.


Explica con tus palabras qué entiendes por modelo y por qué se hace necesario utilizarlos.

Como ejemplo, imaginemos que te plantean hallar la densidad del material de que están constituidos ciertos cuerpos. Puesto que conoces que la densidad es $\rho = m / V$, mides la masa y el volumen de uno de ellos y mediante la ecuación anterior calculas la densidad. Sin embargo, en este proceder hay implícita una simplificación, ¿en qué consiste?

Has supuesto que el cuerpo elegido está formado únicamente por el material en cuestión; pero si en su interior quedó alguna burbuja de aire o una pequeña porción de otro material, su densidad pudiera ser ligeramente menor, o mayor, que la que se pretende calcular.


Para calcular la densidad del material de que están constituidos los cuerpos utilicé este cuerpo.
Mejor comprobemos el resultado utilizando los otros cuerpos también.

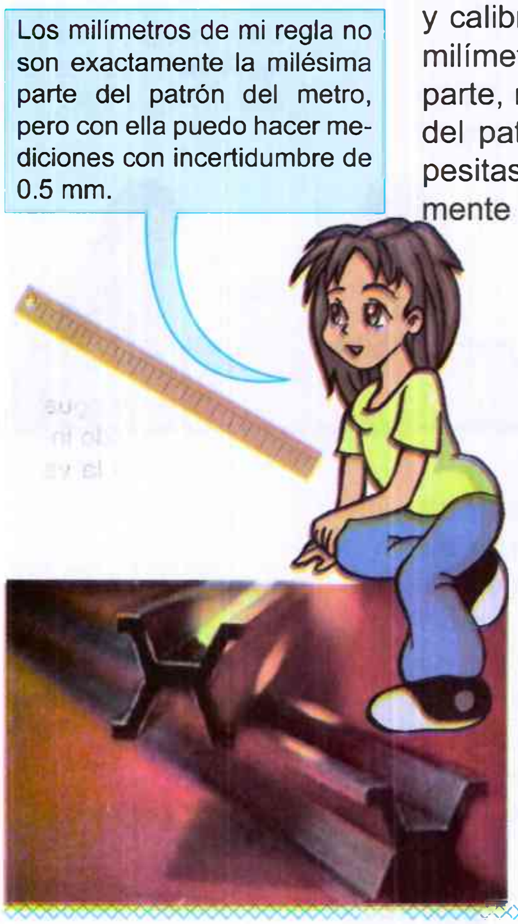
A fin de estar más seguro del resultado obtenido lo más conveniente es repetir la medición con el resto de los cuerpos.

Aprovechemos para señalar que cuando la desviación de la cantidad medida solamente es en un sentido, **o por exceso o por defecto**, se dice que la incertidumbre es debida a un **efecto sistemático**, en contraposición con el **efecto aleatorio**, que puede ser en cualquiera de los dos sentidos. Por supuesto, si la medición es única, el efecto de simplificar la situación estudiada siempre será sistemático. No obstante, si se realizan múltiples mediciones, entonces pudiera manifestarse aleatoriamente, como al medir la densidad de los diferentes cuerpos.

Los posibles efectos sistemáticos no son tan fáciles de detectar como en el ejemplo analizado anteriormente. Con frecuencia pasan inadvertidos y, además, es difícil evaluar la incertidumbre debida a ellos.

1.2.4.3. Incertidumbre originada por las imperfecciones de los instrumentos de medición.

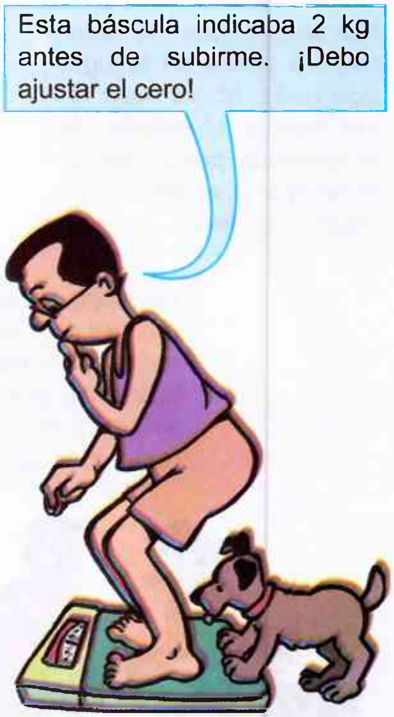
Como ya hemos señalado, a partir de las definiciones de las unidades básicas se construyen patrones. Pero obviamente esos **patrones primarios** no pueden ser utilizados directamente en las mediciones. Basándose en ellos se confeccionan **patrones secundarios**, por ejemplo nacionales, y otros que son los realmente empleados rutinariamente por organizaciones e instituciones de cada país. Con ayuda de esos patrones secundarios es que se construyen y calibran los instrumentos concretos de medición. Esto significa, por ejemplo, que una regla graduada habitual es el último eslabón de una larga cadena de copias y calibraciones, por lo que sus divisiones en centímetro y milímetro no serán exactamente la centísima y milésima parte, respectivamente, de la unidad de longitud, es decir, del patrón internacional del metro. Por similar razón, las pesitas utilizadas en una balanza tampoco poseen exactamente la masa que indican.


Los milímetros de mi regla no son exactamente la milésima parte del patrón del metro, pero con ella puedo hacer mediciones con incertidumbre de 0.5 mm.

La componente de la incertidumbre de una medición atribuida al instrumento y determinada por su calibración se denomina **incertidumbre instrumental** (u_i).

Entre el valor de cada división de un instrumento de escala -o el número de cifras en la pantalla en el caso de los digitales- y la **incertidumbre instrumental**, existe cierta correspondencia. En los de escala, comúnmente dicha incertidumbre es inferior al valor de su menor división, e incluso a la mitad de dicho valor. En principio, con una regla de cierta calidad graduada en milímetros es posible realizar mediciones con incertidumbre no mayor que 0.5 mm, o sea u_i = 0.5 mm.

Muchos instrumentos requieren ser ajustados antes de efectuar la medición. Un ajuste esencial es el **ajuste del cero**, el cual garantiza que el instrumento realmente indique una cantidad nula cuando la cantidad medida lo sea. Realizar este ajuste es indispensable en instrumentos como los de medición de magnitudes eléctricas, balanzas y cronómetros, de lo contrario puede producirse una desviación **sistemática**, o por exceso o por defecto, que afecte a todas las mediciones.

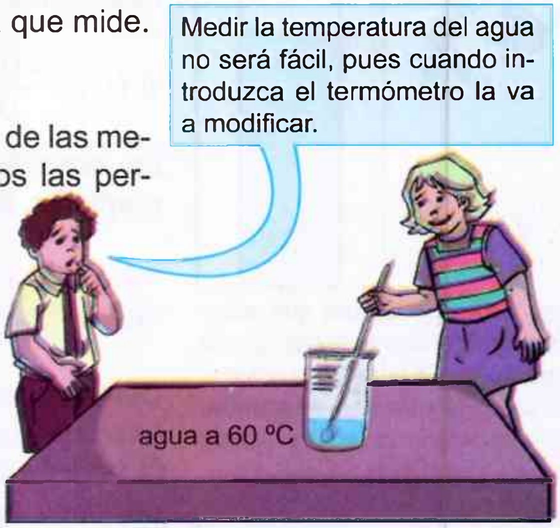

Esta báscula indicaba 2 kg antes de subirme. ¡Debo ajustar el cero!

1.2.4.4. Incertidumbre debida a la interacción entre el sistema de medición y el objeto de medición.

Un ejemplo clásico en que la interacción del instrumento con el objeto de medición altera la cantidad que se pretende medir, provocando cierta incertidumbre, es la medición de la temperatura de un cuerpo con un termómetro. Si la temperatura inicial del termómetro es inferior a la del cuerpo, éste transmite energía térmica al termómetro y su temperatura disminuye y si, por el contrario, la temperatura del termómentro es superior a la del cuerpo, entonces ocurre el proceso inverso. En cualquier caso, la interacción entre ambos ocasiona una desviación del resultado respecto a la cantidad que se pretende medir, por defecto, o exceso, es decir, **sistemática**, que es necesario tener en cuenta.

Pero lo más común es que la medición involucre no un único instrumento, sino todo un **sistema de medición**, integrado por varios **instrumentos**, **otros dispositivos** acoplados entre sí, e incluso **la propia persona** que mide. Todos ellos pueden afectar la cantidad medida.

En efecto, aunque el proceso de automatización de las mediciones es creciente, todavía en algunos casos las personas actúan como un dispositivo más. Así, supongamos que se requiere medir el intervalo de tiempo que una esferita demora en descender desde el extremo superior de un plano inclinado (Fig. 1.18). Si la esferita se sostiene con la mano y luego se deja caer, es casi inevitable que al soltarla se le imprima un pequeño impulso, en una dirección u otra, lo cual alteraría el tiempo que demora en recorrer el plano.


Medir la temperatura del agua no será fácil, pues cuando introduzca el termómetro la va a modificar.
agua a 60 °C

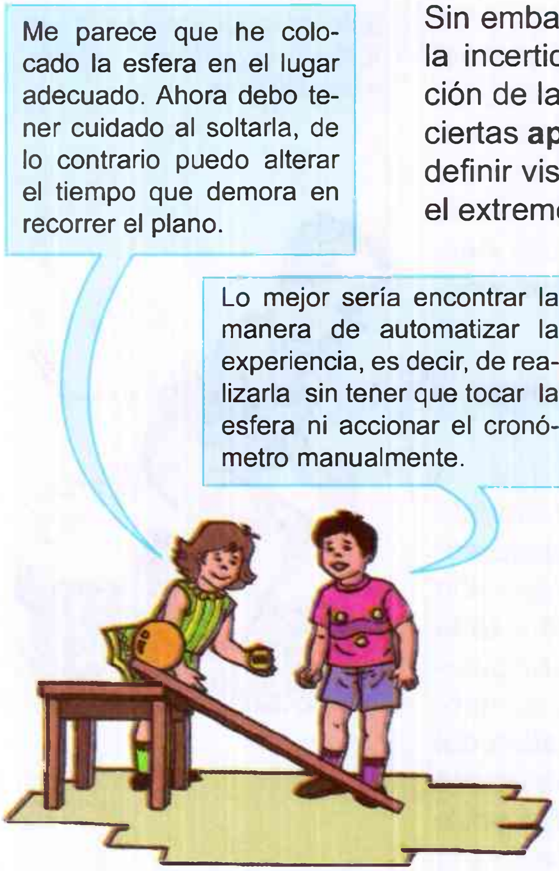

Me parece que he colocado la esfera en el lugar adecuado. Ahora debo tener cuidado al soltarla, de lo contrario puedo alterar el tiempo que demora en recorrer el plano.
Lo mejor sería encontrar la manera de automatizar la experiencia, es decir, de realizarla sin tener que tocar la esfera ni accionar el cronómetro manualmente.

Fig. 1.18. Medida del lapso de tiempo de la caída de una esfera en un plano inclinado.

Sin embargo, el efecto más frecuente de la persona sobre la incertidumbre de la medición, no se debe a la alteración de la cantidad medida, sino a la necesidad de realizar ciertas **apreciaciones**. Así, en el ejemplo anterior, es difícil definir visualmente si la esferita realmente está situada en el extremo superior del plano inclinado. Por otra parte, si el tiempo es medido accionando un cronómetro manualmente, debe sincronizarse la puesta en marcha y detención del cronómetro con el inicio y final del movimiento, lo que también depende de una apreciación. La incertidumbre originada por esta operación de sincronización puede llegar a ser 0.2 s.

La incertidumbre producida por apreciaciones también tiene lugar, por ejemplo, al emplear una regla graduada para medir longitudes y una probeta para medir volúmenes (Fig. 1.19).

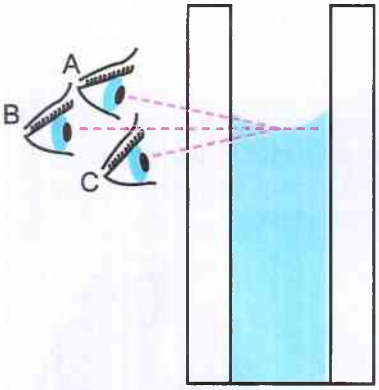


Fig. 1.19. La lectura del volumen implica una apreciación de la persona. Es necesario colocar el ojo en la posición adecuada, de lo contrario la lectura puede diferir mucho de la cantidad medida.

Para terminar este análisis de las fuentes de incertidumbre, nos referiremos a dos conceptos habitualmente utilizados: **incertidumbre absoluta** e **incertidumbre relativa**. La primera es simplemente de la que hemos estado hablando hasta ahora. Por su parte, la relativa es la razón entre la incertidumbre absoluta y el valor obtenido. Así, en el ejemplo del diámetro del alambre, la incertidumbre absoluta es, como sabes, u = 0.03 mm. Por consiguiente, la incertidumbre relativa será:

$$u_r(D)=\frac{u(D)}{D}=\frac{0.03\text{ mm}}{1.16\text{ mm}}\approx 0.026$$

La incertidumbre relativa frecuentemente se expresa en porciento. En el caso anterior es 2.6%.

1.2.4.5. Cálculo de la incertidumbre total o combinada de una medición.

Como hemos visto, en general son muy diversos los factores que contribuyen a la incertidumbre de una medición: la falta de constancia de la magnitud medida; las simplificaciones de la situación; las imperfecciones de los instrumentos; la alteración de la magnitud medida por los instrumentos, otros dispositivos y la propia persona que mide; las apreciaciones que ésta realiza.

La **incertidumbre total** o combinada (u_c) es el resultado de combinar las incertidumbres debidas a los diferentes factores que intervienen en la medición.

No obstante, si se realizan **múltiples mediciones** en lugar de una sola, la evaluación de la incertidumbre total puede facilitarse. Así, si se mide varias veces el tiempo de descenso de la esferita por el plano inclinado (Fig. 1.20), podrá constatarse que los resultados varían ligeramente y de forma aleatoria. Estas variaciones se deben a la combinación de diversos factores, entre ellos: la colocación de la esferita unas veces algo más arriba y otras algo más abajo, el ligero impulso que se le imprime al soltarla, la operación de sincronización con el cronómetro al iniciarse el movimiento y al terminar. La incertidumbre originada por todos estos efectos puede calcularse de una sola vez hallando la media y la desviación estándar de los resultados.

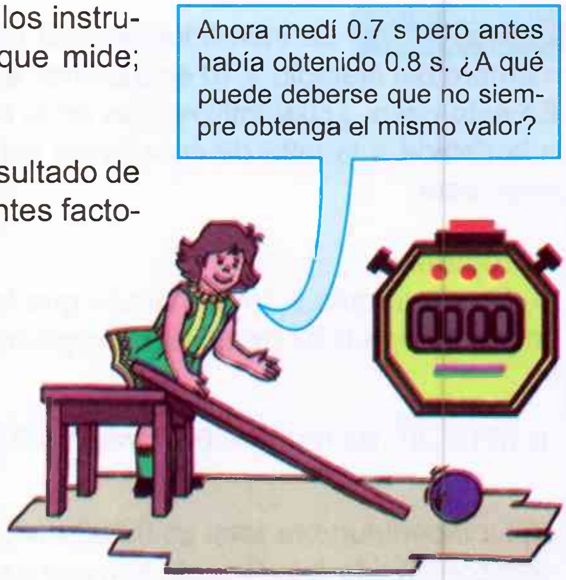

Ahora medí 0.7 s pero antes había obtenido 0.8 s. ¿A qué puede deberse que no siempre obtenga el mismo valor?
0000

Fig. 1.20. Al repetir la experiencia, no siempre se obtienen los mismos valores de tiempo.

Por consiguiente, solo resta combinar la incertidumbre **debida a los efectos aleatorios** con la **incertidumbre instrumental**, es decir, con la originada por el hecho de que el cronómetro utilizado es el resultado final de una cadena de calibraciones y, en consecuencia, sus indicaciones no corresponderán exactamente a las del patrón universal del **segundo**.

La incertidumbre debida a efectos aleatorios u_a y la incertidumbre instrumental u_i se componen no como una suma habitual, sino del siguiente modo:

$$u_c = \sqrt{u_a^2 + u_i^2}$$

Afortunadamente, con frecuencia sucede que una de las componentes de la incertidumbre es bastante menor que la otra, en cuyo caso puede no tomarse en cuenta a la hora de calcular la incertidumbre total.

Ejemplo 1.11. La incertidumbre del instrumento con que fue medido el diámetro del alambre del ejemplo 1.10 es 0.01mm. a) Calcula la incertidumbre total de la medición, b) En este caso, ¿cuál influye más en la incertidumbre total, la incertidumbre instrumental o la debida a la falta de constancia del diámetro a lo largo del alambre? Argumenta tu respuesta.

Solución:

a) En el ejemplo 1.10 se calculó que la incertidumbre aleatoria de la medición del diámetro es $u_a = 0.03$ mm. Por consiguiente, la incertidumbre total será:

$$u_c(D) = \sqrt{(0.03\text{ mm})^2 + (0.01\text{ mm})^2} \approx 0.032\text{ mm}$$

b) La incertidumbre total es 0.032 mm, valor muy próximo a 0.03 mm, que es la incertidumbre debida a la falta de constancia del diámetro. Por consiguiente, en este caso la influencia de la incertidumbre instrumental es despreciable.

Hasta ahora nos hemos referido al cálculo de la incertidumbre total en el caso de una medición directa, pero ¿cómo calcularla cuando la medición es indirecta? En otras palabras, ¿cómo influyen las incertidumbres de las mediciones directas en la incertidumbre del resultado final?

¿En qué caso será menor la incertidumbre, al medir la longitud de una mesa por tramos o de una sola vez? Argumenta.

Comencemos por una situación que involucra solo **sumas y diferencias**. Dos ejemplos pudieran ser: a) la determinación de cierta longitud L a partir de las mediciones de las longitudes de dos tramos, L_1 y L_2, mediante la ecuación $L = L_1 + L_2$; b) la determinación de la masa de agua m_a que hay en un recipiente, a partir de las mediciones de la masa del recipiente con agua m_T y sin ella m_R, utilizando la ecuación $m_a = m_T - m_R$.

En situaciones como éstas, en que se trata de **sumas y diferencias**, la incertidumbre total se halla calculando la **raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las incertidumbres de las mediciones directas**.

$$u(L) = \sqrt{[u(L_1)]^2 + [u(L_2)]^2}$$

$$u(m_a) = \sqrt{[u(m_T)]^2 + [u(m_R)]^2}$$

Si la situación involucra más de dos terminos, simplemente se agregan en la raíz cuadrada los cuadrados de las incertidumbres absolutas de las mediciones directas.

$$u(L)=\sqrt{\left[u(L_1)\right]^2+\left[u(L_2)\right]^2\cdots+\left[u(L_n)\right]^2}$$

Para determinar la masa de líquido contenido en un vaso de precipitados, se midió la masa del vaso, primero con el líquido y luego sin él. Los resultados fueron (137 ± 1) g y (116 ± 1) g. ¿Cuál era la masa del líquido? ¿Cuál la incertidumbre del resultado?

¿Y cómo proceder cuando la ecuación de medición involucra productos y divisiones? El procedimiento es análogo, lo único que en este caso se trabaja con las **incertidumbres relativas** en lugar de las **absolutas**. Así, si se determina la densidad ρ (letra griega rho)de un cuerpo a partir de la medición de su masa *m* y su volumen *V* mediante la ecuación ρ = *m* / *V*, entonces la incertidumbre relativa de la densidad será:

$$\frac{u(\rho)}{\rho}=\sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2+\left[\frac{u(V)}{V}\right]^2}$$

Por consiguiente, su incertidumbre absoluta es:

$$u(\rho)=\rho\sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2+\left[\frac{u(V)}{V}\right]^2}$$

Si la situación involucra más de dos productos y/o divisiones, simplemente se agregan en la raíz cuadrada los cuadrados de las incertidumbres relativas de las mediciones directas, pero cuando la variable medida se eleva a un exponente, éste multiplica a la incertidumbre relativa de la medición directa, y luego se eleva al cuadrado, por ejemplo, al medir la aceleración de la gravedad por medio de un péndulo: g = 4πL / T², la incertidumbre absoluta, esta dada por:

$$\frac{u(g)}{g}=\sqrt{\left[\frac{u(L)}{L}\right]^2+\left[2\frac{u(T)}{T}\right]^2}$$

despejando, obtenemos:

$$u(g)=g\sqrt{\left[\frac{u(L)}{L}\right]^2+\left[2\frac{u(T)}{T}\right]^2}$$

Considera que el volumen del líquido de la actividad anterior era (26 ± 2) cm³ ¿Cuál era su densidad? ¿Cuál la incertidumbre relativa del resultado?

1.3 Vectores.

Para conocer tu temperatura, el doctor realiza una medición con un termómetro. La temperatura es una magnitud escalar.

Las magnitudes pueden clasificarse en dos tipos básicos, magnitudes **escalares** y **vectoriales**. Las que se manejan en la vida diaria son por lo general escalares. Sin embargo, frecuentemente los físicos trabajan con magnitudes vectoriales. De ahí que para conocer de Física debes aprender a trabajar con ellas. Por consiguiente, las cuestiones a considerar esta vez serán:

¿Qué son las magnitudes vectoriales y en qué se diferencían de las escalares? ¿Cómo representarlas? ¿Cómo trabajar con ellas?

1.3.1 Magnitudes escalares y vectoriales

Las magnitudes con que básicamente te has familiarizado en los apartados anteriores son escalares.

Magnitud escalar, o simplemente **escalar**, es una magnitud que queda completamente determinada por una cantidad o valor, es decir, dando un número y la unidad en que se mide la magnitud.

Las magnitudes escalares no tienen dirección ni sentido. Por ejemplo, si la clase de Física dura 50 min, dicha duración no puede imaginarse vertical, horizontal o inclinada. El tiempo es un ejemplo de magnitud escalar. Tampoco es posible imaginar una temperatura de 20 °C vertical, horizontal o inclinada. Ella es otro ejemplo de magnitud escalar. Al decir 50 min o 20 °C transmitimos la idea completa de lo que deseamos expresar. Todas las magnitudes con las que te has relacionado hasta ahora son escalares.

Sin embargo, existen otras que para su total definición precisan que además de su valor se especifique una dirección, son las llamadas magnitudes vectoriales.

La fuerza ejercida por el niño al jalar su carrito es una magnitud vectorial.

Magnitud vectorial o simplemente **vector**, es aquella que para quedar completamente definida requiere que se señalen una **cantidad**, una **dirección** y un **sentido**.

La **fuerza** es un ejemplo de magnitud vectorial, pues su efecto sobre un cuerpo depende no sólo de su cantidad, sino también de una dirección y sentido.

Otro ejemplo es el **desplazamiento**. Así, un libro puede llevarse de un entrepaño del librero al que está inmediatamente arriba, a 40 cm, pero también, por ejemplo, de un lugar a la izquierda a otro de 40 cm a la derecha. En ambos casos la cantidad es la misma, sin embargo las direcciones son diferentes. El esquema siguiente sintetiza las características del desplazamiento en las dos situaciones anteriores.

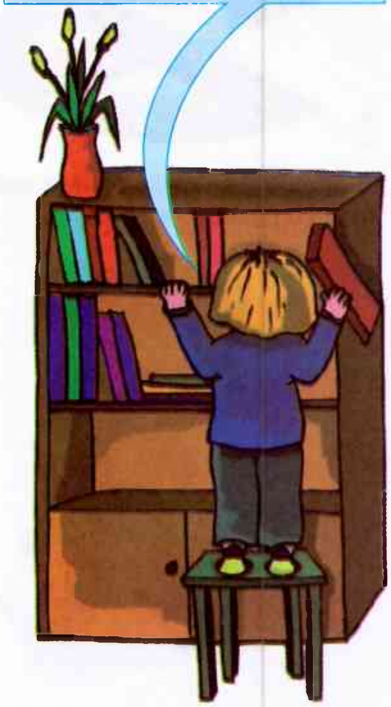
- Magnitud vectorial (Desplazamiento)
  - Cantidad o módulo
    - Número: 40
    - Unidad: cm
  - Dirección
    - Vertical, u horizontal
  - Sentido
    - Hacia arriba, o hacia la derecha

Al referirse a la cantidad de una magnitud vectorial también se utilizan los términos **valor**, **módulo**, e incluso la propia palabra **magnitud**.

Nota que para cada dirección existen dos sentidos. Por ejemplo, si la dirección es vertical éstos sentidos pueden ser hacia arriba y hacia abajo.

Las tres características básicas de una magnitud vectorial pueden ser representadas gráficamente. Esa representación es muy útil para trabajar con vectores. De modo que la pregunta a responder a continuación será: *¿Cómo representar las magnitudes vectoriales?*

Relaciona magnitudes escalares conocidas por tí, diferentes a las mencionadas en el texto. ¿Puedes citar alguna otra magnitud vectorial, además de la fuerza y el desplazamiento?



El desplazamiento del libro es una magnitud vectorial.

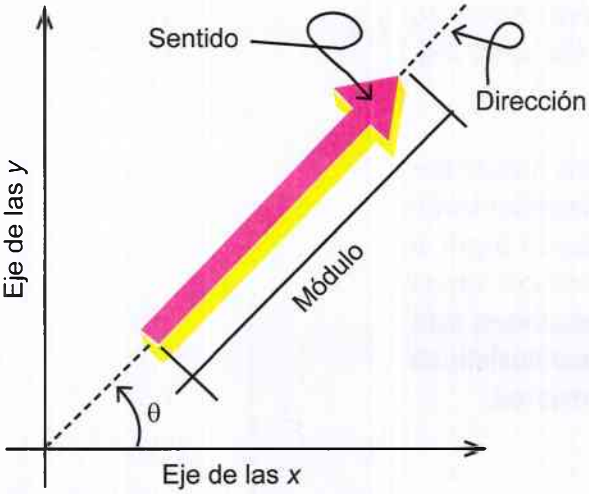


Fig. 1.21. Representación gráfica de un vector en el plano.

1.3.2. Representación gráfica de un vector.

A continuación resumimos las características de su representación gráfica (Fig. 1.21):

1) **Valor o módulo**: se representa por el tamaño de la flecha, según una escala adecuada.

2) **Dirección**: se señala mediante la orientación de la flecha respecto a un sistema de coordenadas dado.

3) **Sentido**: se indica mediante la punta de la flecha.

Si el vector está en el plano formado por los ejes *X* y *Y*, entonces para señalar su dirección y sentido basta con dar el ángulo θ (theta) formado entre la dirección del vector y uno de los semiejes. Nosotros nos limitaremos a situaciones como ésta. Lo usual es medir el ángulo respecto al semieje positivo de las *X*, como se muestra en la figura 1.21.

El ángulo θ se mide a partir del semieje positivo de las X.

Esa representación de un vector por una flecha es lo que ha dado lugar a que con frecuencia se simbolice mediante una letra, mayúscula o minúscula, con una pequeña flecha encima. De ese modo lo representaremos en el pizarrón y en el cuaderno. Sin embargo, en los textos impresos suele simbolizarse utilizando "negritas". El valor o módulo del vector se denota por la misma letra, pero escrita del modo habitual. En resumen:

El vector ***R*** lo podemos escribir como $\vec{R}$ y su módulo *R*.

El vector ***b*** lo podemos escribir como $\vec{b}$ y su módulo es *b*.

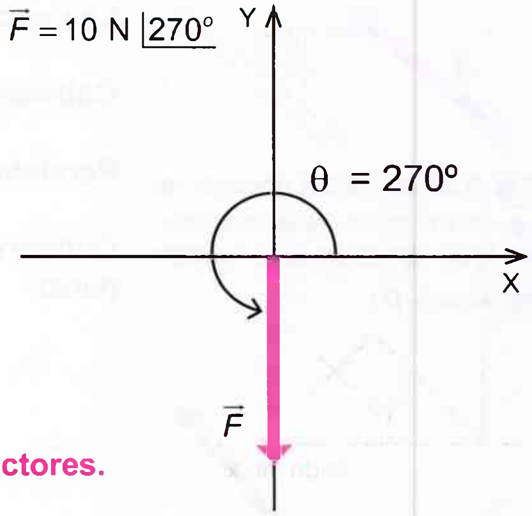
Si la letra tiene una flecha sobre ella, representa a un vector.

Las características de un vector que se encuentra en el plano *X*-*Y* también pueden darse numéricamente, escribiendo su **módulo** y el **ángulo** que forma con el eje *X*:

Símbolo del vector = número unidad $\underline{|\ \text{ángulo}\quad}$

Ejemplo 1.12. Representa gráficamente el vector $\vec{F} = 10 \text{ N} \,\underline{|270^\circ}$

$\vec{F}$
- Módulo: 10 N
- Dirección: la del eje Y
- Sentido: hacia abajo (negativo)

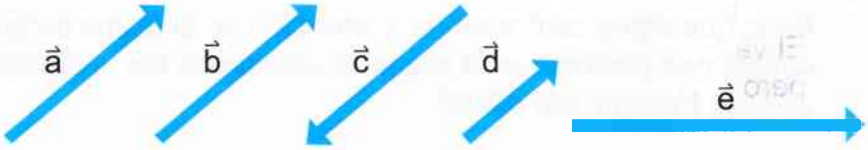


1.3.3. Algunas características básicas de los vectores.

Hemos visto que los vectores pueden diferenciarse entre sí, atendiendo a su valor o módulo, dirección y sentido. Esto da lugar a que al comparar unos con otros puedan ser, por ejemplo, iguales, opuestos, colineales, paralelos, concurrentes.

Igualdad de vectores. Para que dos vectores sean **iguales**, **sus módulos, direcciones y sentidos** deben ser iguales (tengan o no el mismo punto de origen). Por supuesto, también deben ser magnitudes de la misma especie.

Ejemplo 1.13. Dados los siguientes vectores, diga cuáles son iguales.



De estos cinco vectores solo $\vec{a} = \vec{b}$ por tener igual magnitud, igual dirección e igual sentido. Todos los demás son diferentes entre sí, ya que se diferencian en alguna característica.

Vector opuesto. Es otro vector con la misma longitud (magnitud) y dirección, pero de **sentido contrario**, por consiguiente, se representa con la punta de la flecha en el extremo opuesto, como se muestra en la figura 1.22.

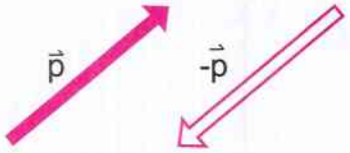


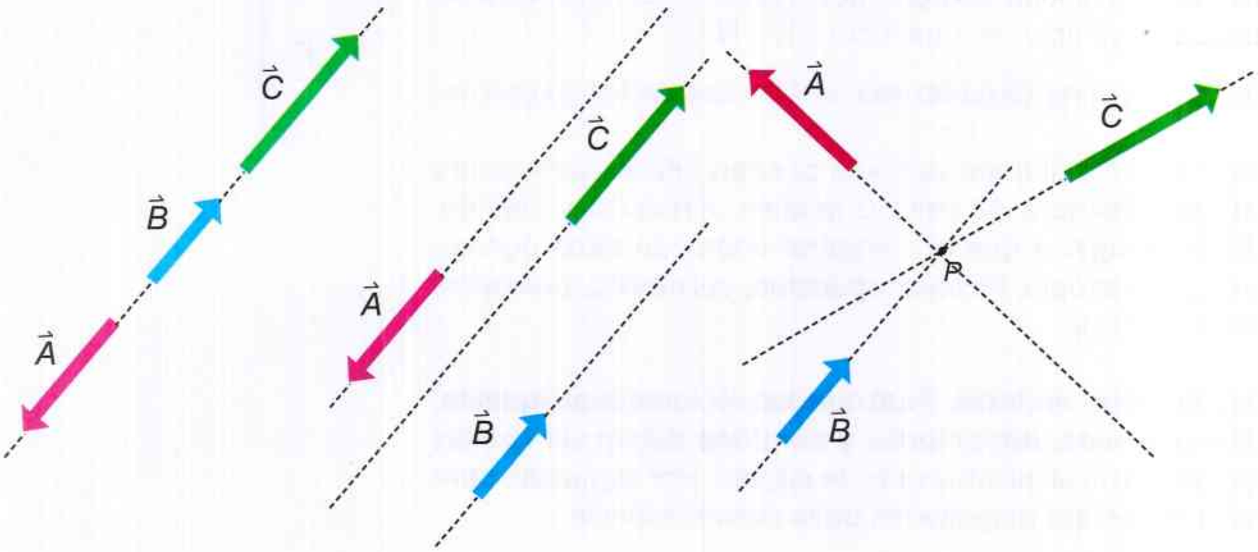
Fig. 1.22. El vector opuesto de $\vec{p}$, es un vector de igual módulo, igual dirección pero sentido opuesto ($-\vec{p}$).

Los vectores también pueden ser:

Colineales: Si están sobre una línea común.

Paralelos: Cuando están sobre líneas paralelas entre sí.

Concurrentes: Si sus direcciones pasan por un mismo punto.



Los vectores $\vec{A}, \vec{B}$ y $\vec{C}$ son colineales, por estar sobre una misma línea.

Los vectores $\vec{A}, \vec{B}$ y $\vec{C}$ son paralelos, ya que sus direcciones son paralelas entre sí.

Los vectores $\vec{A}, \vec{B}$ y $\vec{C}$ son concurrentes, ya que sus direcciones pasan por un mismo punto (P).

En lo que sigue centraremos la atención en la útlima de las cuestiones planteadas al iniciar el estudio de los vectores: *¿Cómo trabajar con ellos?*

Con las magnitudes vectoriales se realizan operaciones conocidas por tí, aunque mediante procedimientos distintos, ya que, como sabes, en este caso es necesario tener en cuenta no solo sus valores, sino también sus direcciones y sentidos. Las operaciones que estudiaremos en este curso serán: **suma**, **resta** y **producto de un escalar por un vector**. Ellas pueden realizarse utilizando la **representación gráfica** y también **analítica**.

Comenzaremos con el procedimieno gráfico:

1.3.4. Procedimiento gráfico de suma y resta de vectores.

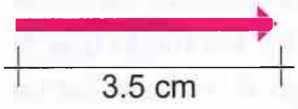
Ante todo debemos seleccionar cierta **escala** para representar los valores de los vectores. Ella depende del espacio de que dispongamos. Por ejemplo, si vamos a representar una fuerza de 350 N en el pizarrón o en un pliego de cartulina, podría utilizarse una escala donde 1 cm represente 10 newton, de tal forma que nuestro vector sería una flecha de 35 cm de longitud. Pero si se trata de nuestro cuaderno, esa escala resulta muy grande; lo recomendable sería usar una, por ejemplo, en que 1 cm : 100 N:

Escala ⇨ 1 cm : 100 N

$$350\ \text{N} = 350\ \cancel{\text{N}} \times \frac{1\ \text{cm}}{100\ \cancel{\text{N}}}$$

$$\boxed{350\ \text{N} : 3.5\ \text{cm}}$$

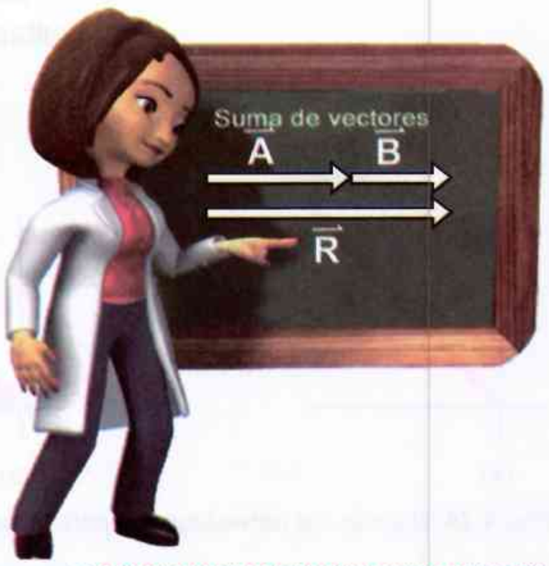
Por consiguiente, en este caso la longitud de la flecha que representa al vector sería 3.5 cm, y si la fuerza es, por ejemplo horizontal y dirigida hacia la derecha, entonces la representación sería como sigue:



Suma de vectores.

El resultado de sumar dos o más vectores se conoce como "***vector resultante*** ($\vec{R}$)".

Para obtener el módulo, la dirección y el sentido del ***vector resultante*** ($\vec{R}$) puede utilizarse el denominado **método del polígono**.



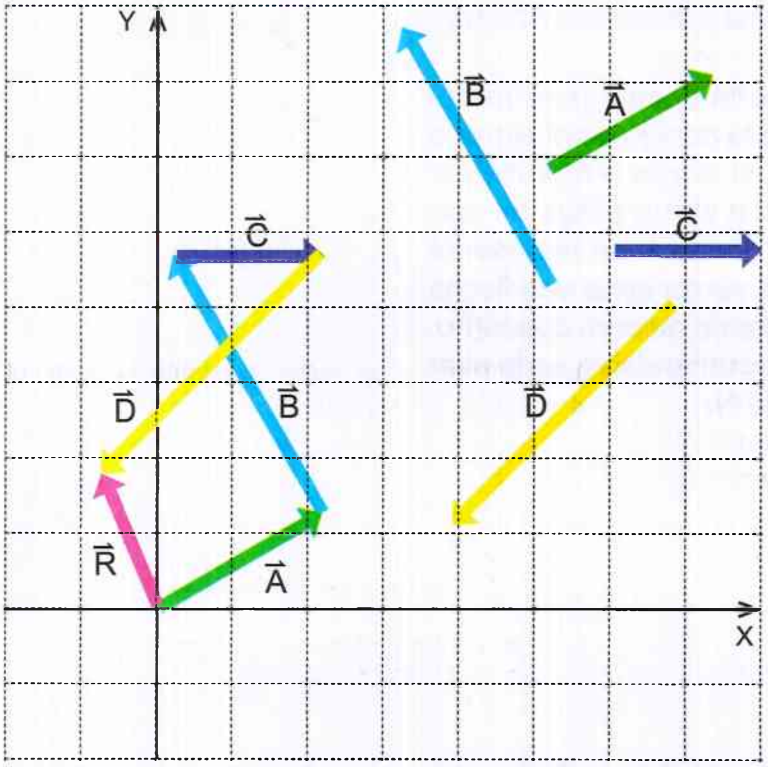


Fig. 1.23. Suma de cuatro vectores por el método del polígono.

Éste consiste en trazar todos los vectores respetando su magnitud, dirección y sentido, uno a continuación del otro (Fig. 1.23). Después se traza el vector resultante (en la figura, el de color rojo) **desde el origen del primero hasta la punta del último**. La figura así formada se llama **polígono de los vectores**. Cabe destacar que el cambio de orden en que se dibujan los vectores uno a continuación del otro no influye en el resultado, la suma de vectores es, pues, **conmutativa**.

Del procedimiento descrito deriva una variante para la suma de dos vectores, conocida como **método del paralelogramo**, el cual veremos a continuación.

Sean los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ de la figura 1.24. Puesto que como hemos dicho, la suma es conmutativa tenemos $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$ (Fig.1.24a y 1.24b). De modo que si primero efectuamos $\vec{A} + \vec{B}$ y luego $\vec{B} + \vec{A}$, se forma un **paralelogramo** (Fig. 1.24c), en el cual el vector resultante $\vec{R}$ está a lo largo de la diagonal.

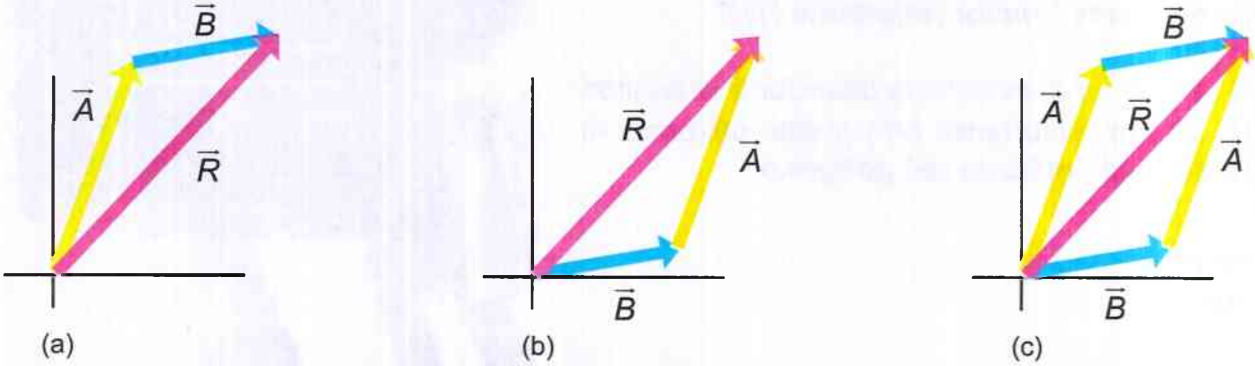


Fig. 1.24. Método del paralelogramo para la suma de dos vectores en el plano.

De este modo, el **método del paralelogramo** consiste en hacer concurrir por sus orígenes los dos vectores que se suman. Después se trazan rectas paralelas a cada uno, de modo que la paralela a uno de los vectores pase por el extremo libre del otro vector y viceversa (Fig. 1.25).

La resultante o vector suma estará representada por la diagonal del paralelogramo que se ha construido: es el vector que va del punto de orígen de los vectores al punto donde concurren las dos paralelas trazadas.

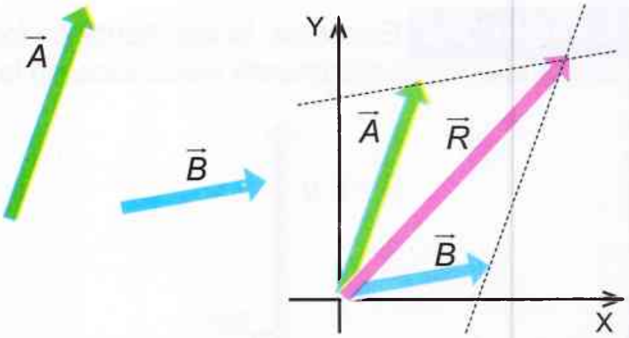


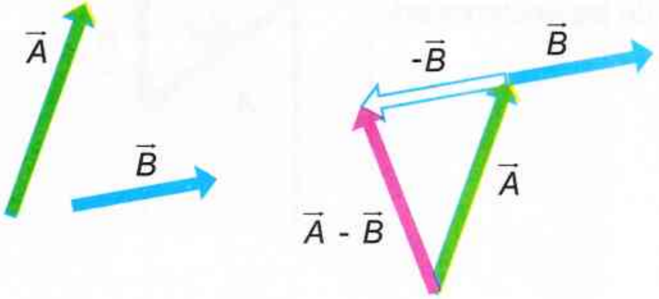
Fig. 1.25. Trazado del vector resultante mediante el método del paralelogramo.

Resta de vectores.

Esta operación es un caso particular de la operación de suma. En efecto:

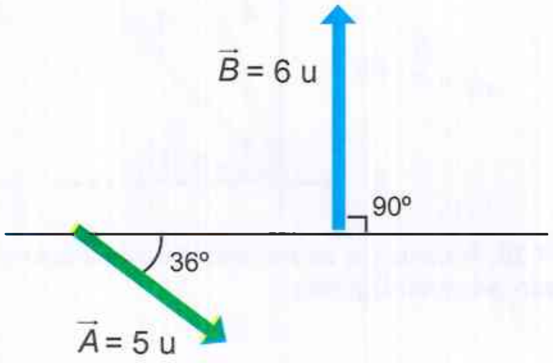
$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$

Como se aprecia, la resta entre dos vectores es la **suma de uno con el opuesto del otro**. Esta suma puede realizarse siguiendo los métodos del polígono o del paralelogramo. En el digrama siguiente se ha utilizado el método del polígono.



Veamos un ejemplo que ilustra cómo se halla la suma de dos vectores mediante el procedimiento gráfico.

Ejemplo 1.14. Encontrar la resultante de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, con magnitudes de 5 y 6 unidades, respectivamente mostrados en la figura:

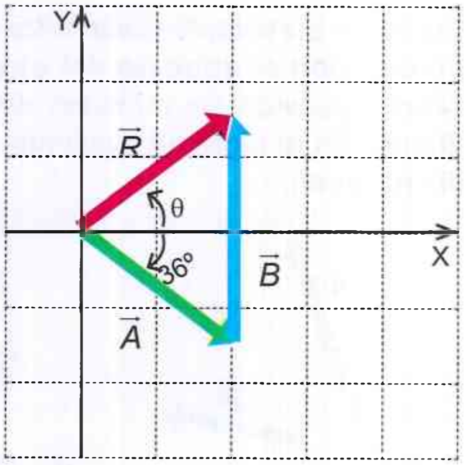


Primeramente se establece la escala que se utlizará.

1 cm : 2 u

Módulo de $\vec{A}$: $A = 5\ \text{u} \times \dfrac{1\ \text{cm}}{2\ \text{u}} = 2.5\ \text{cm}$

Módulo de $\vec{B}$: $B = 6\ \text{u} \times \dfrac{1\ \text{cm}}{2\ \text{u}} = 3\ \text{cm}$



En el diagrama, midiendo con una regla, obtenemos que el módulo del vector resultante es, aproximadamente, $R = 2.5$ cm y utilizando un transportador encontramos que su dirección forma un ángulo $\theta = 36^\circ$ con el eje X.

La magnitud del vector resultante se expresa en la misma unidad que las magnitudes de los vectores originales, por lo tanto:

$$R = 2.5\ \text{u} \times \frac{2\ \text{u}}{1\ \text{cm}} = 5\ \text{u}$$

Así, el vector resultante es:

$$\vec{R} = 5\ \text{u}\ \underline{|36^\circ}$$

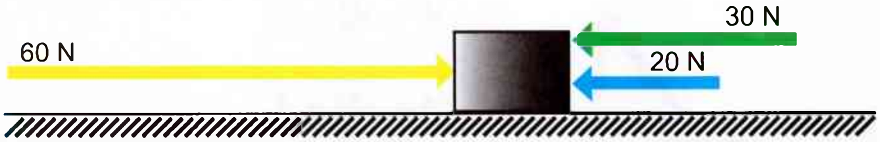
La realización paso a paso del ejemplo anterior muestra lo laborioso y, sobre todo, lo impreciso que puede resultar el **método gráfico** cuando se trata de la resolución de **problemas numéricos**. Aparte de las incertidumbres propias de los valores dados, se introducen incertidumbres adicionales: al dibujar los vectores con las longitudes requeridas, al trazar el vector resultante, al medir la longitud de éste y el ángulo que forma con el eje *X*.

Por eso, en la práctica el método que se utiliza y utilizaremos nosotros es el **analítico**. Sin embargo, aún cuando no llevemos a cabo la representación gráfica a escala con el propósito de realizar mediciones sobre las flechas, ella resultará muy útil para interpretar las situaciones consideradas.

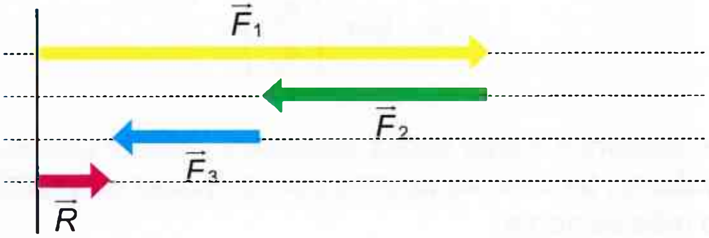
1.3.5. Procedimiento analítico de suma y resta de vectores.

El caso más simple es el de la suma de dos vectores colineales o paralelos entre sí. Veamos un ejemplo.

Ejemplo 1.15. Sobre un objeto se aplican las fuerzas indicadas en la figura. Calcular la fuerza resultante.



Siguiendo el método del polígono trazamos las flechas una a continuación de la otra, por ejemplo, primero la amarilla, luego la verde y por último la azul. Por razones de visualización, a continuación no las hemos trazado en la misma línea, sino paralelamente. La flecha roja representa al vector resultante.



Si como es habitual, elegimos el sentido positivo hacia la derecha, entonces en la suma podemos escribir los valores y los signos correspondientes a cada vector como sigue:

R = 60 N - 30 N - 20 N = 10 N.

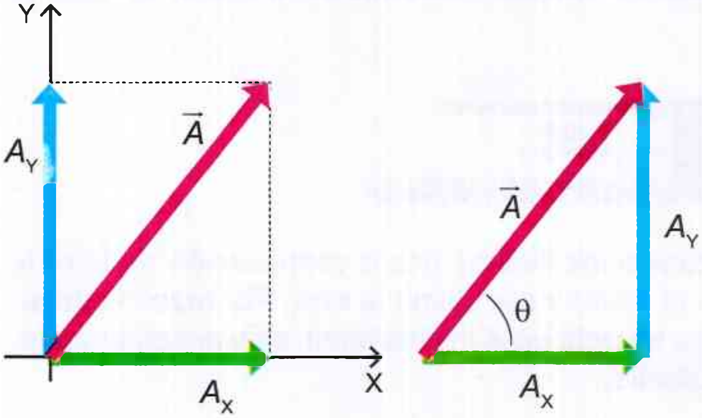
El valor positivo obtenido indica que el vector resultante está dirigido hacia la derecha.

De este modo, **cuando los vectores son colineales**, el vector suma se determina mediante la **suma algebraica** de los valores de los vectores, teniendo en cuenta los sentidos que convencionalmente se han asumido como positivos y negativos.

Nota que el cálculo lo hicimos mediante un **procedimiento analítico**, sin embargo la representación gráfica sirvió de orientación.

Otro caso relativamente simple es el de la suma de dos vectores perpendiculares.

Es posible determinar el módulo del **vector resultante** o **suma**, utilizando el **teorema de Pitágoras** y su dirección, empleando la función trigonométrica **tangente**.



Magnitud del vector

$$A^2 = A_X^2 + A_Y^2$$

$$A = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2}$$

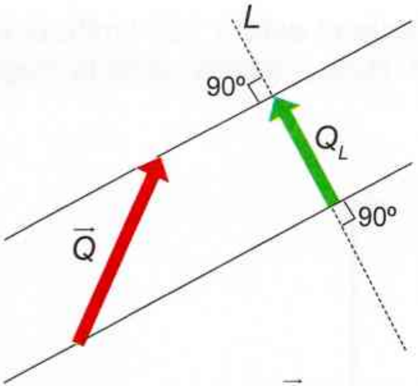
Ángulo θ del vector

$$\tan\theta = \frac{A_Y}{A_X}$$

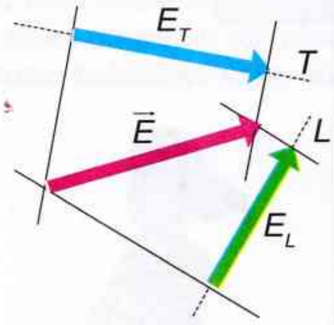
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_Y}{A_X}\right)$$

Así como podemos sumar varios vectores y obtener un vector equivalente, también es posible descomponer un vector en dos o más vectores.

Esta operación de reemplazar un vector por dos o más vectores se denomina **descomposición de un vector** y a los vectores que resultan se les llama **vectores componentes**. Los vectores componentes se hallan proyectando el vector sobre rectas dadas. Los tamaños o módulos de dichas proyecciones se denominan **componentes del vector**.



Q_L es la componente del vector $\vec{Q}$ sobre la recta L, se halla obteniendo la proyección ortogonal del vector sobre la recta.

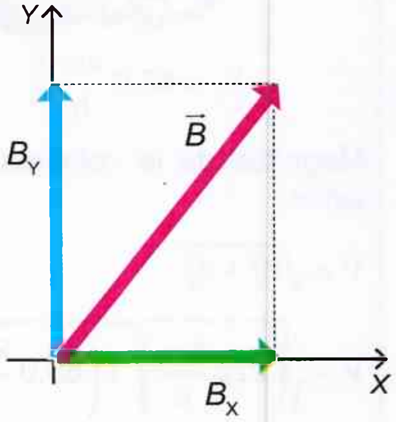


De un vector **E** se pueden obtener las componentes que se deseen, por ejemplo, E_T, E_L, etc.

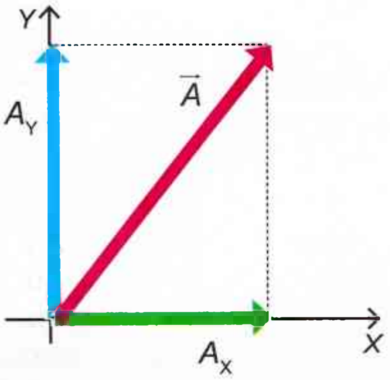
Las componentes más importantes de un vector son las correspondientes a dos lineas perpendiculares entre sí, las cuales comúnmente son los ejes de un sistema de coordenadas rectangulares. Tales componentes se denominan **componentes rectangulares**. En el caso de las componentes sobre los ejes X y Y se suelen denominar componente sobre el eje X y componente sobre el eje Y.

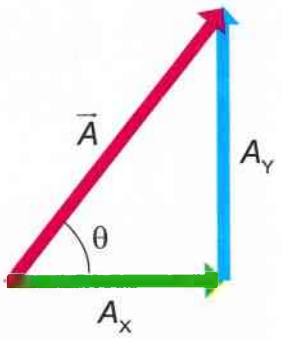
Para determinar las dos componentes rectangulares de un vector, se forma un rectángulo que tenga por diagonal al vector dado.

Las componentes rectangulares pueden calcularse utilizando las funciones trigonométricas elementales, ya que el vector y sus componentes rectangulares forman un triángulo rectángulo.



B_X y B_Y son componentes rectangulares del vector $\vec{B}$.





Componente en el eje X

$$\cos\theta = \frac{A_X}{A}$$

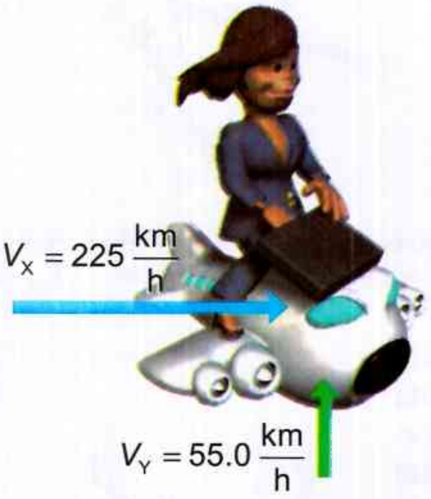
$$A_X = A\cos\theta$$

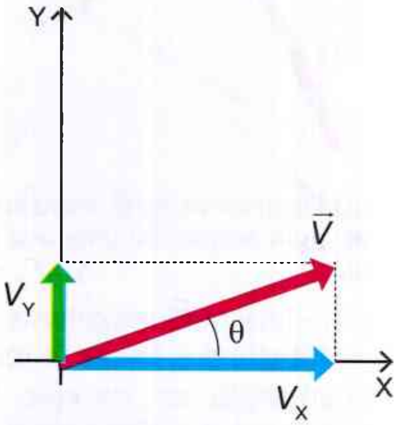
Componente en el eje Y

$$\text{sen}\ \theta = \frac{A_Y}{A}$$

$$A_Y = A\ \text{sen}\ \theta$$

Ejemplo 1.16. Susana está piloteando un avión hacia el este a 225 km/h, el cual es arrastrado por un viento hacia el norte de 55.0 km/h. Halle analíticamente la magnitud y dirección de la velocidad resultante del avión.





Magnitud de la velocidad resultante del avión:

$$V = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2}$$

$$V = \sqrt{\left(225\,\frac{km}{h}\right)^2 + \left(55.0\,\frac{km}{h}\right)^2}$$

$$V = 232\,\frac{km}{h}$$

Dirección de la velocidad resultante del avión:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_Y}{V_X}\right)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{55.0\,\frac{km}{h}}{225\,\frac{km}{h}}\right)$$

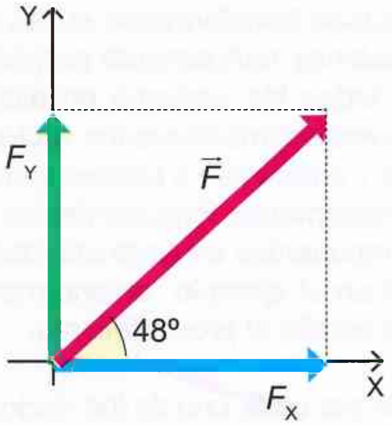
$$\theta = \tan^{-1}(0.24444)$$

$$\theta = 13.7^\circ$$

Velocidad resultante del avión:

$$\vec{V} = 232\,\frac{km}{h}\ \underline{|13.7^\circ}$$

Ejemplo 1.17. Descomponer el vector $\vec{F}$ de 100 unidades y que forma un ángulo de 48° con el semieje positivo X, en sus componentes rectangulares.



Componente horizontal:

$$\cos\theta = \frac{F_X}{F}$$

$$F_X = F\cos\theta$$

$$F_X = (100\text{ u})\cos 48^{\circ}$$

$$F_X = 67\text{ u}$$

Componente vertical:

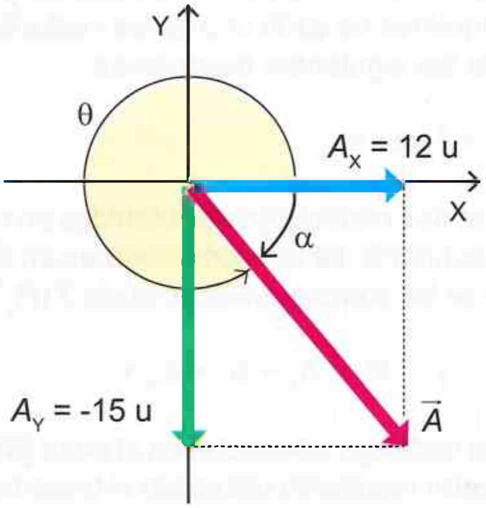
$$\text{sen }\theta = \frac{F_Y}{F}$$

$$F_Y = F\text{sen }\theta$$

$$F_Y = (100\text{ u})\text{sen }48^{\circ}$$

$$F_Y = 74\text{ u}$$

Ejemplo 1.18. Determine el vector cuyas componentes son: A_X = 12 u y A_Y = -15 u



Para obtener la magnitud del vector original, utilizamos el Teorema de Pitágoras.

$$A = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2}$$

$$A = \sqrt{(12\text{ u})^2 + (-15\text{ u})^2}$$

$$A = 19\text{ u}$$

La función trigonométrica tangente, no da directamente el ángulo θ, sino el ángulo α, con el cual podemos obtenerlo.

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{A_Y}{A_X}\right)$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{-15\text{ u}}{12\text{ u}}\right)$$

α = -51.3°, el signo negativo se debe a que, ya sabemos del esquema, el vector se encuentra en el cuarto cuadrante.

De la figura observamos que:

$$\theta = 360^{\circ} - |\alpha|$$

$$\theta = 360^{\circ} - 51.3^{\circ}$$

$$\theta = 309^{\circ}$$

El vector resultante será por tanto:

$$\vec{A} = 19\text{ u}\ \underline{|309^{\circ}}$$

¿Cómo sumar y restar vectores cuando no son colineales ni tampoco perpendiculares entre sí?

En tales casos la situación puede transformarse en las anteriores, eligiendo dos direcciones mutuamente perpendiculares y descomponiendo todos los vectores en dichas direcciones. En cada una de estas direcciones los vectores componentes son colineales y entonces es posible sumarlos como ya conoces, algebraicamente. Finalmente, las resultantes de los vectores componentes en cada una de las direcciones se suman como en el ejemplo anteriormente analizado. A continuación se detalla el procedimiento:

1) Se halla el ángulo formado por cada uno de los vectores con el eje semieje positivo de las *X*, medido en sentido contrario al giro de las manecillas del reloj.

2) Utilizando el ángulo obtenido en el paso (1), se calculan las componentes rectangulares de cada uno de los vectores que se suman, mediante las siguientes ecuaciones:

$$A_X = A\cos\theta \quad \text{y} \quad A_Y = A\,\text{sen}\,\theta$$

3) A partir de las componentes rectangulares obtenidas en el paso (2), se calcula la resultante de las componentes en el eje *X* (R_X) y la resultante de las componentes en el eje *Y* (R_Y).

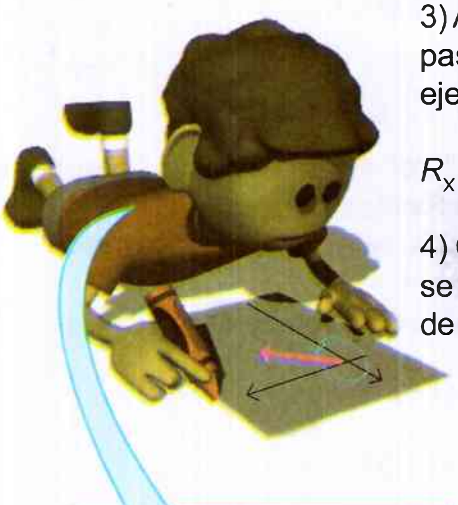
$$R_X = A_X + B_X + C_X + \ldots \quad \text{y} \quad R_Y = A_Y + B_Y + C_Y + \ldots$$

4) Con las resultantes en cada eje, obtenidas en el paso (3), se halla el módulo del vector resultante utilizando el teorema de Pitágoras:

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$$

Por su parte, el ángulo que forma el vector resultante con el eje *X* se halla mediante la ecuación:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{R_Y}{R_X}\right)$$



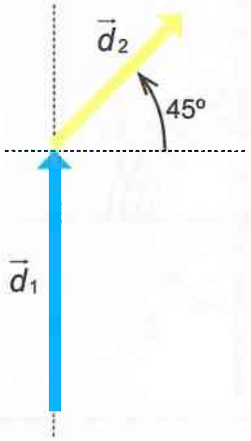
Al trabajar con las funciones trigonométricas (seno, coseno y tangente) y los ángulos expresados en grados fíjate que en la calculadora aparezca una D o bien Deg, esto te permite utilizar grados.

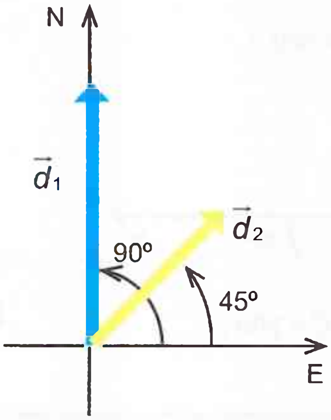
5) A partir de los signos de las componentes del vector resultante, o del signo del ángulo α obtenido en el paso anterior, se determina en cuál de los cuatro cuadrantes se encuentra el vector resultante. Y de ahí, el ángulo que forma con el eje *X*.

6) El vector resultante se reporta indicando sus tres características (módulo, dirección y sentido), mediante un diagrama, y dando su módulo y el ángulo formado con el eje *X*:

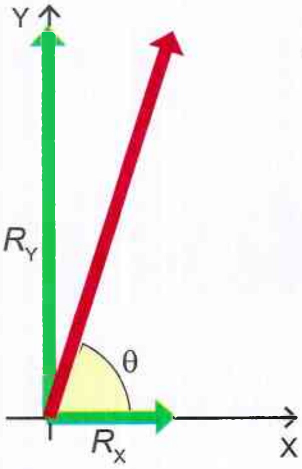
$\vec{R}$ = cantidad unidad $\underline{|\text{ángulo}}$

Ejemplo 1.19. Un niño parte de cierto punto y se dirige al norte desplazándose 14 m; luego gira 45° hacia el noreste desplazándose 10 m. ¿Cuál será el desplazamiento total realizado?





Vector	Módulo	Ángulo	Componente horizontal $A_X = A \cos\theta$	Componente vertical $A_Y = A \,\text{sen}\,\theta$
$\vec{d}_1$	14 m	90°	d_{1X} = (14 m) cos 90° = 0 u	d_{1Y} = (14 u) sen 90° = 14 u
$\vec{d}_2$	10 m	45°	d_{2X} = (10 u) cos 45° = 7 u	d_{2Y} = (10 u) sen 45° = 7 u
			R_X = 7 m	R_Y = 21 u



Módulo o magnitud del vector resultante:

$$R=\sqrt{R_X^2+R_Y^2}$$

$$R=\sqrt{(7\text{ u})^2+(21\text{ u})^2}$$

$$R=22\text{ m}$$

Dirección del vector resultante:

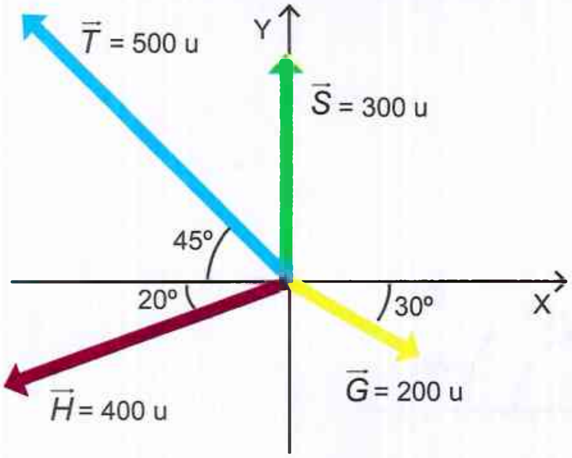
$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{R_Y}{R_X}\right)$$

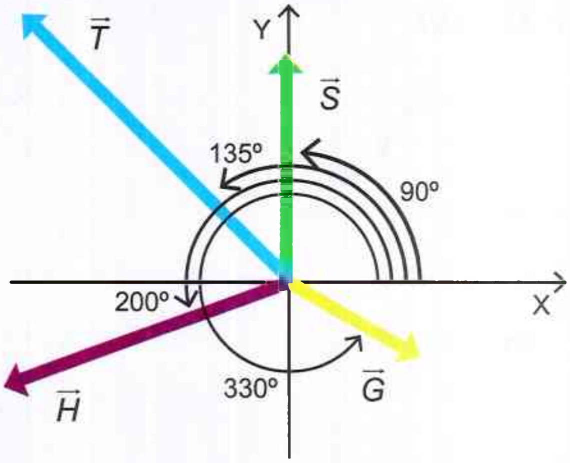
$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{21\text{ m}}{7\text{ m}}\right)$$

$$\theta=71^o$$

Vector resultante: $\vec{R}=22\text{ m}\ \underline{|71^o}$

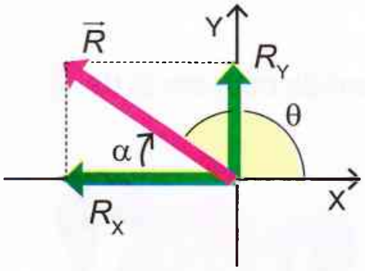
Ejemplo 1.20. Hallar el vector resultante del siguiente sistema de vectores:


$\vec{T}$ = 500 u
Y
$\vec{S}$ = 300 u
45°
20°
30°
X
$\vec{H}$= 400 u
$\vec{G}$= 200 u


$\vec{T}$
Y
$\vec{S}$
135°
90°
200°
X
330°
$\vec{H}$
$\vec{G}$

Vector	Módulo	Ángulo	Componente horizontal $G_X = G\cos\theta$	Componente vertical $G_Y = G\text{ sen }\theta$
$\vec{S}$	300 u	90°	S_X = (300 u) cos 90° = 0 u	S_Y = (300 u) sen 90° = 300 u
$\vec{T}$	500 u	135°	T_X = (500 u) cos 135° = -353.55 u	T_Y = (500 u) sen 135° = 353.55 u
$\vec{H}$	400 u	200°	H_X = (400 u) cos 200° = -375.88 u	H_Y = (400 u) sen 200° = -136.81 u
$\vec{G}$	200 u	330°	G_X = (200 u) cos 330° = 173.21 u	G_Y = (200 u) sen 330° = -100 u
			R_X = -556.22 u	R_Y = 416.74 u

Representación gráfica del vector resultante:



Dirección del vector resultante:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{R_Y}{R_X}\right)$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{416.74\ \text{u}}{-556.22\ \text{u}}\right)$$

$$\alpha = -36.84^o$$

$$\theta = 180^o - |\alpha|$$

$$\theta = 180^o - |-36.84^o|$$

$$\theta = 180^o - 36.84^o$$

$$\theta = 143^o$$

Módulo o magnitud del vector resultante:

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}$$

$$R = \sqrt{(556.22\ \text{u})^2 + (416.74\ \text{u})^2}$$

$$R = 695\ \text{u}$$

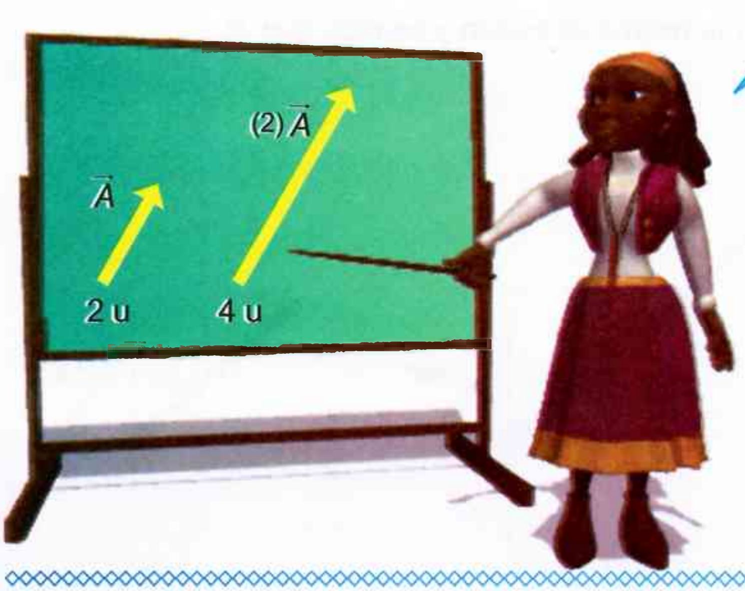
Vector resultante:

$$\vec{R} = 695\ \text{u}\ \underline{|143^o}$$

1.3.6. Multiplicación de un vector por un escalar.

Multiplicar un vector $\vec{A}$ por un escalar k ($k\vec{A}$) significa multiplicar su módulo por k y conservar su dirección. El nuevo vector tiene el mismo sentido que $\vec{A}$ si k es positivo y sentido opuesto si k es negativo.

Observa que la división de un vector entre un escalar es un caso particular de la multplicación. Dividir el vector $\vec{A}$ entre el escalar k (es decir, $\vec{A}$/k), equivale a multplicarlo por 1/k (es decir, 1/k $\vec{A}$).



Cuando un vector se multiplica por el escalar 2, resulta otro vector con la misma dirección y de módulo 2 veces mayor.

Ejemplo 1.21. Halla el producto del vector $\vec{Z}$ por el escalar -3: $\vec{Z} = 18 \text{ u } \underline{|300^\circ}$

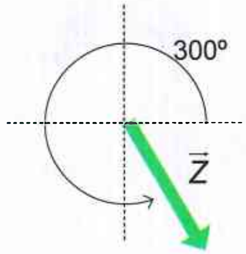
El resultado es otro vector de módulo: 3 x 18 u = 54 u

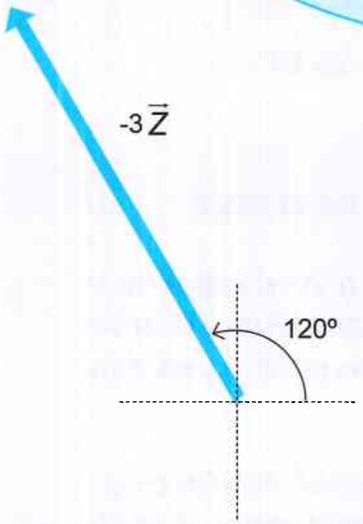
Y puesto que el escalar es negativo, el nuevo vector tiene sentido opuesto al de $\vec{Z}$.

Por consiguiente:

$-3\vec{Z} = 54 \text{ u } \underline{|120^\circ}$

¡Ah! Al multiplicar un vector por un escalar, se obtiene otro vector de igual sentido si el escalar es positivo, pero de sentido opuesto si es negativo.



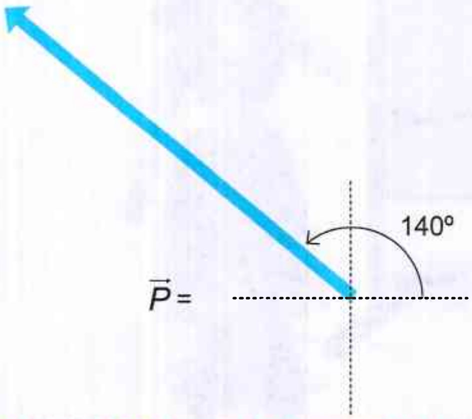


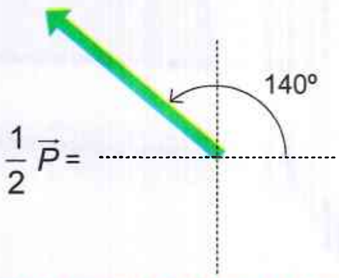
Ejemplo 1.22. Encuentra el resultado de dividir el vector $\vec{P}$ entre 2: $\vec{P} = 6 \text{ u } \underline{|140^\circ}$

Dividir el vector entre 2 equivale a multiplicarlo por 1/2. Por consiguiente, el nuevo vector es tiene módulo 1/2 x 6 u = 3 u y la msima dirección y sentido que $\vec{P}$.

Por tanto:

$\frac{1}{2}\vec{P} = 3 \text{ u } \underline{|140^\circ}$





1.4. Actividades de sistematización y consolidación.

1.4.1. Sopa de letras.

W	Y	J	Á	Z	Á	U	Á	R	E	I	Á	M	G	Q	Í	E	A
L	C	Y	M	A	G	N	I	T	U	D	Ú	H	É	Q	R	E	V
É	O	E	G	E	C	G	Ü	P	J	I	I	U	O	B	X	T	W
Ú	M	S	A	Q	O	S	L	J	N	A	S	L	M	P	L	N	R
A	O	J	L	T	L	Á	Ü	Í	G	Á	U	U	E	O	É	E	Ú
C	T	Ú	I	J	I	D	Ñ	V	Ü	C	D	R	N	Í	B	I	S
I	Á	F	L	B	N	H	J	S	Í	I	I	G	A	Ñ	P	B	O
N	O	Ñ	E	V	E	K	W	T	T	M	I	Z	C	Q	O	M	I
Á	M	J	O	K	A	I	R	R	E	T	Y	W	I	G	I	A	B
C	A	L	L	C	L	A	E	N	U	X	O	E	S	N	R	O	M
E	R	Ó	Z	Ú	V	C	T	D	I	W	G	R	Í	V	O	I	A
M	G	M	G	K	N	O	R	M	Y	D	L	C	F	U	T	D	C
O	O	C	M	I	Z	L	Ü	G	A	L	A	X	I	A	A	E	J
É	L	A	F	G	D	I	R	E	C	C	I	Ó	N	S	E	M	A
A	I	D	E	M	Ü	Z	C	R	A	L	A	C	S	E	L	C	É
W	K	A	N	Ó	I	C	I	D	E	M	Ó	W	A	Ó	A	Q	I
Q	T	I	X	X	X	U	Ó	G	G	W	Ú	Ó	I	E	R	Y	N
P	M	V	H	Ü	C	I	E	N	C	I	A	C	S	C	Y	P	Ñ

Aleatorio
Artículo
Átomo
Cambios
Ciencia
Colineal
Dirección
Escalar
Experimento
Física
Galaxia
Galileo
Incertidumbre
Kilogramo
Longitud
Magnitud
Mecánica
Media
Medición
Medioambiente

Escribe cada palabra en Wikipedia o en Encarta y da un vistazo a lo que encuentres.

¿Qué palabra conoces?

C	U	R	S	M	O	L	É	C	U	L	A	T	P	E	V	N	S
S	T	O	T	N	E	I	M	I	V	O	M	A	K	Ó	X	I	I
Ü	E	Ú	Ñ	K	Í	T	N	K	G	M	R	Ú	Ú	D	S	Y	N
C	C	N	U	B	Ú	Y	Á	Ñ	C	A	S	W	M	T	É	Ó	M
O	N	M	T	R	A	B	F	Ñ	L	Á	W	Q	E	K	I	K	E
B	O	Ñ	N	I	X	Í	J	E	A	L	Ü	M	H	C	I	S	T
L	L	T	Z	H	D	S	L	W	F	B	Á	F	A	M	N	I	R
Ü	O	Ñ	G	W	Ñ	O	U	M	I	T	G	V	P	P	E	S	O
M	G	Q	B	R	G	G	Ó	B	I	Ú	R	Ü	C	Ü	W	T	L
C	Í	P	C	R	E	D	U	C	M	E	O	R	M	Á	T	E	P
A	A	Ú	A	Ñ	U	S	O	B	S	Ú	O	Á	E	Ú	O	M	I
V	Ú	M	Q	L	O	X	U	B	N	T	L	L	I	H	N	A	T
Í	O	Q	O	L	Á	X	O	L	C	Ó	Y	T	U	H	Ó	S	L
S	E	G	U	N	D	O	F	E	T	D	G	H	I	T	U	W	Ú
D	A	D	I	N	U	Q	V	P	P	A	Ú	C	D	P	N	Ó	M
I	P	O	L	Í	G	O	N	O	U	C	N	H	G	Ñ	L	M	T
Q	Í	M	E	T	R	O	L	O	G	Í	A	T	Ñ	Ú	N	O	D
A	I	C	N	E	N	O	P	Z	Í	Ú	K	B	E	D	F	Ú	K

Metro
Metrología
Módulo
Molécula
Movimiento
Múltiplo
Newton
Observación
Paralelogramo
Polígono
Ponencia
Resultante
Segundo
Sentido
Sistemas
Sistemático
Submúltiplo
Tecnología
Unidad
Vector

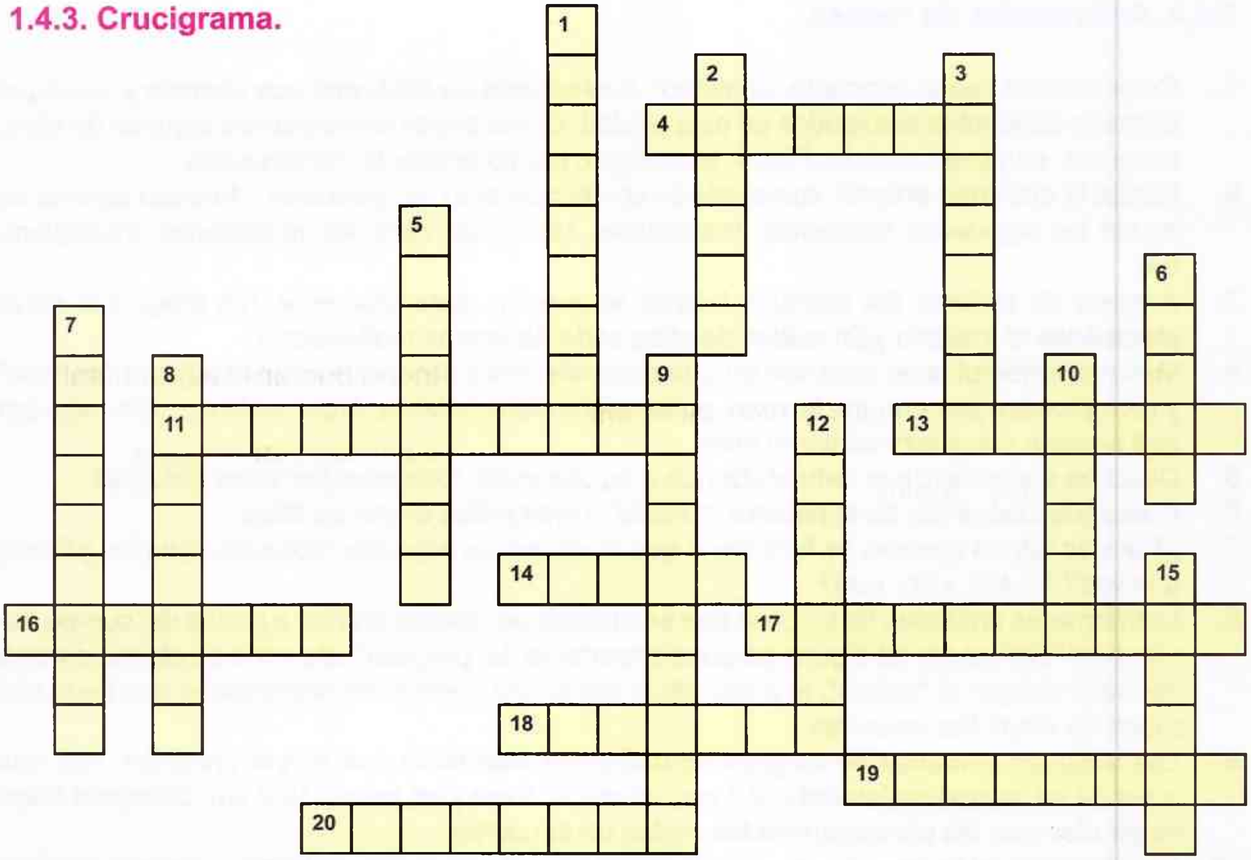
1.4.2. Conexión de conceptos e ideas.

Relaciona las dos columnas escribiendo el número según corresponda.

1. Cuando el resultado de la medición simplemente es leído en un instrumento.
2. Cuando el resultado de la medición se halla a partir de mediciones directas utilizando una ecuación.
3. Magnitud seleccionada para luego derivar otras a partir de ella.
4. Cuerpo de platino iridiado utilizado como referencia.
5. Incertidumbre debida a las desviaciones que indica el instrumento de medición respecto al patrón de la unidad establecida.
6. Parámetro utilizado para caracterizar la incertidumbre de una medición.
7. Cifras exactas y la primera cifra estimada de un valor.
8. Razón entre la incertidumbre de una medición y el valor obtenido.
9. Magnitud que debe ser caracterizada por una cantidad o valor, una dirección y un sentido
10. Magnitud que para caracterizarla basta con dar una cantidad o valor.
11. Vectores que están en una misma línea.
12. Vectores que están en un mismo plano.
13. Procedimiento utilizado para sumar vectores gráficamente.
14. Es el resultado de combinar las incertidumbres debidas a diferentes factores que intervienen en la medición.
15. Cifra dudosa de una cantidad o valor.
16. Actividad transformadora basada en la ciencia.
17. Rama de la ciencia con la cual la Física se relaciona estrechamente.

( ) Cifra estimada
( ) Cifra significativa
( ) Desviación estándar
( ) Incertidumbre instrumental
( ) Incertidumbre relativa
( ) Incertidumbre total
( ) Kilogramo patrón internacional
( ) Magnitud básica
( ) Magnitud escalar
( ) Magnitud vectorial
( ) Matemática
( ) Medición directa
( ) Medición indirecta
( ) Método del polígono
( ) Tecnología
( ) Vectores colineales
( ) Vectores coplanares

1.4.3. Crucigrama.



Horizontales

4. Unidad básica del Sistema Internacional de Unidades.
11. Consiste en el diseño y realización de algún proceso en condiciones controladas.
13. Sistema formado por gran cantidad de cuerpos celestes.
14. Unidad de masa derivada de la unidad básica.
16. Apellido de uno de los más grandes científicos.
17. Su objetivo es el diseño y elaboración de sistemas, procesos y materiales que sean los más eficientes.
18. Su objetivo es profundizar en el conocimiento de los sistemas del universo y en los cambios que tienen lugar en ellos.
19. Primera rama de la Física en desarrollarse.
20. Material escrito en el cual los científicos informan de los resultados y conclusiones de sus investigaciones.

Verticales

1. Una de las características básicas de un vector.
2. Magnitud que debe ser caracterizada por una cantidad o valor, una dirección y un sentido.
3. Sistema formado por el agrupamiento de átomos.
5. Cantidad que resulta de multiplicar a otra por un número entero.
6. Promedio de una serie de valores.
7. Unidad básica del Sistema Internacional de Unidades, que aún no ha sido definida a partir de un fenómeno físico.
8. Proceso en el que se obtiene información cuantitativa sobre una magnitud a partir de un procedimiento práctico.
9. Cambio estudiado por la Mecánica.
10. Sinónimo de proceso, transformación y evolución.
12. Conjunto de elementos que puede ser considerado como una unidad relativamente independiente.
15. Ciencia que investiga sistemas y cambios fundamentales, que están en la base de sistemas y cambios estudiados por otras ramas de la ciencia.

1.4.4. Actividades de repaso.

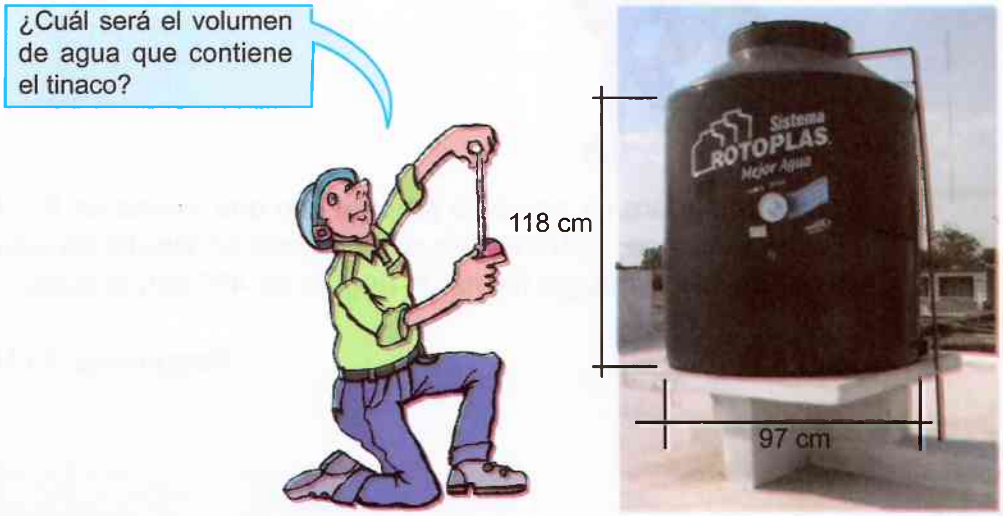
1. Comenzando con el concepto "universo", confecciona un diagrama que conecte y ramifique diversos conceptos estudiados en esta unidad. Como ayuda relacionamos algunos de ellos: sistemas, cambios, ciencia, Física, tecnología, medio ambiente, observación.
2. Repite la actividad anterior comenzando con el concepto "propiedades". Pueden servirte de ayuda los siguientes conceptos: magnitudes, unidades, vectores, mediciones, incertidumbre.
3. A modo de síntesis del capítulo, intenta responder, resumidamente, las preguntas clave planteadas al iniciarlo ¿En cuáles de ellas sería de interés profundizar?
4. Menciona ejemplos de sistemas en que para referirse a ellos se emplee la palabra "sistema" y ejemplos en que, aunque lo sean, no se utilice dicha palabra. Argumenta en cada caso por qué pueden considerarse como tales.
5. Describe sistemas de la naturaleza que a su vez estén formados por otros sistemas.
6. Relaciona sinónimos de la palabra "cambio" y ejemplifica el uso de ellos.
7. ¿Puedes dar un ejemplo de fenómeno que involucre los aspectos biológico, químico y físico, a la vez? Si, No; ¿Por qué?
8. Las primeras unidades de longitud que se emplearon, correspondían a partes del cuerpo humano: el "pie", al pie de alguna persona importante; la "pulgada", al ancho de alguna porción del dedo pulgar; el "palmo", al ancho de la mano; etc. Señala las limitaciones que tiene ese modo de elegir las unidades.
9. Las antiguas unidades de longitud se definieron más tarde con mayor precisión. Así, una pulgada es, aproximadamente, 2.5 cm, un pie 30.5 cm y un palmo 10.2 cm. Compara estas longitudes con las correspondientes partes de tu cuerpo.
10. Un año solar (el tiempo que demora la Tierra en dar una vuelta completa alrededor del Sol) no tiene un número entero de días, su duración es, aproximadamente, 365.242 días (365 días, 5 h, 48 min y 45,5 s). ¿Cómo es posible entonces que en el calendario de cada año aparezca un número entero de días?
11. Durante la Edad Media los relojes que se usaban eran principalmente "de sol". Éste consiste básicamente en una varilla que, al exponerla al sol, proyecta una sombra sobre una escala. Valora los inconvenientes de semejante reloj.
13. Indaga acerca del método que usó Eratóstenes para medir el tamaño de la Tierra. Compara con los datos actuales de las dimensiones del globo terráqueo.
14. ¿Conoces casos de mediciones en las que no se utilicen instrumentos?
15. Indaga en un diccionario o enciclopedia acerca del término Metrología.
16. El diámetro de la Tierra medido por los polos es 6357 km y medido por el ecuador 6378 km. ¿Cómo reportarlo como un único valor?
17. Menciona las características distintivas de una magnitud vectorial y esclarece en qué consiste cada una de esas características.
18. Consigue un mapa de la ciudad de Culiacán. Elige algún lugar relevante como origen de coordenas, por ejemplo la catedral y orienta los ejes según los puntos cardinales. Traza el vector que va del origen de coordenadas hasta tu casa, es decir, el vector posición de tu casa y exprésalo en la forma: cantidad unidad $\underline{|\theta}$.

1.4.5. Ejercicios de repaso.

1)Expresa 75 km en millas **(Respuesta: 47 millas)**
2) Expresa 5.23 ft (pies) en metro **(Respuesta: 1.59 m)**
3) Calcula la altura en metro de un hombre de 5 pies, 10 pulgadas de alto. **(Respuesta: 1.78 m)**
4) La masa de un carro es de 4235 lb. ¿Cuál es su masa en kilogramos? **(Respuesta: 1920 kg)**
5) ¿Cuántos segundos hay en un día? **(Respuesta: 86400 s)**
6) Efectúa las siguientes conversiones de unidades:
a) 3.24 m a cm **(Respuesta: 324 cm)**
b) 15 cm a m **(Respuesta: 0.15 m)**
c) 223 g a kg **(Respuesta: 0.223 kg)**
d) 0.752 kg a g **(Respuesta: 752 g)**
e) 2 h a min **(Respuesta: 120 min)**
f) 15 min a h **(Respuesta: 0.25 h)**
g) 54 km/h a m/s **(Respuesta: 15 m/s)**
h) 20 m/s a km/h **(Respuesta: 72 km/h)**
i) 0.0532 m^2 a cm^2 **(Respuesta: 532 cm^2)**
j) 95 millas/h a km/h **(Respuesta:1.5 x 10^2 km/s)**
7)La distancia de la Catedral a cierto punto es 1.4 km. Exprésala en metro **(Respuesta: 1.4 x 10^3 m)**
8)El radio de la Tierra medido por el ecuador es 6378 km. Exprésalo en metro. **(Respuesta: 6378 x 10^3 m ó 6.378 x 10^6 m)**
9)Un pitcher hizo un lanzamiento de 95 milla/h. Exprésalo en km/h. **(Respuesta: 1.5 x 10^2 km/h)**

10)

Respuesta: 0.87 m^3


¿Cuál será el volumen de agua que contiene el tinaco?
118 cm
97 cm

$$V = \frac{\pi D^2 H}{4}$$

11) Seis integrantes de un equipo de trabajo miden individualmente con una cinta graduada en cm la longitud del laboratorio escolar y obtienen los siguientes datos:

1) 10.57 m
2) 10.58 m
3) 10.54 m
4) 10.53 m
5) 10.59 m
6) 10.57 m

a) ¿Cuál podría ser la incertidumbre instrumental?
b)Calcula la media de los resultados obtenidos y la desviación estándar.
c) Calcula la incertidumbre total de la medición y la incertidumbre relativa.
d) Expresa el resultado de la medición de la longitud del laboratorio en la forma correcta e interprétalo.

Respuesta: a) 0.5 cm, b) 10.56 m 2.3 cm,
c) 2 cm, d) (10.56 ± 0.02) m

La cintura del vestido confeccionado por el sastre mide 24 pulgadas. ¿Cuánto mide en cm?

12) Un jinete a caballo cabalga 3.00 km al Norte y después 4.00 km al Oeste. ¿Cuál fue su desplazamiento?

Respuesta: 5.00 km $\underline{|143^\circ}$.

3) Una podadora de pasto se empuja con una fuerza de 50 N plicada al mango. Determina la componente horizontal de esta ierza cuando el mango forma un ángulo de 45º con el suelo.

Respuesta: 35 N

14) Un globo sonda de una estación meteorológica está ascendiendo a 3.2 m/s. De pronto es arrastrado por un viento horizontal de 2.1 m/s hacia la derecha. ¿Cuál es la magnitud y dirección (con referencia a la horizontal) de su velocidad resultante?

Respuesta: $3.8\frac{m}{s}\,\underline{|57^{\circ}}$

15) Dado el vector $\vec{A}$ en el primer cuadrante, si $A = 70$ u y la componente horizontal $A_x = 50$ u; encontrar el ángulo θ que forma $\vec{A}$ con el semieje positivo X, y la componente vertical A_y.

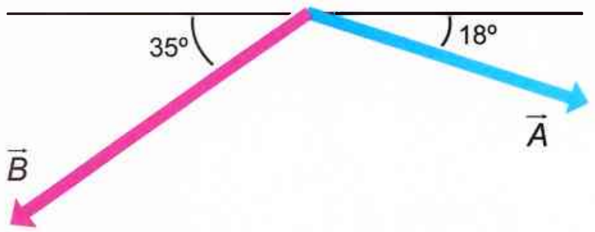
Respuesta: 44°, 49 u

16) Calcular la magnitud de un vector que forma un ángulo de 75° con el semieje positivo X y cuya componente horizontal es 3.1 u.

Respuesta: 12 u

17) Encontrar analíticamente la resultante de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, con magnitudes de 6.50 y 8.0 unidades, respectivamente mostrados en la figura:

Respuesta: $6.6\text{ u}\,\underline{|267^{\circ}}$



18) Encontrar analíticamente la suma de los siguientes vectores:

$\vec{S} = 450\text{ u}\,\underline{|50^{\circ}}$ y $\vec{Z} = 520\text{ u}\,\underline{|175^{\circ}}$

Respuesta: $452\text{ u}\,\underline{|120^{\circ}}$

19) Calcula utilizando el método del polígono la resultante del siguiente sistema de vectores que se muestra:

Respuesta: $8.2\text{ u}\,\underline{|115^{\circ}}$

$\vec{A} = 6\text{ u}\,\underline{|30^{\circ}}$

$\vec{B} = 4\text{ u}\,\underline{|90^{\circ}}$

$\vec{C} = 8\text{ u}\,\underline{|135^{\circ}}$

$\vec{D} = 6\text{ u}\,\underline{|240^{\circ}}$

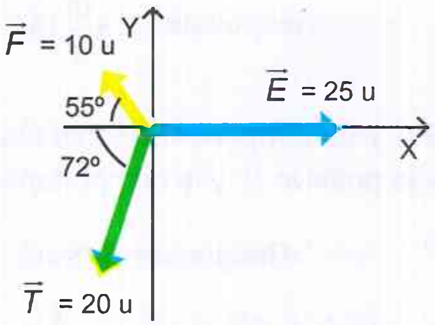
20) Dado el sistema de los vectores de las figuras, encontrar analíticamente su resultante aplicando el método de las componentes rectangulares:

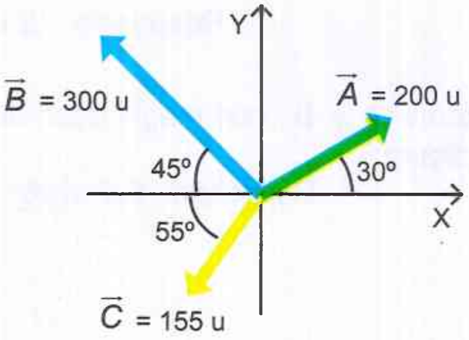
Respuesta:

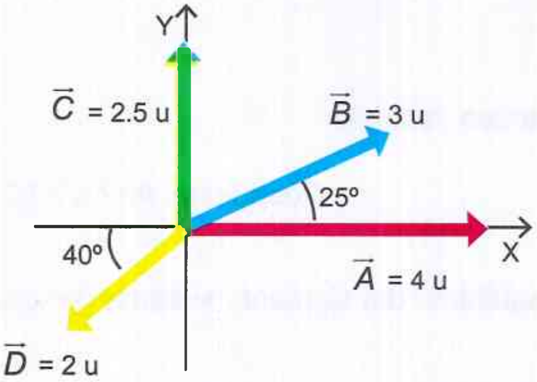
17 u |320º

225 u |125º

5.8 u |26º


Y
X
$\vec{F}$ = 10 u
$\vec{E}$ = 25 u
55º
72º
$\vec{T}$ = 20 u


Y
X
$\vec{B}$ = 300 u
$\vec{A}$ = 200 u
45º
30º
55º
$\vec{C}$ = 155 u


Y
X
$\vec{C}$ = 2.5 u
$\vec{B}$ = 3 u
25º
40º
$\vec{A}$ = 4 u
$\vec{D}$ = 2 u

2

MOVIMIENTO MECÁNICO, UN CAMBIO FUNDAMENTAL

COMPETENCIAS DISCIPLINARIAS A DESARROLLAR EN EL CAPÍTULO

2.1. Identifica distintos tipos de movimiento observados en la naturaleza y la vida cotidiana.

2.2. Adquiere conocimientos básicos para la descripción del movimiento de traslación por medio de tablas, gráficos y ecuaciones.

2.3. Interpreta gráficos de posición-tiempo correspondientes a diversos movimientos.

2.4. Caracteriza el concepto de inercia y lo utiliza para explicar fenónemos de la vida cotidiana.

2.5. Explica el contenido de las leyes de Newton y las emplea para analizar variadas situaciones físicas.

2.6. Explica el contenido de las leyes correspondientes a las fuerzas de gravitación, de rozamiento, de resistencia al movimiento en gases y líquidos y elástica, y las utiliza para analizar situaciones concretas.

2.7. Valora las aportaciones de la Mecánica, especialmente las de Galileo Galilei e Isaac Newton, al pensamiento científico.

2. Movimiento mecánico, un cambio fundamental.

En la unidad 1 vimos que la Física investiga **sistemas y cambios** fundamentales, que están en la base de otros más complejos estudiados por diversas ramas de la ciencia y la tecnología. En esta unidad centraremos la atención en uno de los **cambios** más habituales para los seres humanos, el cual, además, forma parte de otros muchos cambios: el **movimiento mecánico**, o simplemente **movimiento**. De su estudio se encarga la **Mecánica**.

Se mueven los seres humanos, los animales e infinidad de partes de ellos; el agua de ríos y mares; el aire al formar vientos; los medios de transporte; las partes de diversos mecanismos; la Tierra; cuerpos celestes como planetas, estrellas y galaxias; las moléculas y los átomos.

El movimiento mecánico fue el primero de los cambios examinados por la Física en profundidad. A través de su estudio se desarrollaron importantes conceptos, métodos e instrumentos no solo de la Física sino de la ciencia en general.

También, como ya mencionamos en el primer capítulo, se desarrollaron conceptos claves de las matemáticas. Entre los científicos que más aportaron al estudio del movimiento mecánico sobresalen Galileo Galilei e Isaac Newton. En esta unidad abordaremos preguntas como las siguientes:

¿Qué es movimiento mecánico y cuáles son algunos de sus tipos? ¿De qué medios se vale la Física para describirlo? ¿Qué factores determinan las características del movimiento? ¿Cómo predecir el movimiento de un cuerpo?

Dedicaremos el apartado 2.1 a responder las dos primeras preguntas y el apartado 2.2 a responder las otras dos.

Argumenta la afirmación de que el movimiento mecánico forma parte inseparable de otros muchos cambios.

Confecciona un listado con ejemplos de movimiento y reflexiona sobre el interés que puede tener su estudio.

¿Qué es lo que cambia en el movimiento mecánico?

2.1. Qué es movimiento mecánico y cómo se describe.

2.1.1. Concepto de movimiento mecánico y sus tipos. Partícula.

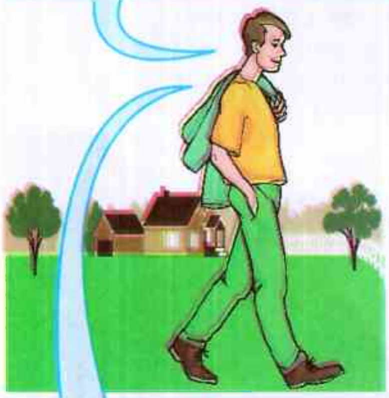
A diferencia de la vida cotidiana, en la ciencia los conceptos y términos empleados se intentan definir con el mayor rigor posible. Comenzaremos, pues, caracterizando el concepto de **movimiento mecánico**. Para distinguirlo de otros cambios debemos precisar, ante todo, qué es lo que cambia.

En el movimiento mecánico cambian la **posición del cuerpo como un todo**, o las **posiciones de sus partes**. Cuando una persona camina o corre pueden apreciarse con claridad ambas cosas.

Todos los días vemos cómo el Sol cambia de posición en el cielo, sale por una dirección próxima al este y se pone por una próxima al oeste. Sin embargo, con frecuencia leemos o escuchamos que la Tierra, y el resto de los planetas, se mueven alrededor de él. ¿Cuál de los cuerpos está realmente en movimiento, el Sol o la Tierra? Situaciones como la anterior indican que se requiere precisar el concepto de movimiento.

Resulta que todo cuerpo puede estar al mismo tiempo en movimiento y en reposo. Analicemos, por ejemplo, el caso de un pasajero sentado en un tren en marcha (Fig. 2.1). Considerado en relación con el tren, el pasajero está en reposo; en cambio, considerado en relación con un cuerpo

En el movimiento mecánico pueden cambiar, o no, otras magnitudes, pero lo que siempre cambia es la posición. ¿Qué otras magnitudes pudieran cambiar?



Describe ejemplos de movimientos en que varíen: a) la posición del cuerpo como un todo, b) las posiciones de sus partes.

¿Cuál de los cuerpos está realmente en movimiento, el Sol o la Tierra?

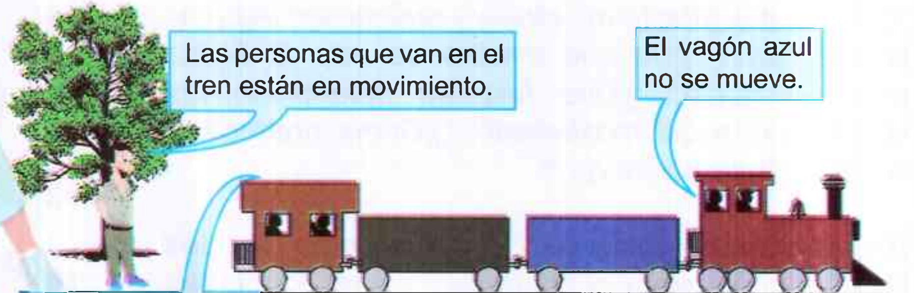
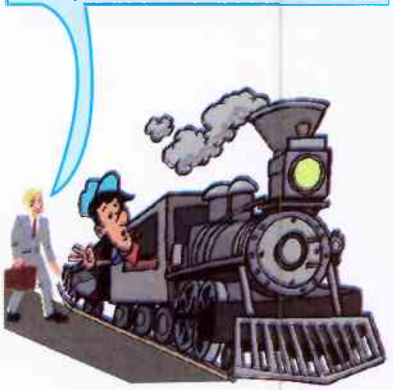

Las personas que van en el tren están en movimiento.
El vagón azul no se mueve.
El señor y el árbol se mueven, pero tú no.

Fig. 2.1. El movimiento y el reposo son relativos. Dependen del cuerpo escogido como referencia.

sobre la Tierra - digamos un árbol - el pasajero está en movimiento. Debemos añadir algo más: es tan correcto afirmar que el pasajero está en movimiento en relación al árbol, como a la inversa, que el árbol está en movimiento respecto al pasajero. Reflexiones como éstas indican el **carácter relativo del movimiento y del reposo**.

Desde un tren en movimiento se deja caer una piedra, ¿cómo apreciarán su movimiento, a) la persona que dejó caer la piedra, b) una persona en el andén.



Ahora podemos completar el concepto de movimiento:

Movimiento mecánico, o simplemente **movimiento**, es el **cambio de posición** de los cuerpos, o de sus partes, **en relación con otro cuerpo**.

En la primera unidad ya viste que para poder hablar un lenguaje común hacen falta ciertas **referencias**. Así, las unidades básicas de medición se refieren a patrones establecidos y las direcciones de los vectores a un sistema de coordenadas elegido, de lo contrario sería imposible comunicarse o entenderse. De modo similar, para hablar con propiedad del movimiento o del reposo también hay que indicar cuál es el **cuerpo de referencia.**

Un cuerpo de acero debe ser un cuerpo rígido y uno de plastilina no. ¡Pero debo tener cuidado, porque con frecuencia las cosas son relativas!

Como se afirma en el concepto de movimiento, éste puede consistir en el cambio de posición del cuerpo como un todo, pero también de sus partes. Sin embargo, nosotros nos limitaremos a estudiar casos en que las posiciones de las partes del cuerpo no varían unas respecto a otras, es decir, el movimiento de cuerpos que no se deforman, que pueden considerarse **rígidos**.

Cuerpo rígido es aquél que no se deforma al aplicar fuerzas sobre él.

El concepto de cuerpo rígido también es relativo. Así, una bola de plastilina lanzada por el aire está sometida, como probablemente conoces, a la fuerza de atracción de la Tierra, la fuerza de gravedad, sin embargo, durante el vuelo por el aire no se deforma, por lo que en ese caso es posible considerarla un cuerpo rígido.

Aquellos movimientos en que el cuerpo no se deforma pueden ser de dos tipos fundamentales, de **traslación** y de **rotación**.

Movimiento de traslación es aquel en que **todos los puntos del cuerpo se mueven de igual modo** (describen igual trayectoria, tienen igual velocidad).

Un criterio práctico para distinguir si un movimiento es de traslación o no, consiste en imaginar una recta trazada sobre el cuerpo. Si permanece paralela a sí misma, el movimiento es de traslación (Fig. 2.2a).

El **movimiento de rotación** puede ser bastante complejo, un caso simple es el de la rotación alrededor de un **eje fijo**, en que todos los puntos del cuerpo describen circunferencias con centro en una línea común (Fig. 2.2b). Un ejemplo común de este tipo de movimiento es el giro de una puerta. Su eje de rotación es una línea imaginaria que pasa a través de las bisagras. Sin embargo, si el eje no es fijo, entonces el movimiento ya no es tan simple, por ejemplo, un trompo rota alrededor de un eje que lo atraviesa, pero a su vez el eje gira apoyado en la punta del trompo, describiendo aproximadamente un cono. Son posibles movimientos de rotación aún más complicados.

Nota que a diferencia del movimiento de traslación, en la rotación los puntos del cuerpo tienen diferentes velocidades.

Por supuesto, también es posible un movimiento combinado de traslación y rotación, lo cual lo haría aún más complejo (Fig. 2.2c).

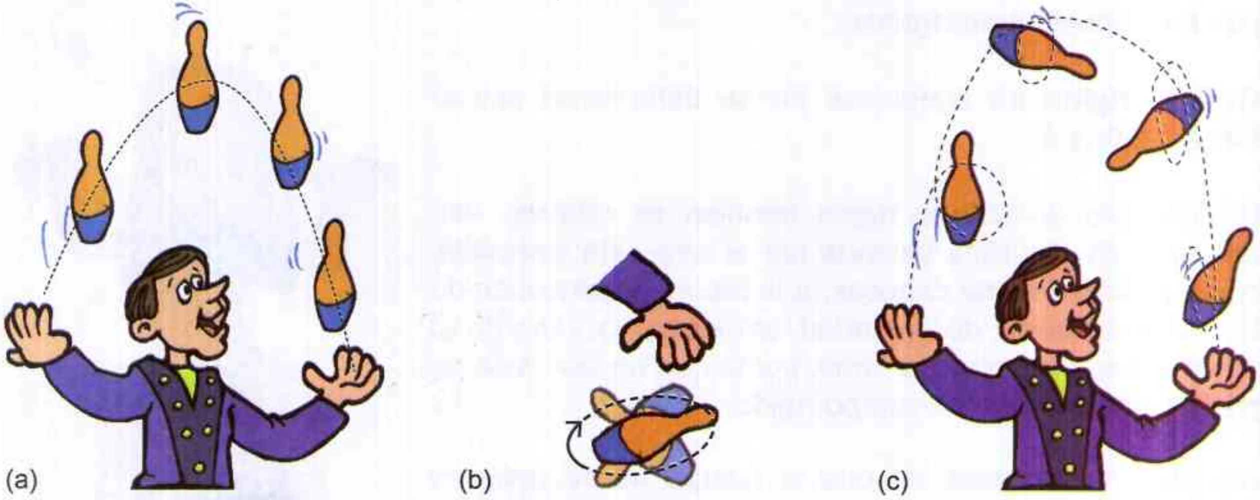


Fig. 2.2. Distintos tipos de movimiento: (a) traslación, (b) rotación, (c) combinación de traslación y rotación.

Puesto que en la traslación todos los puntos del cuerpo se mueven del mismo modo, es suficiente fijarse en uno solo de ellos para referirse al movimiento del cuerpo. Debido a esto, un cuerpo con movimiento de traslación puede ser representado por un punto, considerado como una **partícula**.

Describe ejemplos de movimientos: a) en que el cuerpo se deforma, b) de traslación, c) de rotación, d) de traslación y rotación combinadas.

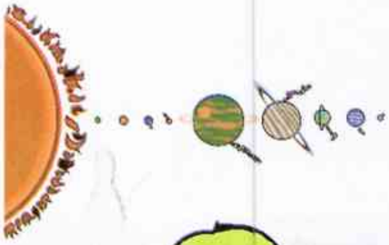
En Mecánica se denomina **partícula** a un cuerpo **cuya deformación y rotación pueden despreciarse** en las condiciones dadas, es decir, cuando solo se considera su traslación.

Los conceptos de **traslación** y **partícula** se encuentran así estrechamente ligados. Si un cuerpo solo se traslada, puede ser considerado una partícula. Por otra parte, cuando se representa a cierto cuerpo por un punto, eso no quiere decir que lo sea, en realidad ningún cuerpo real puede serlo.

En adelante centraremos la atención en el **movimiento de traslación** o, lo que es equivalente, en el **movimiento de una partícula**.

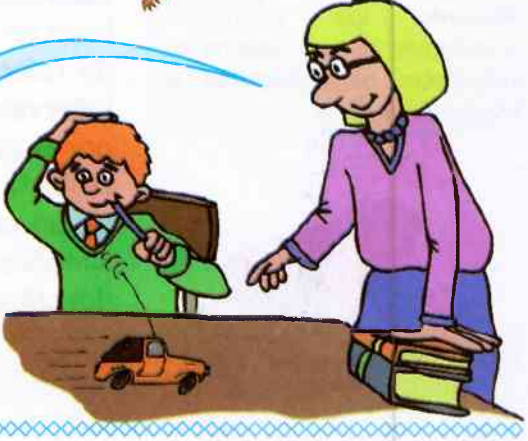
2.1.2. Cómo la Física describe el movimiento.

Habitualmente describimos los cambios, en particular los movimientos, por medio de palabras. Pero para conservar y comunicar información detallada sobre ellos, así como para analizarlos con mayor profundidad, en la ciencia se emplean otros medios más rigurosos que las palabras. El siguiente apartado tratará acerca de cómo la Física describe el movimiento, concretamente, intentaremos responder la segunda de las preguntas formuladas al iniciar esta unidad:



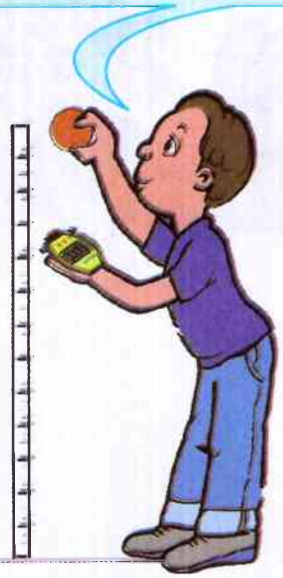
¿De qué medios se vale la Física para describir el movimiento?

La parte de la **Mecánica** encargada de la descripción del movimiento usualmente se denomina **Cinemática**.



¿Es posible considerar a la Tierra en su movimiento en torno al Sol como una partícula? ¿Y a un carrito desplazándose sobre la mesa del profesor? Argumenta.

La posición de la esfera no será la misma si tomo como referencia la parte superior de la regla o algún punto intermedio; el intervalo de tiempo tampoco será el mismo si considero como instante "cero" el momento de soltarla o después que ya ha recorrido cierta distancia.



2.1.2.1. Sistema de referencia.

La **descripción del movimiento** de una partícula consiste, en general, en dar **sus posiciones en sucesivos instantes de tiempo**. Pero como la posición de un cuerpo es relativa, depende del punto que se tome como referencia, lo primero que se requiere es elegir **cierto punto de referencia**. Después es posible indicar su posición utilizando un **sistema de coordenadas**. Para conocer los instantes correspondientes a las sucesivas posiciones se necesita además un **instrumento de medición del tiempo** y la indicación de cuál se considera el **inicio del intervalo de tiempo** en el movimiento dado. Este conjunto de elementos forma lo que se denomina el **sistema de referencia**.

2.1.2.2. Tablas, gráficas y ecuaciones.

Una vez establecido el sistema de referencia es posible describir el movimiento en **forma numérica** (tabla), **gráfica** o mediante una **ecuación** (analítica). Además, con frecuencia también es muy conveniente utilizar **vectores**. Las tablas, ecuaciones y gráficas son los medios fundamentales de que se vale la ciencia para describir y estudiar, no solo el movimiento, sino en general cualquier cambio.

Consideremos a modo de ejemplo una persona que camina en línea recta (Fig. 2.3). La descripción de su movimiento consiste, como hemos señalado, en dar sus posiciones sucesivas y los tiempos correspondientes. Como **punto de referencia** puede tomarse uno en la banqueta. En este caso es suficiente utilizar un solo eje del **sistema de coordenadas**, el eje *x*, porque el movimiento se realiza en línea recta; el origen de la coordenada *x* se sitúa en el punto de referencia. Lo más normal es considerar el **inicio del intervalo de tiempo** en el instante que el caminante pasa por el origen de coordenadas. En la figura 2.4 se dan una tabla, la ecuación y el gráfico que describen el movimiento de un caminante típico, es decir la relación entre *x* y *t* o, simbólicamente, *x*(*t*). Cada uno de esos tres modos de describir el movimiento tiene sus ventajas y desventajas.

Resume los elementos principales de un sistema de referencia para describir el movimiento.

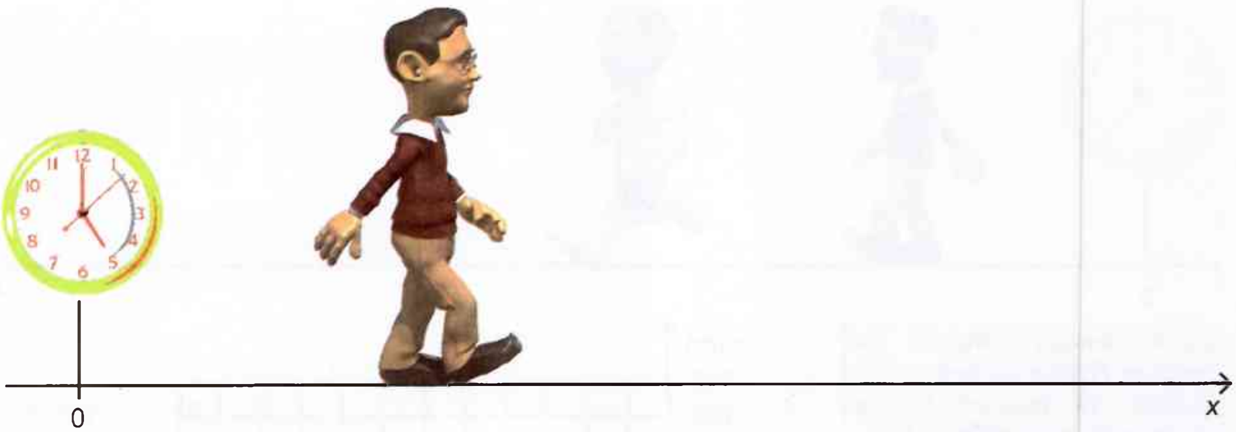
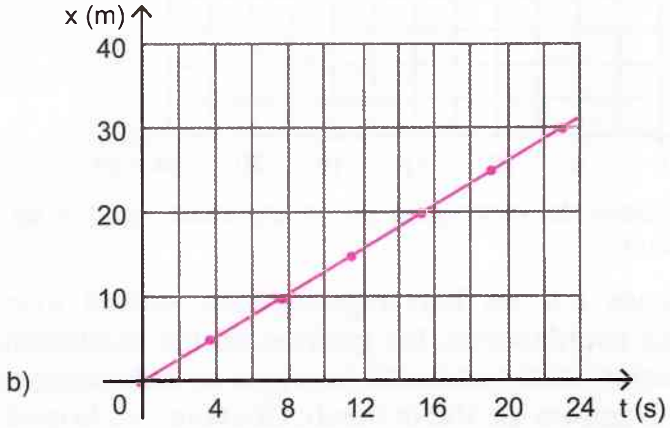


Fig. 2.3. Caminante y elementos del sistema de referencia elegido para describir su movimiento.

a)

x (m)	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0
t (s)	0.0	3.8	7.7	11.5	15.4	19.2	23.1

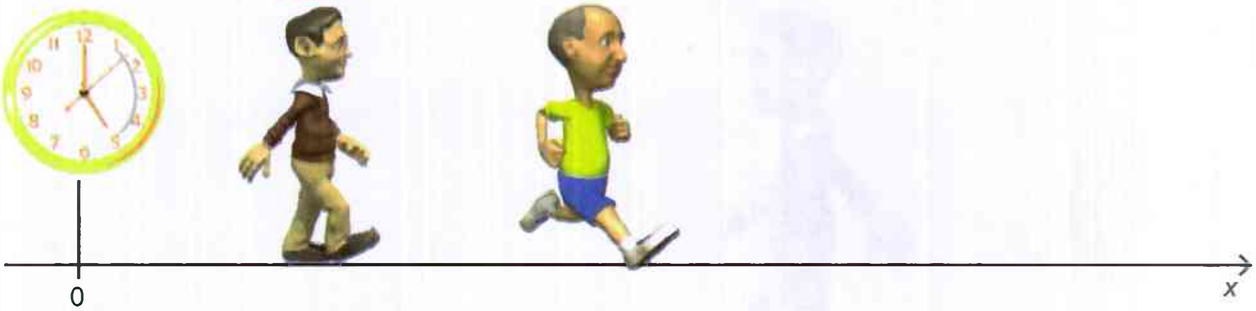


c) $x = v\,t$, donde $v = 1.3$ m/s

Fig. 2.4. Descripción del movimiento de un caminante: a) numérica o en forma de tabla, b) gráfica y c) analítica o en forma de ecuación.

Las **tablas** proporcionan los datos registrados durante el movimiento, pero interpretar sus características directamente a partir de ellas puede resultar difícil.

En cambio, las **gráficas** permiten percibir de una mirada las características generales de los cambios, en particular de los movimientos. Por ejemplo, cuándo una gráfica posición–tiempo es una línea recta, ello significa que el movimiento tiene lugar con velocidad constante.



¿Qué tiempo empleó en recorrer 70 m el corredor cuyo gráfico de movimiento se representó en la figura 2.5?

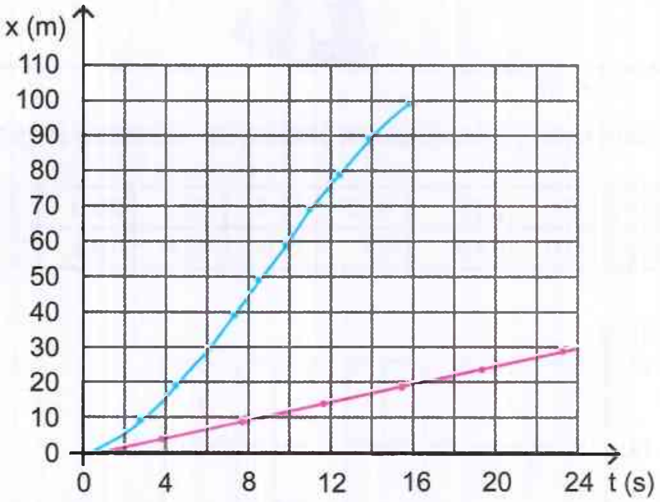


Fig.2.5. Gráficas del movimiento de un caminante (roja) y de un corredor (azul)

En la figura 2.5 se han representado, en el mismo sistema de coordenadas, las gráficas de los movimientos correspondientes al caminante (roja) y a un estudiante que realizó una carrera de 100 m (azul). Observa que la gráfica correspondiente al corredor no es una línea recta. Ello se debe a que primeramente su velocidad creció, luego se mantuvo aproximadamente constante y, por último, al parecer se cansó y su velocidad decreció algo. Por otra parte, la inclinación general de la línea en el caso del corredor es mayor que en el caso del caminante, lo cual significa que su velocidad es mayor. De la gráfica también puede conocerse, leyendo los valores en los ejes, por ejemplo el tiempo empleado en recorrer cierta distancia, o la distancia recorrida al cabo de determinado tiempo, aunque solo sea aproximadamente.

Por su parte, las **ecuaciones** dan una descripción sintética del movimiento y con frecuencia es fácil realizar operaciones matemáticas con ellas y extraer importantes conclusiones.

Así, la ecuación $x = v\,t$ (donde $v = 1.3$ m/s) no sólo representa todos los datos de la tabla correspondientes al caminante, e incluso posibles datos intermedios no escritos en ella, sino lo que es más importante: permite predecir, aproximadamente, la posición del caminante al cabo de cierto tiempo, o cuánto demorará en llegar a determinado lugar. Sin embargo, en la mayoría de los casos las ecuaciones no son tan simples, por ejemplo, una ecuación que representa el movimiento del corredor es:

¿Qué distancia recorrerá el caminante del ejemplo del texto en 10 min? ¿Qué tiempo demorará en recorrer 3 km?, ¿Qué suposición tuviste que hacer para contestar estas preguntas?

$$x = at^3 + bt^2 + ct,$$

donde $a = -0.026\ \text{m/s}^3$, $b = 0.70\ \text{m/s}^2$ y $c = 1.8\ \text{m/s}$

Utiliza la ecuación que describe el movimiento del corredor para calcular la distancia recorrida por él al cabo de 6.0 s. Contrasta el resultado obtenido con el que puede leerse en la gráfica.

Es necesario insistir en la importancia que tiene precisar las referencias a la hora de describir el movimiento. Así, si en los casos del caminante y el corredor, el inicio del intervalo de tiempo se considera cuando ya están a cierta distancia del origen de coordenada, entonces la tabla, el gráfico y la ecuación serían algo diferentes.

¿Cómo serían la tabla, el gráfico y la ecuación que describen el movimiento del caminante, si el inicio del intervalo de tiempo se toma cuando éste ya ha recorrido 5 m?

En los ejemplos anteriormente analizados los movimientos se realizan en líneas rectas y basta con una sola de las coordenadas del sistema de coordenada para fijar la posición del cuerpo. Pero, ¿cómo describir los movimientos cuando se trata de líneas curvas en el espacio? Por otra parte, la velocidad del movimiento puede permanecer constante, pero también aumentar, disminuir. ¿Qué magnitudes se utilizan para describir estas características del movimiento?

Las respuestas a las preguntas anteriores implican precisar una serie de conceptos, que analizaremos a continuación.

Diseña y lleva a cabo una actividad con el propósito de registrar las posiciones y tiempos correspondientes a un caminante. Compara los datos obtenidos por tí con los de la tabla de la figura 2.4a

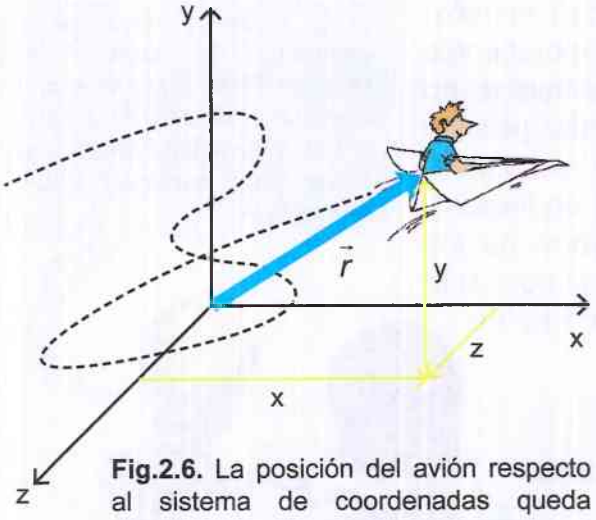


Fig.2.6. La posición del avión respecto al sistema de coordenadas queda determinada por el vector posición, o por las coordenadas *x*, *y*, *z*.

2.1.2.3. Vector posición y vector desplazamiento.

En la figura 2.6 se han representado un cuerpo que se mueven en una curva cualquiera y el vector que indica su posición en un instante dado.

El vector que va del origen del sistema de coordenadas a la posición que tiene la partícula en cierto instante se denomina **vector posición** o **radio vector**, lo designaremos por $\vec{r}$. También puede escribirse $\vec{r}(t)$, para significar que dicho vector en general es función del tiempo. Nota que su módulo, su dirección, o ambos, varían según cambia la posición de la partícula en la curva.

Como todo vector, el vector posición puede descomponerse en tres vectores sobre cada uno de los ejes de coordenadas, cuyos extremos tienen coordenadas que, en general, también varían con el tiempo: $x(t)$, $y(t)$ y $z(t)$ (Fig. 2.6). Ello sugiere que por compleja que sea la curva que describe una partícula, siempre es posible considerar su movimiento como **una combinación de tres movimientos rectilíneos**. Por supuesto, en tal caso tendríamos tres tablas si la descripción es numérica, tres gráficas si la descripción es gráfica o tres ecuaciones, si es analítica. La descripción del movimiento empleando vectores es más sintética. Sin embargo, más adelante veremos que la interpretación del movimiento como una composición de movimientos en direcciones perpendiculares simplifica el análisis de algunas situaciones.

El **vector desplazamiento**, o simplemente **desplazamiento**, es el cambio de posición de la partícula entre dos instantes de tiempo (Fig. 2.7).

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) \qquad \text{o bien,} \qquad \Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$$

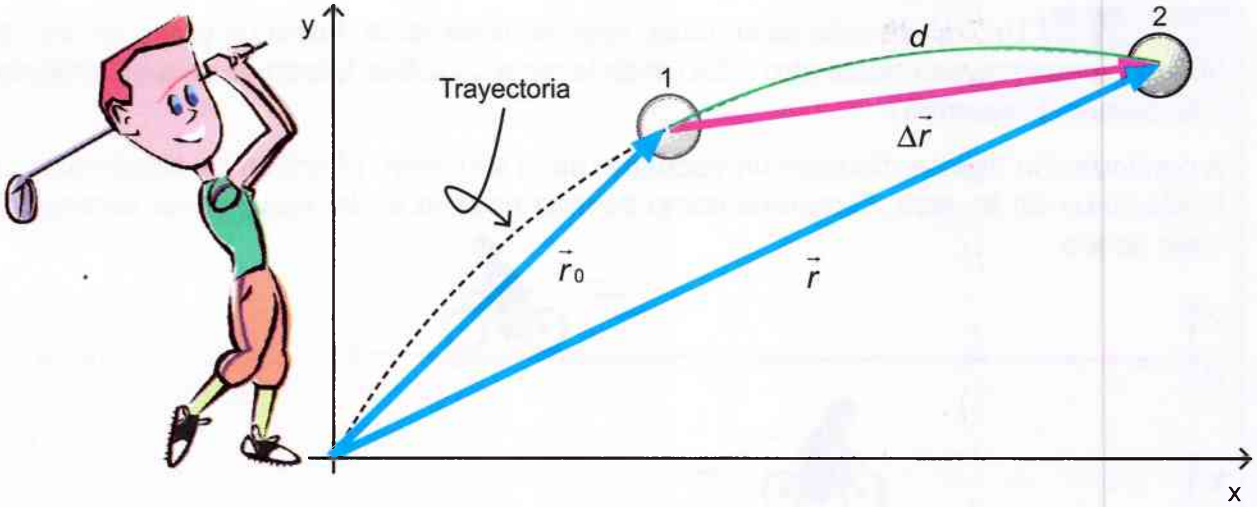
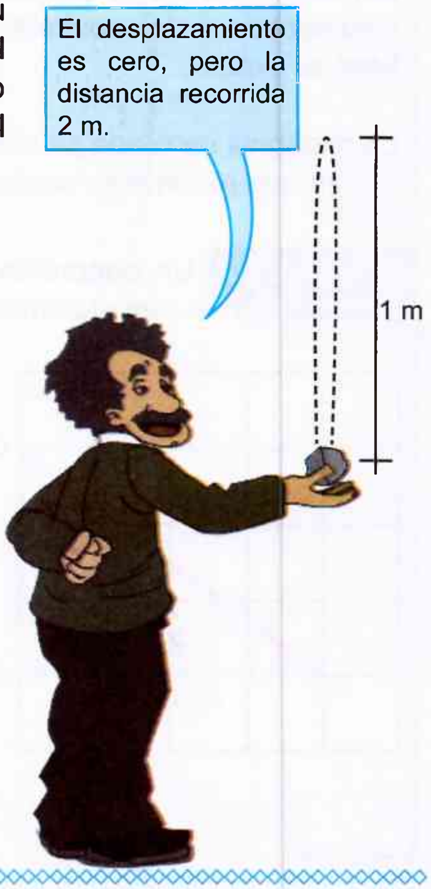

y
Trayectoria
1
2
d
$\Delta\vec{r}$
$\vec{r}_0$
$\vec{r}$
x

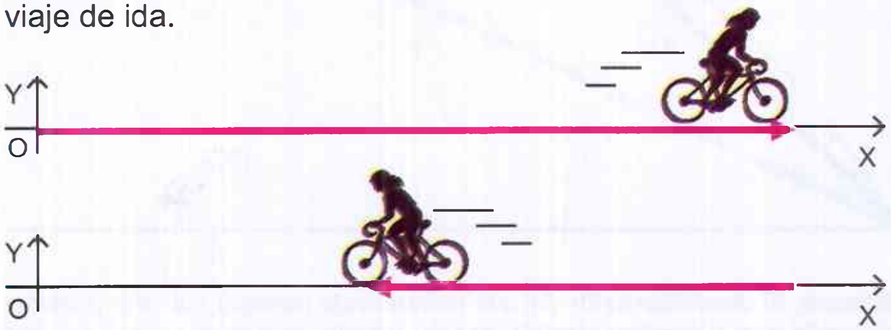
Fig. 2.7. Desplazamiento y distancia. El desplazamiento $\Delta\vec{r}$ une determinada posición con otra posterior y es una cantidad vectorial. La distancia d es el camino recorrido medido sobre la trayectoria y es una cantidad escalar.

Debes prestar atención a que, **en general, el desplazamiento no coincide con la distancia o longitud del camino recorrido**. Por ejemplo, si un cuerpo describe una trayectoria cualquiera, pero luego regresa al punto de partida, su desplazamiento es cero, aunque la distancia o longitud del camino recorrido, por su puesto, no lo sea. Si el movimiento es rectilíneo y en un único sentido, entonces el valor del desplazamiento y la distancia sí coinciden.


El desplazamiento es cero, pero la distancia recorrida 2 m.
1 m

Ejemplo 2.1. Un ciclista sale de su casa, viaja en línea recta hasta un punto situado a 500 m y luego regresa hasta otro a 200 m de la casa. ¿Cuáles fueron su desplazamiento y la distancia recorrida?

A continuación hemos dibujado un esquema de la situación. El origen de coodenada O lo elegimos en la casa. Tomamos como sentido positivo el del movimiento durante el viaje de ida.



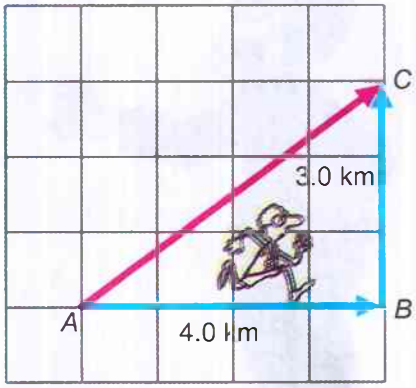
De este modo, la posición inicial está en el origen O y la posición final a 200 m, el desplazamiento es, simplemente:

$$\Delta r = r - r_0 = 200\ \text{m} - 0\ \text{m} = 200\ \text{m}$$

El módulo del vector desplazamiento es 200 m, su dirección, por supuesto, la del eje X y su sentido el del movimiento de ida. Es el vector que va de la casa al último lugar que llegó el ciclista.

La distancia recorrida se obtiene al sumar los 500 m que recorrió en un sentido con los 300 m que recorrió en sentido contrario: 800 m.

Ejemplo 2.2. Un deportista realiza el recorrido *ABC*, como se muestra en la figura, ¿Cuáles son el desplazamiento y la distancia recorrida?



El desplazamiento es el vector que une el punto *A* con el *C*. Para determinar su módulo, en este caso utilizaremos el teorema de Pitágoras.

$$\Delta r = \sqrt{\left(\overline{AB}\right)^2 + \left(\overline{BC}\right)^2} = \sqrt{(4\ \text{km})^2 + (3\ \text{km})^2} = 5.0\ \text{km}$$

mientras que su dirección es $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 37^\circ$ así

$$\Delta\vec{r} = 5.0\ \text{km}\ \underline{|37^\circ}$$

La distancia recorrida es simplemente la suma de las longitudes de los tramos *AB* y *BC*:

$$d = \overline{AB} + \overline{BC} = 4.0\ \text{km} + 3.0\ \text{km} = 7.0\ \text{km}$$

2.1.2.4 Velocidad, rapidez y aceleración.

Durante los movimientos, pueden realizarse iguales desplazamientos con diferente rapidez, o sea, en mayor o menor tiempo. Por eso, para caracterizar el movimiento no basta con el concepto de desplazamiento, se requiere una magnitud en que también intervenga el intervalo de tiempo en que se realiza. Esa magnitud es la **velocidad**.

Velocidad es la rapidez con que se realiza el desplazamiento, es decir, con que cambia la posición:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

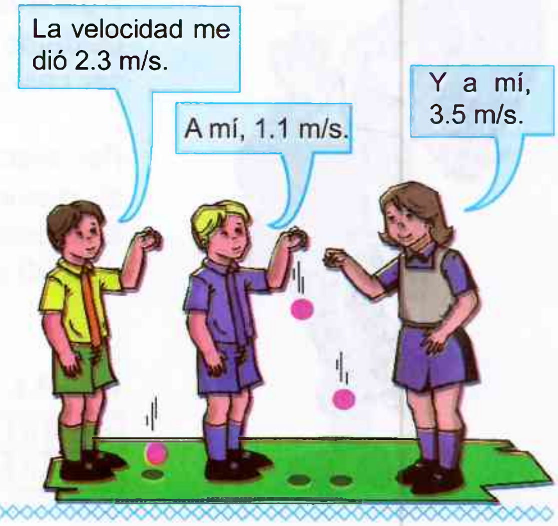
La velocidad es una magnitud vectorial, pues resulta de dividir un vector, el desplazamiento, entre el intervalo de tiempo en que se realiza el desplazamiento, es decir, entre un escalar.

La velocidad es una magnitud derivada, pues se determina a partir de dos magnitudes básicas, longitud (el módulo del desplazamiento es una longitud) y tiempo, utilizando la ecuación anterior. En consecuencia, la unidad de velocidad m/s, y sus múltiplos y submúltiplos, derivan de dos unidades básicas, metro y segundo.

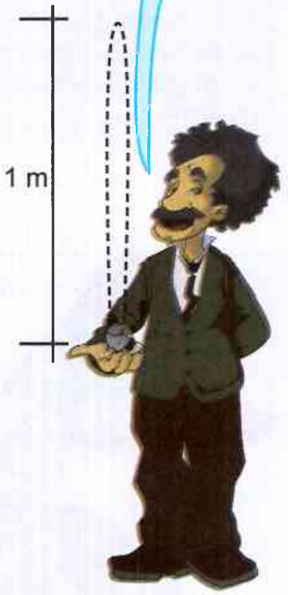
A partir de la tabla de la figura 2.4a y utilizando la ecuación $\vec{v} = \Delta\vec{r} / \Delta t$, calcula la velocidad del caminante. Comprueba que el resultado es aproximadamente al mismo al utilizar diferentes intervalos de tiempo Δt.

Es necesario profundizar en la definición anterior de velocidad, pues no en todas las situaciones resulta satisfactoria. Ella funciona bien cuando se trata de cuerpos que se mueven en línea recta, un solo sentido y valor de velocidad constante, como por ejemplo, en el caso del caminante considerado en el apartado anterior.

Pero con frecuencia no se cumplen las condiciones anteriores, en cuyo caso la ecuación $\vec{v} = \Delta\vec{r} / \Delta t$ puede no dar una idea clara de la situación. Así, si se deja caer un cuerpo desde un metro de altura y calculamos su velocidad utilizando dicha ecuación, pero tomando en cuenta intervalos diferentes, los resultados serán


La velocidad me dió 2.3 m/s.
A mí, 1.1 m/s.
Y a mí, 3.5 m/s.

En el viaje de ida y vuelta $\vec{v} = \Delta\vec{r} / \Delta t$ es cero.



muy distintos. Por ejemplo, al utilizar el intervalo total de tiempo que dura la caída, 0.44 s, se obtiene 2.3 m/s, sin embargo, si se calcula utilizando la mitad del intervalo de tiempo, 0.22 s, entonces se obtiene 1.1 m/s y si se calcula a partir de los datos de los últimos 0.22 s, el resultado es 3.5 m/s.

Más inapropiado aún parece el resultado que se obtiene al utilizar el cociente $\Delta\vec{r} / \Delta t$ si se calcula la velocidad en un viaje de ida y regreso. Por ejemplo, en el caso de un cuerpo que se ha lanzado verticalmente hacia arriba y regresa a la mano, ¡resulta que como el desplazamiento es nulo, la velocidad también lo es!

Por eso, a fin de describir más adecuadamente el movimiento se utilizan otros dos conceptos: **velocidad instantánea** y **celeridad** o **rapidez**. El cociente $\Delta\vec{r} / \Delta t$ en realidad se denomina **velocidad media**.

El cálculo de la velocidad instantánea a partir de la descripción numérica del movimiento es aproximado, pero si el intervalo de tiempo utilizado es suficientemente pequeño, es posible obtener un resultado aceptable.

Para calcular la velocidad instantánea, o sea la velocidad correspondiente a **cierto instante**, a partir de la ecuación $\Delta\vec{r} / \Delta t$ se requiere reducir **indefinidamente** el intervalo de tiempo Δt en torno a dicho instante. Simbólicamente este proceso se representa: $\lim_{\Delta t \to 0} \Delta\vec{r}/\Delta t$. Por consiguiente, la velocidad instantánea es:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

A partir de la descripción del movimiento en forma de tablas de datos o de gráficas, la velocidad instantánea solo puede ser calculada de modo **aproximado**.

Por ejemplo, consideremos la tabla 2.1, correspondiente al movimiento de un cuerpo que cae. ¿Cómo determinar la velocidad del cuerpo en cierto instante, digamos, al cabo de 0.30 s de iniciada la caída?

Tabla 2.1. Descripción numérica del movimiento de un cuerpo que cae.

y(m)	0	0.0122	0.049	0.110	0.196	0.306	**0.441**	0.600	0.784
t(s)	0	0.050	0.10	0.15	0.20	0.25	**0.30**	0.35	0.40

De acuerdo con lo explicado anteriormente, debemos calcular Δy / Δt para un intervalo infinitamente próximo a 0.30 s. Pero con los datos de esa tabla, los intervalos más próximos a 0.30 s son los que están entre 0.25 s y 0.30 s y entre 0.30 s y 0.35 s, no tenemos otra posiblidad.

El valor de Δy / Δt correspondiente al primero de esos intervalos es 2.7 m/s y el correspondiente al segundo 3.2 m/s. Evidentemente, ninguno de esos valores es la velocidad del cuerpo en el instante 0.30 s, ellos solo representan velocidades medias en los intervalos considerados.

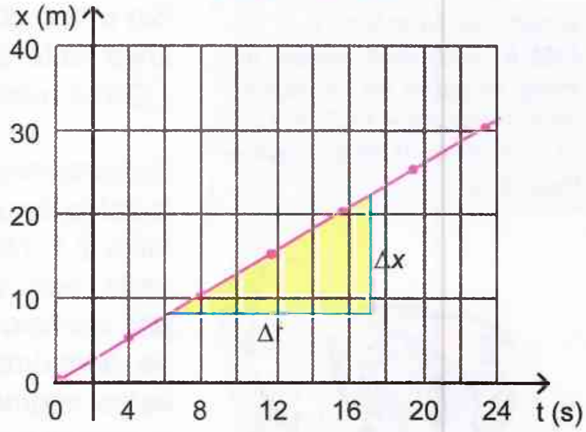


Fig. 2.8. La pendiente es $\Delta x/\Delta t$. Como el gráfico es una línea recta, su pendiente no varía y puede calcularse a partir de cualquier porción suya.

Pero si se dispusiera de mejores instrumentos y un registro de datos, digamos, cada 0.010 s, entonces obtendríamos 2.9 m/s al hacer el cálculo con el pequeño intervalo anterior a 0.30 s y 3.0 m/s al hacerlo con el intervalo posterior. Y si los datos se hubiesen registrado cada 0.0010 s, los resultados hubiesen sido, tanto para el intervalo anterior a 0.30 s como para el posterior, 2.9 m/s.

Observa que el proceso de reducción de Δt descrito no se realizó **indefinidamente**, solo llegamos a 0.0010 s, no obstante, ya podemos aceptar 2.9 m/s como un buen valor de la velocidad en el instante 0.30 s. Con mejores instrumentos pudieran haberse obtenido valores con más cifras significativas, digamos, v = 2.9351 m/s, pero como comprenderás, en la mayoría de los casos ello ni es posible, ni es necesario.

¿Cómo calcular la velocidad instantánea cuando el movimiento se ha descrito mediante una gráfica? Si la gráfica es **una linea recta**, como por ejemplo en el caso del caminante (Fig. 2.4), basta determinar la razón Δx / Δt tomando cualquier porción de ella, pues dicha razón es la misma para toda la línea (Fig. 2.8). En las gráficas en general, no solo en las de movimiento, esta razón se denomina **pendiente**, debido a que da idea de la inclinación de la línea respecto al eje X.

Calcula la velocidad del caminante a partir del gráfico de la figura 2.8.

A partir de la gráfica 2.9, calcula la velocidad media durante la caída de un cuerpo en los intervalos (0.25 s, 0.30 s) y (0.30 s , 0.35 s), respectivamente.

Sin embargo, cuando la gráfica del movimiento no es una línea recta, entonces su pendiente varía de un punto a otro. ¿Cómo proceder en ese caso?

Consideremos la gráfica del movimiento correspondiente a la caída de un cuerpo (Fig. 2.9). Fue construida utilizando la tabla 2.1. No es una línea recta, debido a que la velocidad varía, pero si nos fijamos en pequeñas porciones de ella, por ejemplo las porciones 1 y 2, podremos apreciar que se aproximan a segmentos rectos. Las pendientes de estos segmentos son diferentes, sus prolongaciones así lo evidencian. Observa que la pendiente del segundo es mayor, lo cual se debe a que la velocidad media en ese tramo es mayor. Ninguna de esas pendientes da el valor de la velocidad en el instante 0.30 s.

No obstante, si tomamos porciones de la curva de menor tamaño en torno al punto correspondiente a 0.30 s (Fig. 2.10), sus pendientes serán muy próximas entre sí y también muy próximas al valor de la velocidad en 0.30 s. Por otra parte, las pendientes de estos segmentos se aproximan mucho a la **pendiente de la recta tangente a la curva** en el punto considerado.

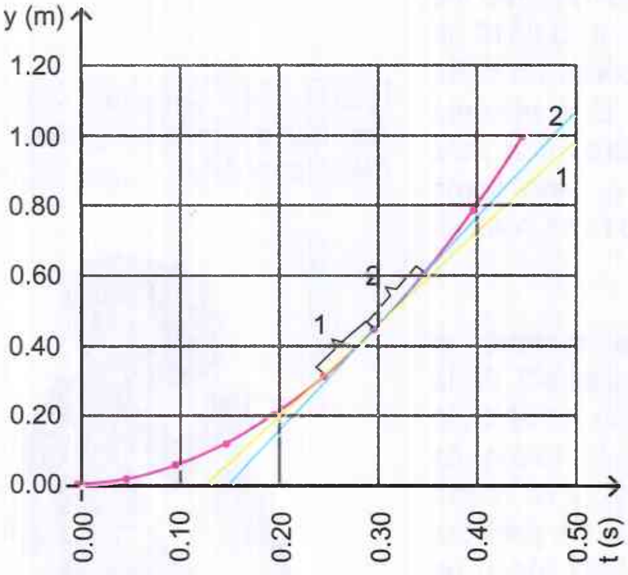


Fig. 2.9. Gráfica de *y*(*t*) correspondiente a la caída de un cuerpo. Las porciones 1 y 2 se aproximan a segmentos rectos. El segmento 2 tiene mayor pendiente que el 1.

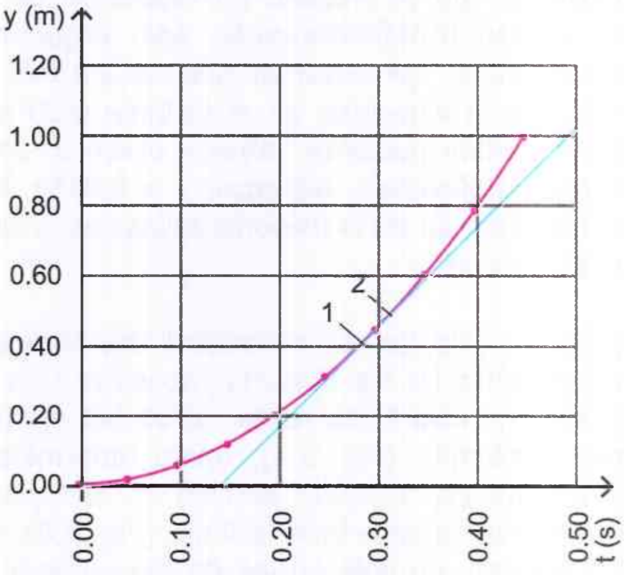


Fig. 2.10. Al reducir el tamaño de los intervalos considerados, las pendientes de los segmentos 1 y 2 son similares, y muy próximas a la de la tangente a la curva en el punto correspondiente a 0.30 s.

A partir de la gráfica de la figura 2.10, determina la velocidad del cuerpo al cabo de 0.30 s de iniciado el movimiento. Compara el resultado obtenido con el calculado anteriormente en el texto.

La conclusión es que **en una gráfica posición-tiempo, el valor de la velocidad instantánea viene dado por la pendiente de la tangente a la curva en el punto considerado**.

Obviamente, el procedimiento descrito es, como ya habíamos señalado, aproximado: el mero trazado de la tangente a la curva en un punto dado conlleva una incertidumbre apreciable; luego, para determinar la pendiente de la tangente hay que realizar mediciones, que también implican incertidumbres.

Sin embargo, la conclusión a que llegamos anteriormente, subrayada en negrita, es sumamente importante, pues como veremos más adelante, permite extraer conclusiones rápidas acerca de las características del movimiento, o en general acerca del cambio considerado.

En realidad, el proceso de cálculo de la velocidad instantánea indicado con la expresión $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\vec{r}/\Delta t$ solo puede ser realizado de modo exacto mediante un procedimiento analítico, es decir, cuando el movimiento es descrito por una ecuación. Cómo hacer esto, lo estudiarás en el curso de Matemáticas del tercer año de bachillerato, en el tema **Cálculo diferencial**.

Otra conclusión importante que puedes comprender a partir de la expresión $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\vec{r}/\Delta t$, al menos intuitivamente, es que cuando el cuerpo se mueve según una línea cualquiera, **la dirección de la velocidad instantánea en cierto punto es la de la tangente a la trayectoria en dicho punto.**

En efecto, como puede apreciarse de la figura 2.11, si el intervalo de tiempo Δt no es pequeño, el vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ es una especie de cuerda sobre la trayectoria. Pero si el intevalo Δt en torno al instante en que la partícula se encuentra en la posición 1 es pequeño, entonces la dirección de $\Delta\vec{r}$, y por tanto también la de $\Delta\vec{r}\,/\,\Delta t$, se aproxima a la de la tangente a la trayectoria en el punto 1. La aproximación es tanto mejor cuanto menor sea el intervalo Δt. Por consiguiente, la velocidad instantánea, $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\vec{r}/\Delta t$, tiene la dirección de la tangente a la trayectoria.

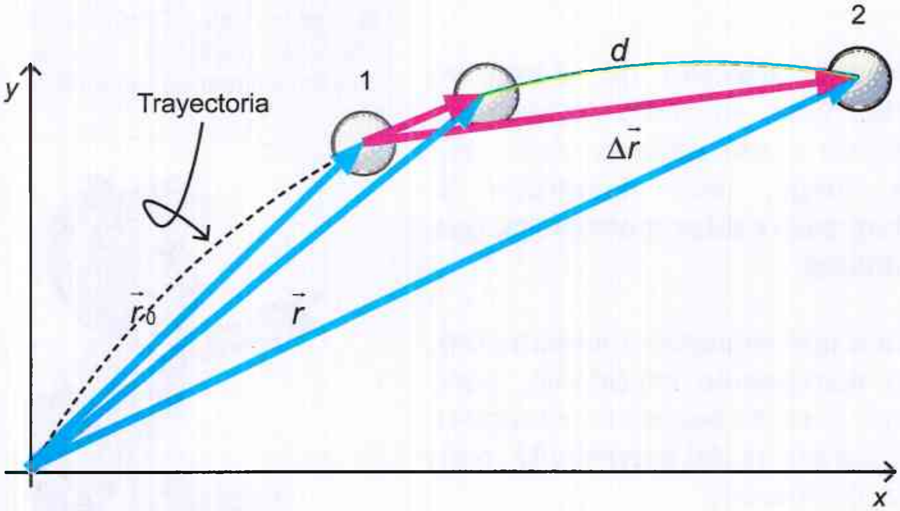


Fig.2.11. La dirección de la velocidad media $\Delta\vec{r}/\Delta t$ depende del intervalo Δt considerado, pero la velocidad instantánea es siempre tangente a la trayectoria en el punto dado.

El otro concepto que junto al de velocidad instantánea contribuye a describir mejor el movimiento es el de **celeridad**, o simplemente **rapidez**. Su importancia está dada, entre otras razones, porque es la noción que utilizamos en la vida diaria al referirnos a los movimientos.

Celeridad, o **rapidez**, es la rapidez con que varía la distancia o longitud del camino recorrido durante el movimiento: $\Delta d / \Delta t$.

Puesto que el valor del desplazamiento $\Delta\vec{r}$ y la distancia recorrida d en general no coinciden, los valores de los cocientes $\Delta\vec{r} / \Delta t$ y $\Delta d / \Delta t$ tampoco coinciden. En otras palabras, **en general la celeridad media no es igual al valor o módulo de la velocidad media**. Así, al lanzar un cuerpo verticalmente hacia arriba y tomarlo nuevamente en la mano, la velocidad media es nula, pero evidentemente la celeridad o rapidez no. De modo similar, al dar una vuelta en una pista circular la velocidad media es nula, pero la celeridad o rapidez no.

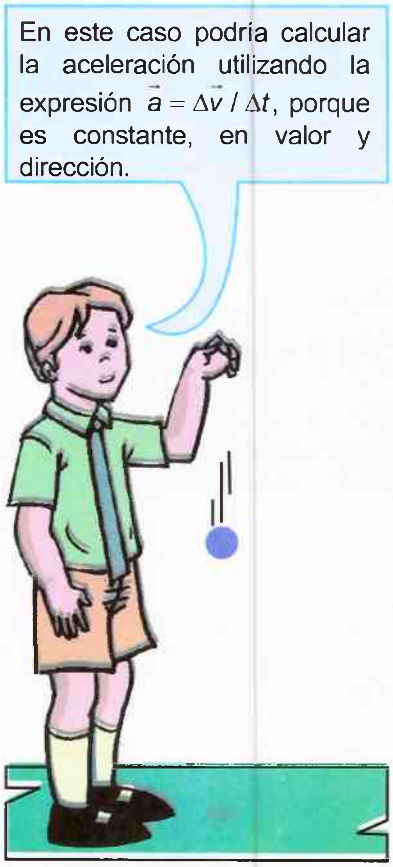
Sin embargo, la **celeridad o rapidez instantánea** sí es igual al valor o **módulo de la velocidad instantánea**.

La necesidad del concepto de velocidad para describir el movimiento está determinada por el hecho de que la posición del cuerpo puede cambiar con distinta rapidez. Pero resulta que la propia velocidad también puede cambiar con diferente rapidez, lo cual conduce a un nuevo concepto, el de **aceleración**.

Aceleración es la rapidez con que cambia la velocidad:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Con esta definición de aceleración ocurre algo similar que con la de velocidad definida como $\vec{v} = \Delta\vec{r} \,/\, \Delta t$, no en todas las situaciones resulta satisfactoria. En el caso, por ejemplo, de la caída de un cuerpo en ausencia de resistencia del aire no habría dificultad, porque la aceleración permanece constante, en magnitud y dirección.


En este caso podría calcular la aceleración utilizando la expresión $\vec{a} = \Delta\vec{v} \,/\, \Delta t$, porque es constante, en valor y dirección.

Pero imaginemos un cuerpo que se mueve en una circunferencia con rapidez constante (Fig. 2.12). En un cuarto de vuelta su velocidad, que como sabes es tangente a la trayectoria, ha girado 90º (Fig. 2.13), de modo que aunque no ha cambiado su valor, sí su dirección. La variación de la velocidad en ese caso sería el vector $\Delta\vec{v}$ representado en la parte derecha de la figura 2.13 y la razón $\Delta\vec{v} \,/\, \Delta t$ tendría esa misma dirección y sentido. Sin embargo, en una vuelta completa es cero. Así, la razón $\Delta\vec{v} \,/\, \Delta t$, de modo similar que $\Delta\vec{r} \,/\, \Delta t$, en general depende del intervalo de tiempo Δt considerado. El concepto que soluciona la dificultad anterior es el de **aceleración instantánea**:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

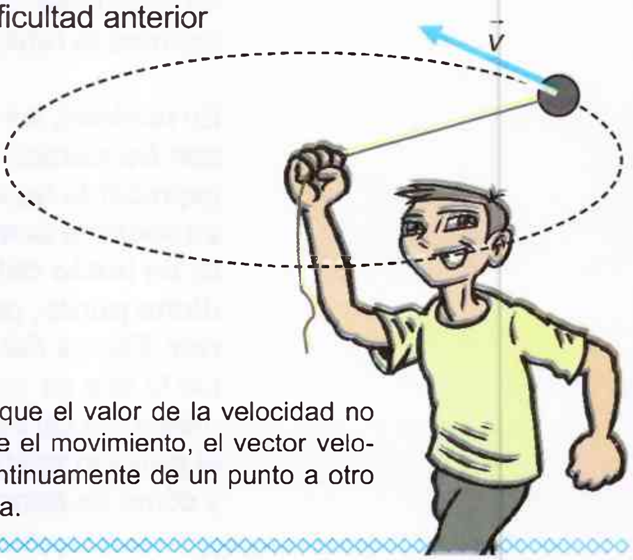


Fig. 2.12. Aunque el valor de la velocidad no cambie durante el movimiento, el vector velocidad varía continuamente de un punto a otro de la trayectoria.

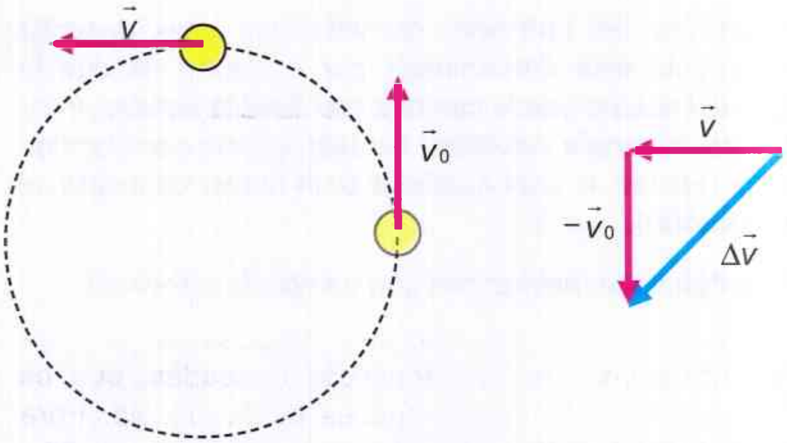


Fig. 2.13. En un cuarto de vuelta, $\Delta\vec{v}$ es el vector representado en el diagrama de la derecha, pero en una vuelta completa es cero.

En el ejemplo anterior, la aceleración instantánea está dirigida todo del tiempo hacia el centro de la circunferencia.

La aceleración es una magnitud derivada, pues se obtiene, como puedes apreciar en la ecuación anterior, de otras dos magnitudes, velocidad y tiempo. La unidad de aceleración es m/s^2, la cual deriva de dos unidades básicas, metro y segundo.

Después de haber visto que la velocidad es la rapidez con que cambia la posición y que la aceleración es la rapidez con que cambia la velocidad, es probable que te preguntes, ¿y en los movimientos, no variará también la aceleración, en cuyo caso convendría introducir otra magnitud más, que exprese la rapidez con que cambia?

En realidad, los movimientos en que cambia la aceleración son frecuentes y a veces se introduce una magnitud para expresar la rapidez de ese cambio; pero en general, **basta conocer la aceleración de un cuerpo, además del punto de inicio del movimiento y la velocidad que tiene en dicho punto, para poder predecir su movimiento posterior.** Ello se debe a que es la aceleración y no otra magnitud la que se calcula a partir de las magnitudes que determinan las características del movimiento de un cuerpo. En el próximo apartado veremos cuáles son estas magnitudes y cómo se relacionan con la aceleración.

2.2. Leyes de Newton.

Hasta ahora nos hemos limitado a la **descripción** del movimiento: a agruparlos en diversos tipos (de traslación, rotación, combinación de éstos), a estudiar los medios empleados por la ciencia para obtener y comunicar información acerca de ellos (tablas, ecuaciones, gráficas, vectores). Esto permite hacer ciertas predicciones y resolver algunos problemas de interés, pero no posibilita **diseñar movimientos** con las características deseadas, que es uno de los objetivos fundamentales de la ciencia. Para planificar un vuelo a Marte, dirigir las microscópicas gotitas que en una impresora de tinta forman las letras y planificar otros muchos desarrollos tecnológicos, se requiere más que saber **describir** el movimiento, lo cual solo representa un primer paso.

En este apartado estudiaremos los factores que determinan las características del movimiento. Esto es lo que hace posible **controlarlo** y **dirigirlo**. De modo que las preguntas claves a responder esta vez serán:

¿Qué factores determinan las características del movimiento?¿Cómo predicir el movimiento de un cuerpo?

La parte de la Mecánica que se ocupa de responder las preguntas anteriores se denomina **Dinámica del Movimiento** o, simplificadamente **Dinámica**.

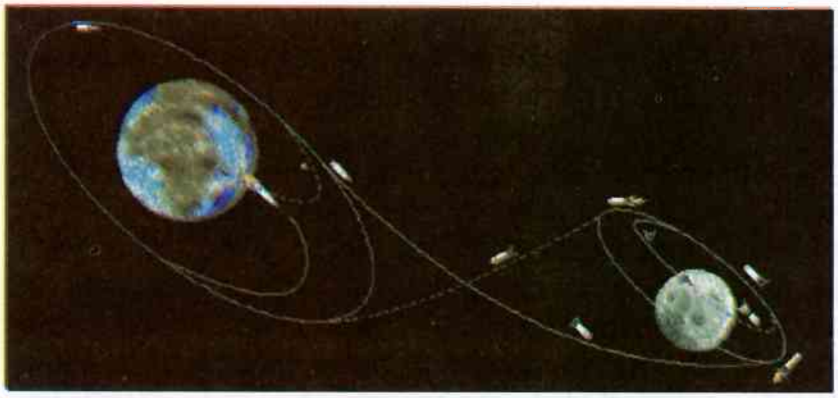


Fig. 2.14. La misión a la Luna Apolo 11 supuso diseñar un movimiento muy complicado, como se muestra en la ilustración. El trayecto a la Luna aparece como una línea amarilla, mientras que el viaje de regreso se indica con una línea azul. Al diseñar dicho movimiento se utilizaron las leyes de Newton.

Discute con tus compañeros la importancia que tiene responder las preguntas clave de este apartado.

Apoyándote en el análisis de actividades prácticas sencillas, intenta dar una respuesta inicial a la primera pregunta.

2.2.1. Antecedentes de la Dinámica Newtoniana.

Fig. 2.15. Aristóteles (384-322 A.C.), uno de los más grandes filósofos de la antigüedad, expresó ideas acerca del movimiento mecánico.

El movimiento mecánico fue objeto de reflexión desde la antigüedad. Por eso no es de extrañar que Aristóteles, uno de los más grandes antiguos filósofos griegos, llegara a una serie de conclusiones acerca de él. Las ideas filosóficas de Aristóteles fueron asumidas en la Edad Media, y con ellas sus ideas acerca del movimiento.

Aristóteles creía que para mantener el movimiento se requería una acción o **motor que lo impulsara**, lo que en términos actuales equivale a decir que para mantener una velocidad constante se necesita aplicar una fuerza.

También suponía que ese motor **debía estar en contacto con el cuerpo** que se mueve. Pero como ésto hacía difícil explicar el movimiento de los cuerpos lanzados cerca de la superficie de la Tierra, supuso que en tales casos el motor impulsor es el aire, y que éste a su vez es movido por el "Primer Motor", de origen divino, noción que en la filosofía de Aristóteles desempeñaba un importante papel.

Dividía los movimientos en "natural" y "violento". Movimientos naturales eran aquellos que no necesitaban del motor impulsor en contacto con el cuerpo y violentos los que requerían ser impulsados. Así, un cuerpo que se deja caer tiene un movimiento natural porque no requiere motor impulsor, simplemente va hacia el estado natural, que para Aristóteles era el reposo. Los movimientos aparentes del Sol y de la Luna alrededor de la Tierra tampoco requerían motor impulsor y, por tanto, también eran naturales.

Fig. 2.16. Galileo Galilei (1564-1642). Cuestionó las ideas de Aristóteles acerca del movimiento e introdujo un nuevo modo de pensar en la ciencia.

Las ideas de Aristóteles acerca del movimiento prevalecieron hasta que Galileo Galilei las cuestionó radicalmente. Éste introdujo un nuevo modo de pensar en la ciencia, basado en lugar de la especulación, en el planteamiento de **hipótesis** fundamentadas, la extracción de deducciones a partir de ellas apoyándose en la **matemática** y el **diseño y puesta en práctica de experimentos** para contrastar las suposiciones realizadas.

Galileo mostró que el movimiento no requiere motor impulsor alguno, que **el estado natural de los cuerpos es precisamente el movimiento** y no el reposo.

Por su parte, Isaac Newton (Fig. 2.17), que como hemos dicho ha sido uno de los más grandes científicos de todos los tiempos, sintetizó y desarrolló las ideas de Galileo. Su obra fundamental, **Principios Matemáticos de la Filosofía Natural**, conocida simplificadamente como **Principias**, se publicó en 1687. Newton mostró que el movimiento de los cuerpos celestes no es de naturaleza divina, sino que **se rige por las mismas leyes que el movimiento en la Tierra**, rebatiendo con ello las ideas religiosas dominantes en aquella época sobre la existencia de dos mundos diferentes, uno terrenal y otro celestial, divino. Esas leyes son las **Tres leyes de Newton** y la **Ley de Gravitación Universal**. El estudio de ellas será el objetivo fundamental de los siguientes apartados.

Fig. 2.17. Isaac Newton (1642-1727). Uno de los más grandes científicos de todos los tiempos. Entre sus aportes a la ciencia están la formulación de las tres leyes del movimiento y la ley de Gravitación Universal.

2.2.2. Concepto de fuerza.

Al iniciar el curso vimos que dos de las características esenciales del universo son su organización en forma de **sistemas** -desde el nivel microscópico hasta el galáctico- y los constantes **cambios** que tiene lugar en él. El factor más importante que determina tanto la estructura de los sistemas como los cambios que tienen lugar en ellos, son las **interacciones** entre sus diferentes elementos. Por consiguiente, cualquiera que sea la rama de la ciencia de que se trate, el estudio profundo de los sistemas y cambios supone tener en cuenta las interacciones que determinan sus características.

La Física centra su atención en cuatro tipos de interacciones, denominadas a veces **fundamentales** porque son las responsables de la estructuración de sistemas y de cambios que están en la base de otros muchos más complejos. Ellas son, las interacciones **gravitatoria**, **electromagnética**, **fuerte** y **débil**. La estructuración de sistemas solares, galaxias y el agrupamiento de éstas (Fig. 1.2), así como muchos de los cambios que tienen lugar en ellos, están determinados por la interacción gravitatoria;

Yo pensaba que los conceptos de interacción y fuerza eran equivalentes, pero aquí se producen acciones y, sin embargo, no se trata de fuerzas.

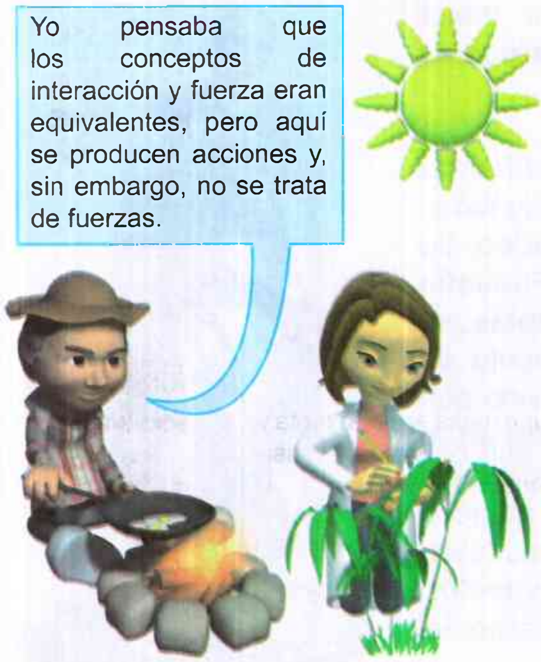


Fig. 2.18. Las acciones externas sobre cuerpos o sistemas provocan cambios en éstos.

la responsable de la estructuración de átomos y moléculas (Fig. 1.2) y del agrupamiento de éstos para formar los cuerpos habituales es la interacción electromagnética; la reunión de los protones y neutrones para formar los núcleos de los átomos se debe a la interacción fuerte, y los procesos de desintegración radiactiva a la interacción débil.

Por supuesto, las cuatro interacciones mencionadas no son las únicas, pero como hemos dicho, constituyen el fundamento de otras muchas interacciones. Algunas de las interacciones se reúnen bajo el concepto de **fuerza**. ¿Qué es una fuerza?

Cualquier **acción** externa sobre un cuerpo provoca algún cambio en él, por pequeño que sea. Así, la acción de una llama sobre un cuerpo origina la elevación de su temperatura y la de la luz sobre las plantas provoca la fotosíntesis, etc. (Fig. 2.18). Pero a veces el cambio producido sobre el cuerpo consiste en **variar su estado de reposo o modificar su movimiento**. A esas acciones se les denomina fuerza.

En su obra ya mencionada, **Principios Matemáticos de la Filosofía Natural** Newton definió la fuerza del siguiente modo:

“Una fuerza aplicada es una acción ejercida sobre un cuerpo, a fin de cambiar su estado, o de reposo, o de movimiento uniforme en línea recta”.

En términos actuales podríamos decir que **fuerza es una acción ejercida sobre un cuerpo a fin de variar su velocidad, de acelerarlo**. Observa que para la ciencia fuerza es más que un empujón o tirón. Por otra parte, a diferencia de la noción de “motor” de Aristóteles, mencionada en el apartado anterior, el concepto de fuerza no exige que haya contacto entre los cuerpos. Un ejemplo de ello es la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo que se suelta en el aire.

¿Qué consideras más general, el concepto de acción o el de fuerza, ¿las nociones de empujón y tirón o la de fuerza?

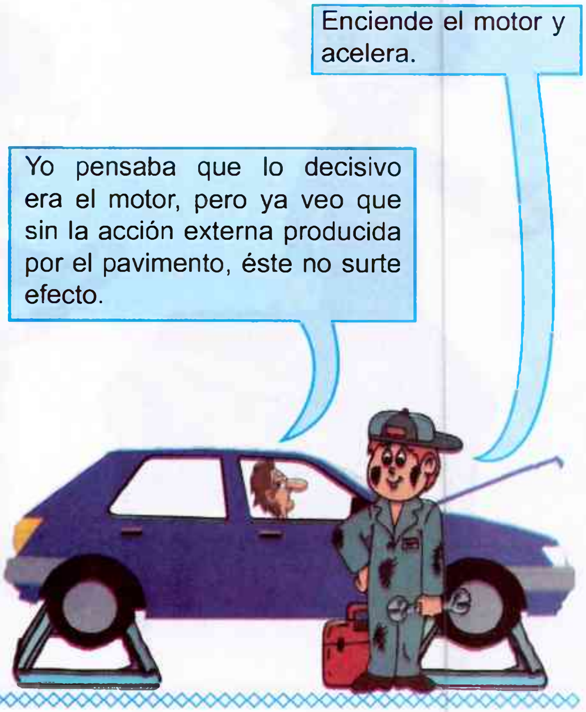
Cabe subrayar que en la Mecánica de Newton, **las fuerzas siempre se deben a las interacciones gravitatoria o electromagnética**, aunque con frecuencia esto no sea evidente. Por ejemplo, al empujar un cuerpo o tirar de él, pareciera que no interviene ninguna de esas dos interacciones. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que la acción de un cuerpo sobre otro con el cual está en contacto, se realiza mediante la interacción electromagnética entre los átomos o moléculas de dichos cuerpos.

Un cuerpo se mueve sobre una mesa en línea recta y con velocidad aproximadamente constante. Piensa en varios modos de: a) frenarlo, b) acelerarlo, c) cambiar la dirección del movimiento.

2.2.3. Primera ley de Newton.

Ya sabemos que ciertas **acciones externas** (que llamamos **fuerzas**) pueden alterar el reposo o el movimiento de un cuerpo. Pero, ¿podrá también el cuerpo hacer esto por sí sólo, sin necesidad de una acción externa?

En un automóvil y otros medios de transporte cotidianos, aparentemente lo que determina que aumente el valor de la velocidad o cambie la dirección del movimiento es algo interno: el motor, el sistema de dirección. No obstante, basta pensar en lo que ocurre al accionar éstos cuando el medio de transporte está suspendido sobre soportes, para percatarnos de que resulta indispensable una acción externa. Sin la acción del pavimento sobre las ruedas, el vehículo no puede salir del reposo ni cambiar la dirección del movimiento.


Enciende el motor y acelera.
Yo pensaba que lo decisivo era el motor, pero ya veo que sin la acción externa producida por el pavimento, éste no surte efecto.

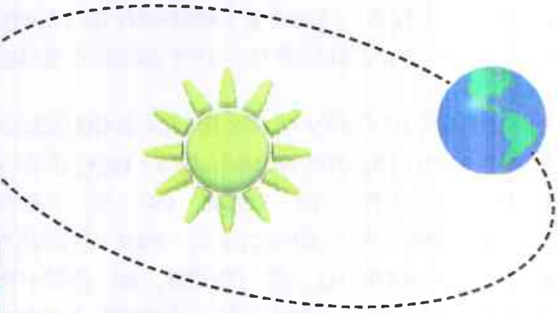
A Galileo y Newton corresponden el mérito de haber planteado y argumentado que los cuerpos varían su estado de reposo o de movimiento **sólo debido a la acción de otros cuerpos**, que no pueden hacerlo por sí mismos.

Newton formuló la conclusión anterior, que llamó **primera ley del movimiento**, y actualmente también se conoce como primera ley de Newton, del modo siguiente:

“Todo cuerpo continúa en su estado de reposo o de movimiento uniforme en una línea recta, a menos que sea obligado a cambiar ese estado por fuerzas aplicadas sobre él”.

Esta ley tiene excepcional importancia para el estudio del movimiento. Establece que **solo una fuerza**, es decir **la acción de otro cuerpo**, puede variar la velocidad de un cuerpo, no hay otra cosa que pueda hacerlo.

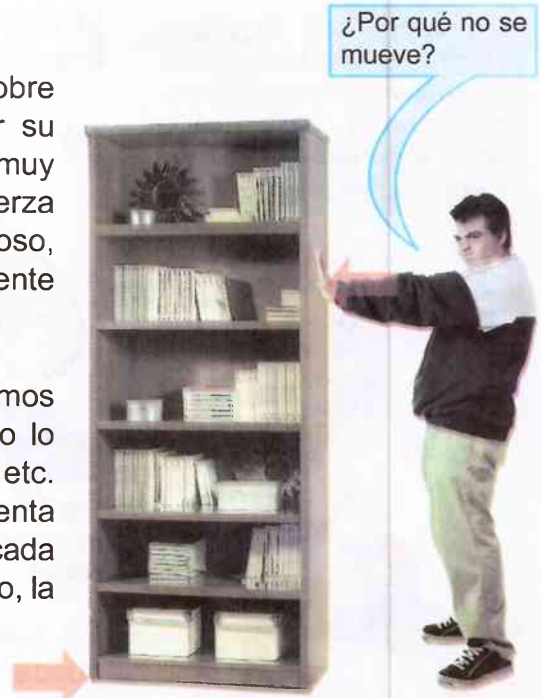
Esto significa que siempre que la velocidad de un cuerpo varíe, podremos afirmar que sobre él está actuando una fuerza, o varias. Además, por la magnitud y dirección de su aceleración, podemos juzgar la magnitud y dirección de la fuerza.



¿Por qué disminuye su velocidad? ¿Qué pudiera hacerse para que se moviera la mayor distancia posible?

La Tierra describe prácticamente una circunferencia en su órbita alrededor del Sol. a) ¿Cómo argumentarías a otra persona que sobre ella se ejerce una fuerza? b) ¿Qué cuerpo ejerce dicha fuerza?

2.2.4. Resultante de fuerzas.

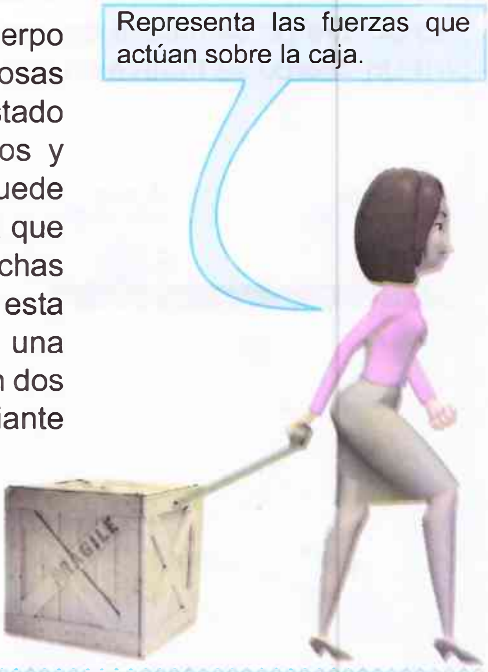


¿Por qué no se mueve?

Hemos aprendido que fuerza es una acción sobre un cuerpo, a fin de sacarlo del reposo o variar su movimiento, es decir, acelerarlo. Pero sabemos muy bien que con frecuencia se ejerce determinada fuerza sobre un cuerpo y, no obstante, permanece en reposo, o en movimiento con valor de velocidad prácticamente constante.

Ejemplos de lo anterior son, cuando empujamos un mueble intentando moverlo sobre el piso y no lo logramos, cuando caminamos jalando una caja, etc. Si el mueble no sale del reposo y la caja no aumenta su velocidad, es porque además de la fuerza aplicada por nosotros, existe otra que se opone al movimiento, la de **rozamiento** con el piso. En casos como éste decimos que las fuerzas están **compensadas**, o **equilibradas**, y que la **resultante** de ellas es cero. Si la resultante de las fuerzas no fuese cero, el cuerpo modificaría su estado de reposo o movimiento.

Cuando sobre un cuerpo se ejercen varias fuerzas, las características de su movimiento dependen de la **resultante de la fuerzas** o **fuerza neta**.



Representa las fuerzas que actúan sobre la caja.

Hemos afirmado que toda acción externa sobre un cuerpo provoca algún cambio en él. Pero existen numerosas situaciones, algunas de los cuales hemos estado analizando, en que se aplican fuerzas a los cuerpos y ellos permanecen en reposo. ¿De qué cambio puede hablarse en estos casos? Un análisis detallado revela que en tales casos los cuerpos *se* **deforman**, aunque muchas veces ello no sea perceptible. La figura 2.19 ilustra esta conclusión mediante un ejemplo simple. Se golpea una bola de plastilina aproximadamente con igual fuerza en dos situaciones diferentes. En *a)*, la fuerza aplicada mediante el golpe hace salir a la bola del reposo. En *b)*, dicha fuerza es compensada por la que ejerce un tope en sentido contrario, y la bola, considerada como un todo, no se pone en movimiento. Sin embargo, sus partes sí lo hacen, ocasionando una considerable deformación. La mayoría de las veces

Un cuerpo que se coloca encima de una mesa ejerce determinada fuerza sobre ella, sin embargo, habitualmente no observamos ningún cambio. ¿Por qué?

la deformación no es tan evidente como en el ejemplo descrito, pero eso no quiere decir que no tenga lugar.

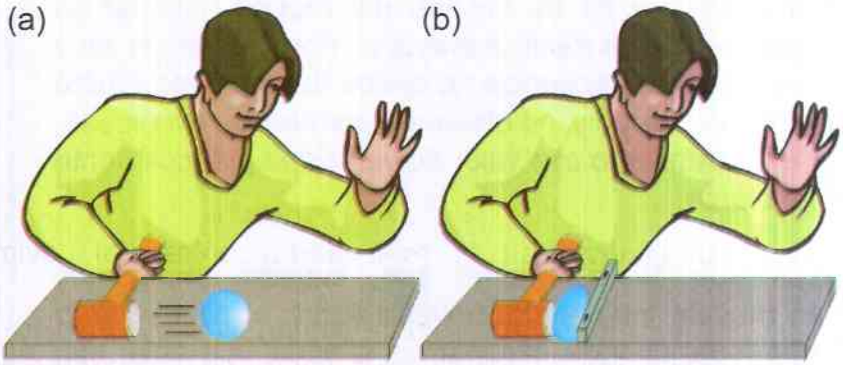
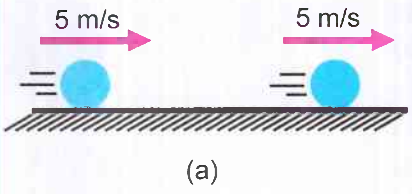


Fig.2.19. Se golpea una bola de plastilina: a) La fuerza provoca su movimiento como un todo, b) La fuerza produce el movimiento de sus partes.

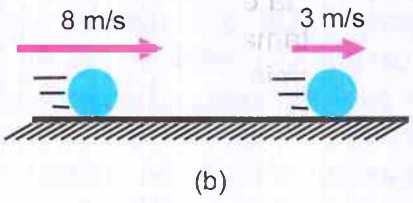
De este modo, las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo pueden sacarlo del reposo, variar el valor de su velocidad, la dirección de su movimiento, pero también deformarlo.

Ejemplo 2.3. Expresa si existe o no una fuerza resultante sobre el cuerpo. En caso de existir, indica su dirección y su sentido, representándola en el dibujo.

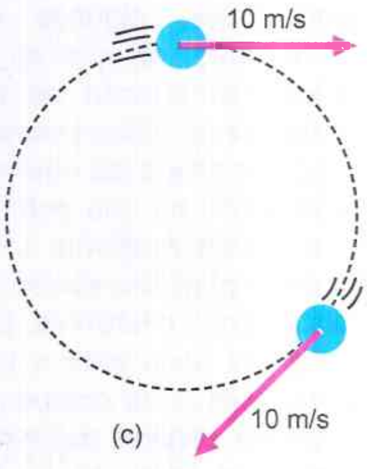
(a) Un cuerpo se mueve en línea recta y con rapidez constante.
(b) Un cuerpo se mueve en línea recta y su rapidez va disminuyendo.
(c) Un cuerpo se mueve en una circunferencia con rapidez constante.
(d) Un cuerpo se mueve en una curva aumentando su rapidez.



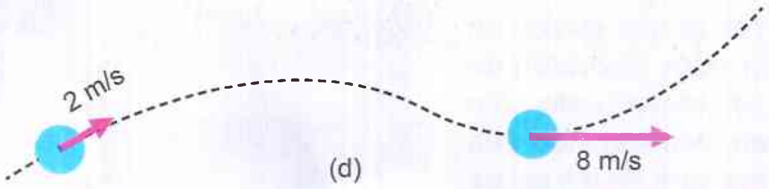
(a)



(b)



(c)



(d)

Solución. Si el cuerpo no varía su velocidad, significa que no hay fuerza resultante sobre él. Y si varía, entonces sí hay. Además, la fuerza resultante tiene la misma dirección y sentido que el cambio de velocidad, es decir, que la aceleración. Por consiguiente:

a) El vector velocidad no cambia ni en magnitud ni en dirección, por lo que no hay fuerza resultante sobre el cuerpo.

b) El vector velocidad cambia en magnitud, aunque no de dirección. El cambio de velocidad es un vector que apunta en sentido opuesto a la velocidad; en consecuencia, existe una fuerza neta sobre el cuerpo contraria al movimiento.

c) El vector velocidad no cambia en magnitud, pero sí de dirección. El cambio de velocidad es un vector que apunta hacia el centro de la circunferencia, por consiguiente, hay una fuerza neta sobre el cuerpo que también apunta hacia el centro de la circunferencia.

d) El vector velocidad cambia de magnitud y de dirección. El cambio de velocidad es un vector que apunta hacia la parte interna (cóncava) de la trayectoria, por tanto, existe una fuerza resultante sobre el cuerpo que también apunta hacia la parte interna de la trayectoria.

2.2.5. Inercia y masa.

Si bien como afirma la primera ley de Newton un cuerpo no puede salir del reposo o modificar su movimiento por sí mismo, estamos convencidos de que alguna característica suya sí influye en el movimiento. Así, para poner en movimiento una plataforma que transporta una carga, cambiar la dirección de su movimiento o detenerla, es decir, para acelerarla, se requiere ejercer una fuerza que es tanto mayor cuanto mayor sea la carga. Por otra parte, tenemos idea de que no son el tamaño o el volumen de la carga como tales los que determinan la magnitud de la fuerza que debemos ejercer, sino su **masa**.

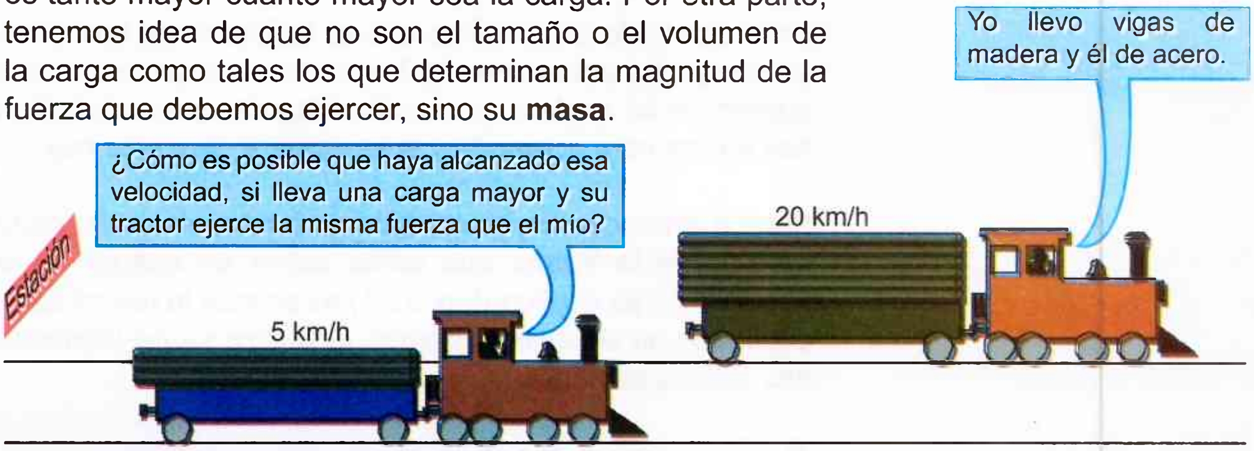
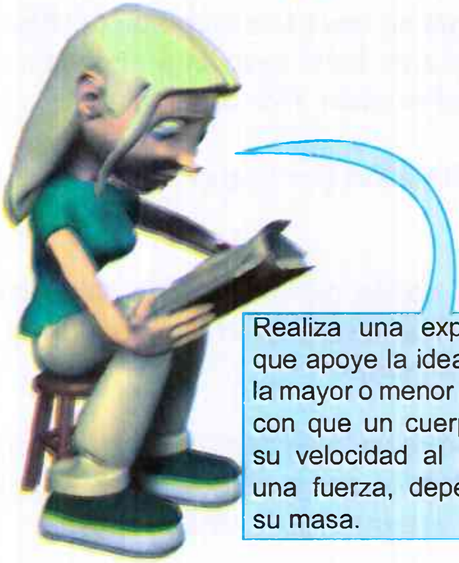

Yo llevo vigas de madera y él de acero.
¿Cómo es posible que haya alcanzado esa velocidad, si lleva una carga mayor y su tractor ejerce la misma fuerza que el mío?
20 km/h
Estación
5 km/h

Fig. 2.20. El vagón con las vigas de acero tiene mayor masa y, por tanto, su inercia también es mayor.



Realiza una experiencia que apoye la idea de que la mayor o menor facilidad con que un cuerpo varía su velocidad al aplicarle una fuerza, depende de su masa.

¿Por qué resulta imposible detener inmediatamente un tren, un carro, u otro medio de transporte en movimiento?

Por experiencia propia sabes que **cuando se trata de una misma sustancia o material**, la masa puede ser tomada como medida de su cantidad. Por ejemplo, en un sobre de azúcar de dos kilogramos hay doble cantidad de azúcar que en otro de uno. Claro está, si las sustancias o materiales son diferentes, la masa no da idea de la cantidad de ellos. Así, en la situación de la figura 2.20 no tiene sentido alguno decir que la cantidad de acero en un vagón es mayor que la cantidad de madera en el otro.

La masa está vinculada **a la mayor o menor facilidad con que los cuerpos salen del reposo o modifican su movimiento cuando se les aplica una fuerza**; en otras palabras, la masa caracteriza la **inercia** de los cuerpos a variar su velocidad.

En Física, **inercia** es la propiedad de los cuerpos la cual consiste en que al ejercer una fuerza sobre ellos, **no pueden salir del reposo o modificar su movimiento instantáneamente**, requieren cierto tiempo para ello. Mientras mayor sea la masa de un cuerpo, mayor será su inercia.

2.2.6. Segunda ley de Newton.

En el apartado 2.2.2 vimos que el indicador de que sobre un cuerpo ha actuado cierta fuerza es su aceleración: si el cuerpo no se acelera, podemos asegurar que sobre él no hay fuerza neta actuando y si se acelera, que sí la hay.

Parece entonces lógico considerar a la aceleración como medida de la fuerza que actúa sobre un cuerpo: si su aceleración se duplica (Fig. 2.21) es porque la fuerza se ha duplicado, si se triplica, porque la fuerza se ha triplicado, etc. Simbólicamente:

$\vec{F} \propto \vec{a}$, donde el símbolo $\propto$ indica proporcionalidad.

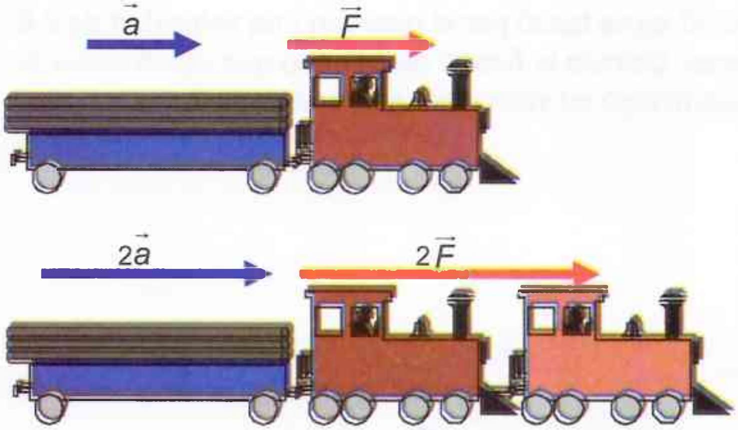


Fig. 2.21. Si la aceleración de un cuerpo se duplica, significa que la fuerza aplicada también se ha duplicado.

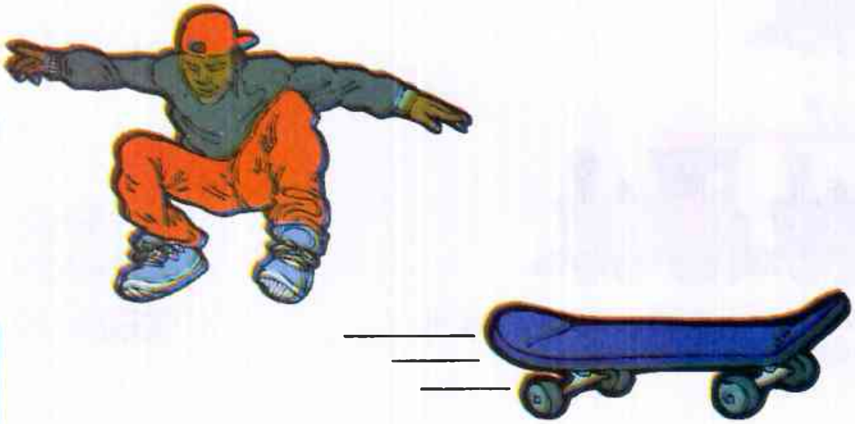
Pero acabamos de ver que la afirmación anterior no es cierta cuando se trata de cuerpos de diferentes masas. Así, en el ejemplo de la figura 2.20 las fuerzas pudieran ser iguales y, sin embargo, las aceleraciones de todos modos serían diferentes. En realidad, cuando las masas de los cuerpos son distintas, lo que permanece igual al aplicar la misma fuerza es el producto *ma*. Esto sugiere expresar la relación entre la fuerza, la masa y la aceleración como:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Como puedes ver, la fuerza es una magnitud derivada, ya que se obtiene de otras dos, masa y aceleración, utilizando la ecuación $\vec{F} = m\vec{a}$. La unidad de fuerza es kg m/s^2. Nota que en ella intervienen tres unidades básicas, que a la vez son las tres unidades fundamentales en la Mecánica: kilogramo, metro y segundo. Pero en honor a ese gran científico que fue Newton, a esta unidad se le ha dado su nombre, **newton**, y se simboliza por la inicial de su nombre, **N**.

La fuerza aplicada sobre un cuerpo es 1 N, siempre que el producto de su masa expresada en kg por su aceleración expresada en m/s^2 sea igual a uno. Para que te hagas una idea más concreta de lo que es un newton, diremos que es aproximadamente la fuerza que se necesita ejercer para mantener suspendida en el aire una carga de 100 g.

Ejemplo 2.4. Una patineta de masa 0.50 kg se lanzó por el piso con una velocidad de 2.6 m/s y demoró 2.0 segundo en detenerse. Calcula la fuerza de frenado que actuó sobre la patineta. ¿Considera que la patineta disminuyó su velocidad uniformemente?



La patineta se mueve en línea recta, por lo que podemos trabajar simplemente con los valores de velocidad y sus signos. Elegiremos como sentido positivo el del movimiento de la patineta (en la figura, hacia la derecha).

Podemos calcular la fuerza sobre la patineta utilizando la ecuación:

$$F = ma$$

Conocemos su masa (m = 0.50 kg), pero no su aceleración (a). Sin embargo, ésta puede ser calculada del siguiente modo:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}$$

$$a = \frac{0\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 2.6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2.0\text{ s}} = -1.3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Sustituyendo en la ecuación de la segunda ley de Newton

$$F = (0.50\text{ kg})\left(-1.3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = -0.65\text{ N}$$

Podemos concluir que la fuerza de frenado es un vector con las siguientes características:

$$\left.\begin{array}{l}\text{módulo: 0.65 N,}\\ \text{dirección: horizontal}\\ \text{sentido: hacia la izquierda (negativo).}\end{array}\right\}\ \vec{F} = 0.65\text{ N}\,\underline{|180^\circ}$$

Hemos visto cómo calcular la fuerza que actúa sobre un cuerpo en movimiento utilizando la ecuación $\vec{F} = m\vec{a}$. De modo similar pueden conocerse las fuerzas que actúan sobre otros muchos cuerpos: una pelota golpeada por un bate, un cuerpo que se deja caer, etc. Para determinar las fuerzas también se emplean ciertos instrumentos, como los **dinamómetros** (Fig.2.22), que permiten medirlas directamente, o ciertas leyes expresadas en forma de ecuaciones, mediante las cuales se miden indirectamente.

$$F = G\frac{m_1m_2}{r^2}$$

$$F = \mu N$$

$$F = -kx$$

$$F = -bv$$

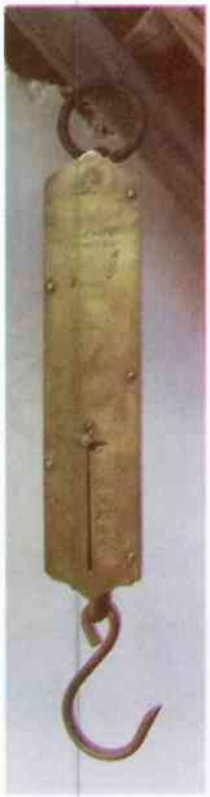
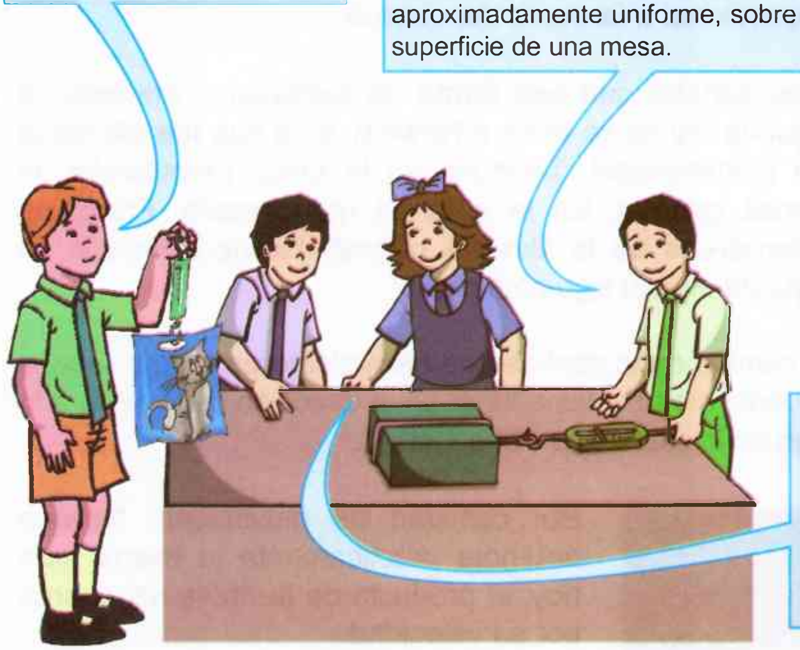


Fig. 2.22. Las fuerzas pueden ser determinadas mediante instrumentos y también utilizando ciertas ecuaciones.



Mide la fuerza de gravedad sobre diferentes cuerpos utilizando un dinamómetro.

Utiliza un dinamómetro para medir la fuerza de rozamiento sobre un bloque que deslizamos con movimiento, aproximadamente uniforme, sobre la superficie de una mesa.

¿Por qué podemos asegurar que hemos determinado los valores de la fuerza de gravedad y de la fuerza de rozamiento, si en realidad las fuerzas directamente medidas son las aplicadas a los cuerpos mediante el dinamómetro?

Pero el objetivo fundamental de la **Dinámica** no es simplemente conocer las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, sino utilizar dicho conocimiento para predecir movimientos y, actualmente, sobre todo para diseñar movimientos con característica deseadas.

En otras palabras, el **problema fundamental de la Dinámica** es, conocidas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y la masa de él, **determinar su aceleración** y, a partir de ésta, **su velocidad** y **posición** a través del tiempo.

De la ecuación $\vec{F} = m\vec{a}$ se deduce que si se conoce la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo y su masa, la aceleración puede hallarse mediante la ecuación:

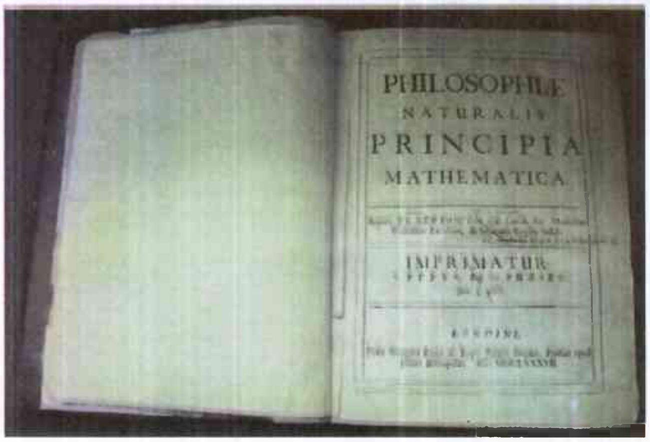
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Ésta es la expresión matemática de la **segunda ley de Newton** que nosotros utilizaremos. Con palabras pudiéramos enunciarla del siguiente modo:

La aceleración de un cuerpo tiene la misma dirección y sentido que la resultante de las fuerzas que actúan sobre él. Su magnitud es directamente proporcional a la magnitud de la resultante de las fuerzas, e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

Cabe señalar que esa forma de expresar y enunciar la segunda ley no se debe a Newton, sino que fue difundida con posterioridad. Tampoco es la única formulación, ni la más general. En la obra ya mencionada, Principios matemáticos de la filosofía natural, Newton enunció su segunda ley del siguiente modo:

“El cambio en la cantidad de movimiento es proporcional a la fuerza motriz y tiene lugar en la dirección de la recta a lo largo de la cual actúa dicha fuerza”.



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA

IMPRIMATUR

LONDINI

Fig.2.23. Copia de los “Principia” que perteneció a Newton, con correcciones realizadas a mano para la segunda edición.

Por cantidad de movimiento Newton entendía prácticamente lo mismo que hoy, el producto de la masa del cuerpo por su velocidad.

Subrayemos que para determinar la aceleración de un cuerpo a partir de la ecuación $\vec{a} = \vec{F}/m$ y poder así resolver el problema fundamental de la Dinámica, se requiere conocer las fuerzas que actúan sobre él. Esto es posible de dos modos: midiéndolas directamente o, como generalmente se hace, determinándolas a partir de las **leyes de fuerzas**. En el apartado 2.3 estudiaremos algunas de estas leyes.

Ejemplo 2.5. Al despegar cierto cohete espacial de masa 5.6×10^3 kg, la fuerza neta sobre él era 1.2×10^5 N. ¿Con qué aceleración despegó?

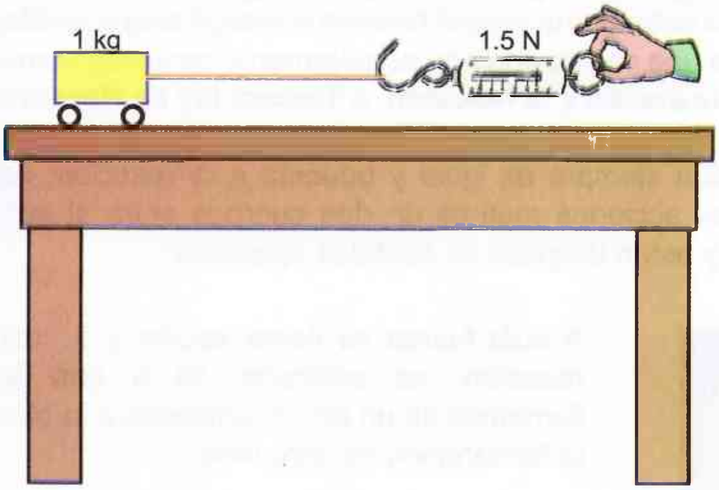
De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$, donde $\vec{F}$ es la fuerza neta sobre el cuerpo.

La fuerza neta sobre el cohete, resultado de la fuerza de gravedad y la fuerza reactiva, es conocida, así como también su masa. Por tanto:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1.2 \times 10^5 \text{ N}}{5.6 \times 10^3 \text{ kg}} = 21 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ejemplo 2.6. Un carrito se mueve sobre una mesa como se ha representado en la figura. Calcula: a) su aceleración, b) su velocidad luego de 0.50 s de iniciarse el movimiento.



a) La aceleración del carrito es:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1.5 \text{ N}}{1.0 \text{ kg}} = 1.5 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

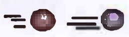
b) De $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ se obtiene:

$$v = at = \left(1.5 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.50 \text{ s}) = 0.75 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.2.5. Tercera ley de Newton.

Si lanzamos una canica contra otra, a primera vista parece que solo es la canica lanzada la que ejerce fuerza sobre la que está en reposo, poniéndola en movimiento. Sin embargo, sabemos muy bien que como resultado del choque, la canica que se ha lanzado cambia la dirección del movimiento que llevaba, e incluso a veces se detiene bruscamente. Este cambio en su movimiento indica que la canica que estaba en reposo ha ejercido una fuerza sobre ella. Se ha producido, pues, una acción de la canica lanzada sobre la que estaba en reposo, y viceversa. En otras palabras, ha tenido lugar una **acción mutua**, o **interacción** entre ellas.

Yo pensaba que solo ejercía fuerza la canica que lanzo. Pero de acuerdo con la primera ley de Newton, si la que lancé cambió su movimiento, eso quiere decir que la otra actuó sobre ella. ¡Es decir que las acciones son mutuas¡



Lo anterior es una de las tantas situaciones que muestran que las fuerzas **no existen aisladamente**, sino **siempre en parejas**.

Cabe preguntarse: ¿Serán de igual magnitud las fuerzas ejercidas entre dos cuerpos? Newton investigó esta cuestión y llegó a una conclusión hoy popularmente conocida como **Ley de la acción y la reacción**, o **Tercera ley de Newton**:

"La acción siempre es igual y opuesta a la reacción, es decir, las acciones mutuas de dos cuerpos entre sí son iguales y están dirigidas en sentidos opuestos".

A cuál fuerza se llama acción y a cuál reacción, es arbitrario. Si a una la llamamos de un modo, entonces a la otra la llamaremos del otro modo.

Otra formulación de la **Tercera ley de Newton** es la siguiente:

Si un cuerpo *A* ejerce una fuerza sobre otro *B*, entonces el cuerpo *B* ejercerá una fuerza sobre el *A*, de igual valor, pero opuesta (Fig. 2.24):

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

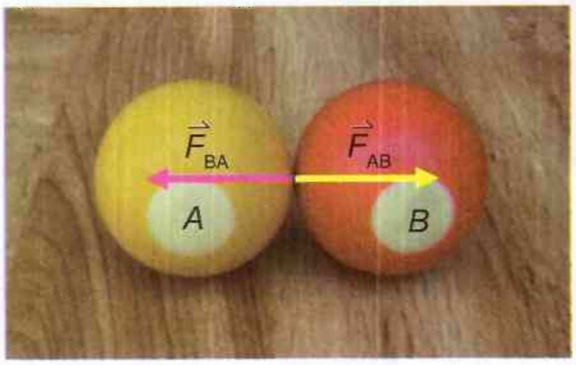
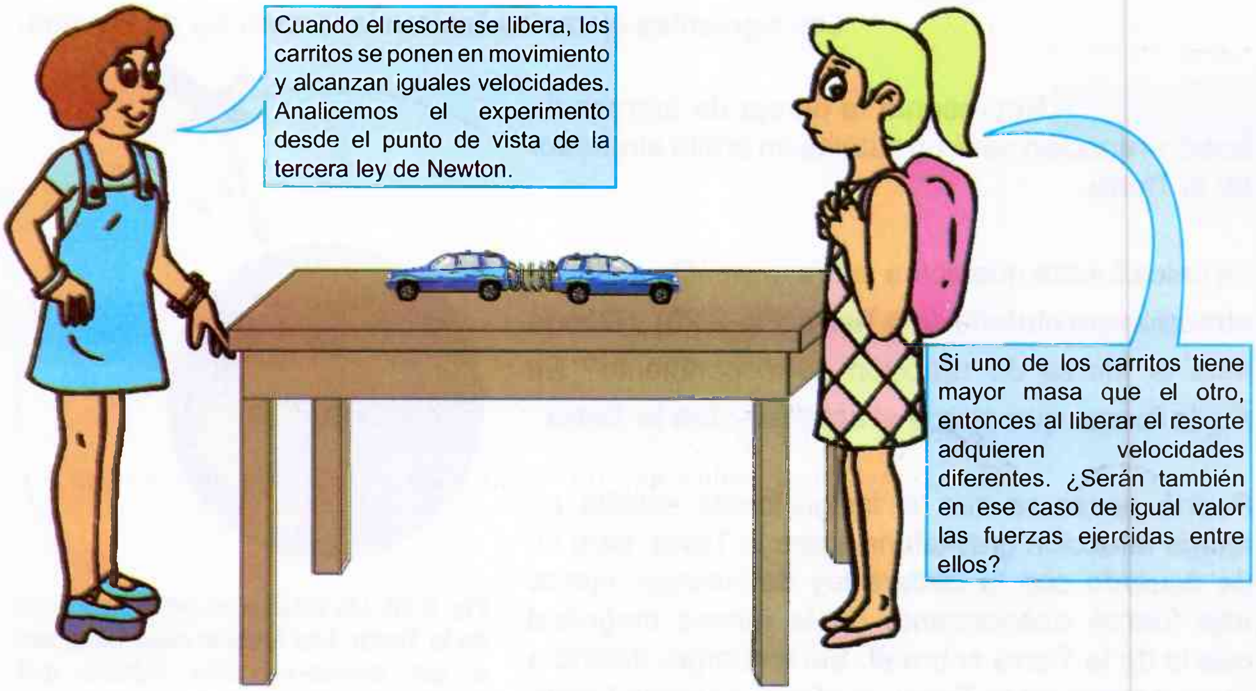
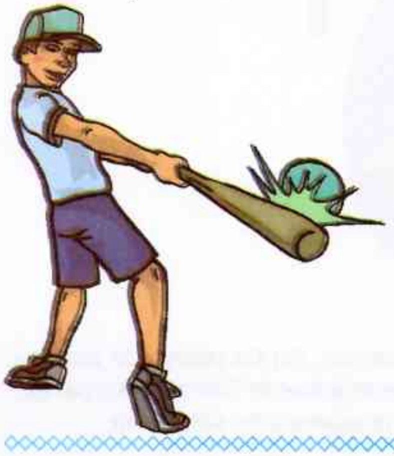
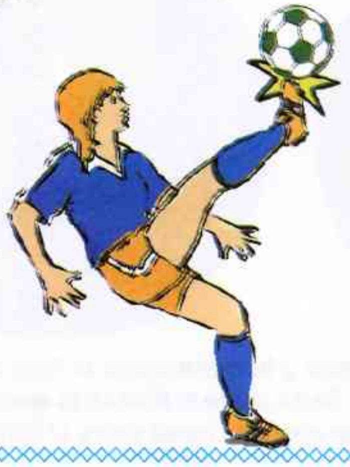


Fig. 2.24. Tercera ley de Newton. El cuerpo *A* ejerce una fuerza F_{AB} sobre el cuerpo *B*. El cuerpo *B* debe entonces ejercer una fuerza F_{BA} sobre el cuerpo *A*, y $F_{AB} = -F_{BA}$.


Cuando el resorte se libera, los carritos se ponen en movimiento y alcanzan iguales velocidades. Analicemos el experimento desde el punto de vista de la tercera ley de Newton.
Si uno de los carritos tiene mayor masa que el otro, entonces al liberar el resorte adquieren velocidades diferentes. ¿Serán también en ese caso de igual valor las fuerzas ejercidas entre ellos?

Cuando un bate de béisbol golpea una pelota, el bate ejerce una fuerza sobre la pelota y ésta otra igual y opuesta sobre él. Si un jugador de fútbol soccer patea la pelota, el pie ejerce una fuerza sobre ella y, a su vez, la pelota ejerce otra sobre el pie, de igual magnitud y sentido contrario. Nota que **las fuerzas de acción y reacción actúan sobre cuerpos diferentes**. Si nuestro propósito es el estudio del movimiento de uno solo de los cuerpos, como la pelota de béisbol, por ejemplo, entonces consideramos únicamente una de las dos fuerzas del par **acción–reacción**; en cuanto a la otra, actúa sobre un cuerpo diferente y sólo se tendría en cuenta si estuviéramos estudiando el movimiento de ese otro cuerpo.





Los siguientes ejemplos ilustran la tercera ley de Newton.

Ejemplo 2.7. Representa la pareja de fuerzas de acción-reacción para un satélite en órbita alrededor de la Tierra.

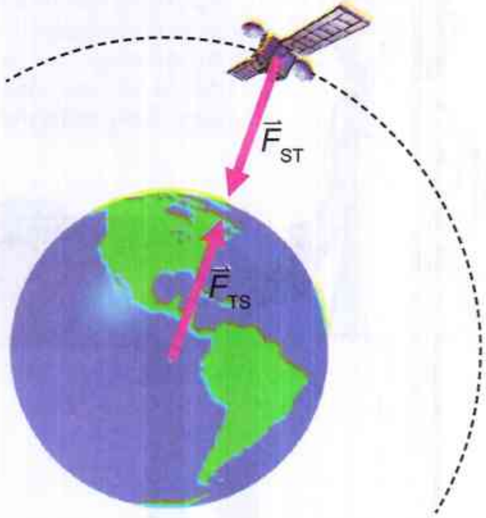


Fig. 2.25. Un satélite en órbita alrededor de la Tierra. Las fuerzas mostradas son el par acción–reacción. Nótese que actúan sobre cuerpos diferentes.

La única fuerza que actúa sobre el satélite es $\vec{F}_{ST}$. la atracción gravitatoria de la Tierra (Fig.2.25). ¿Dónde está la fuerza de reacción correspondiente? Es $\vec{F}_{TS}$, la fuerza que ejerce el satélite sobre la Tierra.

Podría pensarse que el insignificante satélite no ejerce atracción gravitatoria sobre la Tierra, pero sí, de acuerdo con la tercera ley de Newton, ejerce una fuerza exactamente de la misma magnitud que la de la Tierra sobre él. Sin embargo, debido a la gran masa de la Tierra, el efecto de dicha fuerza es imperceptible.

Ejemplo 2. 8. Un libro está en reposo sobre una mesa. ¿Qué fuerzas actúan sobre el libro y cuáles son son parejas de acción-reacción?

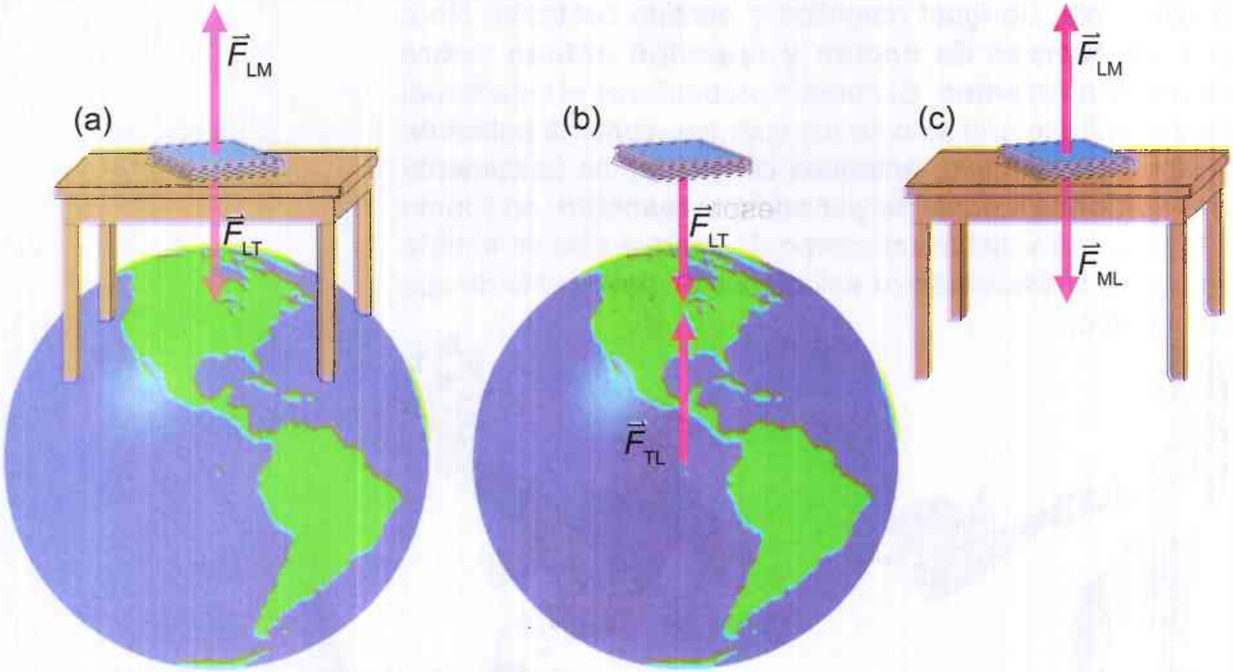


Fig. 2.26 (a) Las fuerzas de la Tierra y la mesa sobre el libro se compensan. (b) La pareja de acción-reacción de la fuerza que ejerce la Tierra sobre el libro es la ejercida por éste sobre la Tierra. (c) La pareja de acción-reacción de la fuerza que ejerce la mesa sobre el libro es la que ejerce éste sobre ella.

Como el libro está en reposo, de acuerdo con la primera ley de Newton, la resultante de las fuerzas aplicadas sobre él debe ser nula. En efecto, la fuerza de la Tierra ($\vec{F}_{LT}$) es compensada por la fuerza de contacto $\vec{F}_{LM,}$ igual y opuesta, ejercida por la mesa (Fig.2.26a).

Sin embargo, aún cuando $\vec{F}_{LT}$ y $\vec{F}_{LM}$ son de igual magnitud y sentidos opuestos, no constituyen un par de **acción–reacción**. ¿Por qué no? Pues porque actúan sobre un mismo cuerpo: el libro. Además, son de distinta naturaleza, mientras que $\vec{F}_{LT}$ es gravitatoria, $\vec{F}_{LM}$ tiene un origen electromagnético. Las parejas de acción y reacción tienen igual naturaleza.

Cada una de esas dos fuerzas debe entonces tener su pareja de acción-reacción. ¿Cuáles son esas parejas?

La reacción a $\vec{F}_{LT,}$ es $\vec{F}_{TL,}$ la fuerza ejercida sobre la Tierra por el libro (Fig. 2.26b). Nota que éstas sí actúan sobre cuerpos diferentes y tienen la misma naturaleza.

Por su parte, la reacción a $\vec{F}_{LM}$ es $\vec{F}_{ML}$, la fuerza ejercida por el libro sobre la mesa. Observa que ambas tienen un origen electromagnético (Fig. 2.26c).

En resumen, las fuerzas que actúan sobre el libro y sus parejas de acción–reacción son:

Un par: $\vec{F}_{LT} = -\vec{F}_{TL}$ (libro y Tierra)

Otro par: $\vec{F}_{LM} = -\vec{F}_{ML}$ (libro y mesa)

Ejemplo 2.9. Una enfermera empuja una fila de cajas, como se muestra en la figura 2.27. Representa las fuerzas que actúan en la dirección horizontal sobre la enfermera y las cajas. La fricción puede despreciarse.

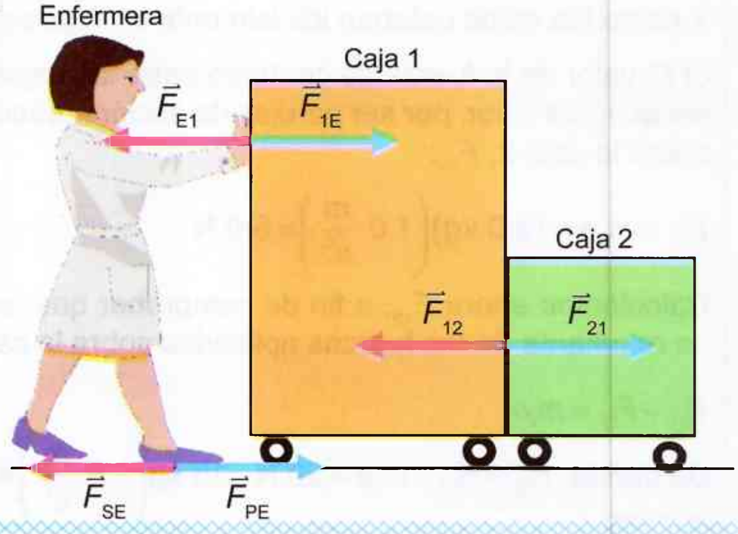


Fig. 2.27. Una enfermera empuja una caja 1, la cual a su vez empuja a la caja 2. Las cajas están sobre ruedas que se mueven libremente, de modo que la fricción puede despreciarse.

La enfermera ejerce una fuerza $\vec{F}_{1E}$, sobre la caja 1, la cual a su vez actúa contra la enfermera con una fuerza de reacción $\vec{F}_{E1}$. Por su parte, la caja 1 actúa sobre la caja 2 con una fuerza $\vec{F}_{21}$, y la caja 2 sobre la caja 1 con una fuerza $\vec{F}_{12}$. Nótese que la persona no ejerce fuerza sobre la caja 2. Por otra parte, para moverse hacia adelante, debe actuar a su vez contra el suelo. Ella ejerce una fuerza $\vec{F}_{SE}$ sobre el suelo, y éste actúa con una fuerza de reacción, $\vec{F}_{ES}$, sobre él. La figura muestra tres pares de **acción – reacción**:

$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ (caja 1 y caja 2)

$\vec{F}_{1E} = -\vec{F}_{E1}$ (enfermera y caja 1)

$\vec{F}_{ES} = -\vec{F}_{SE}$ (enfermera y suelo)

Como último ejemplo de esta familiarización inicial con las leyes de Newton, veamos el siguiente:

Ejemplo 2.10. Considera que las cajas de la figura 2.27 están inicialmente en reposo y que para ponerlas en movimiento la enfermera aplica una fuerza constante de 20 N durante 1.0 s. Si la masa de las cajas son 15 kg y 5.0 kg, a) ¿cuál es la aceleración con que comienzan a moverse?, b) ¿cuál es la velocidad que adquieren?, c) calcula el valor de la fuerza de contacto entre las cajas.

a) Las cajas se mueven unidas, por lo que para calcular la aceleración de ellas pueden considerarse como un cuerpo único, cuya masa es la suma de las masas de las cajas. De este modo, la aceleración del conjunto es:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20\ \text{N}}{(15+5.0)\ \text{kg}} = 1.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) De la ecuación $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, se obtiene: $\Delta v = a\Delta t = \left(1.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(1.0\ \text{s}) = 1.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Y como las cajas estaban inicialmente en reposo, ésa es la velocidad que adquieren.

c) El valor de la fuerza de contacto entre las cajas es F_{12}, o F_{21}, ya que dichas fuerzas tienen igual valor, por ser parejas de acción–reacción. Es más simple calcular la fuerza sobre la caja 2, F_{21}:

$$F_{21} = m_2 a = (5.0\ \text{kg})\left(1.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 5.0\ \text{N}$$

Calculemos ahora F_{12}, a fin de comprobar que, en efecto, se obtiene el mismo valor. La resultante de las fuerzas aplicadas sobre la caja 1 es:

$$F_{E1} - F_{12} = m_1 a$$

De donde $F_{12} = F_{E1} - m_1 a = 20\ \text{N} - 15\ \text{kg}\left(1.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 5.0\ \text{N}$

2.3. Leyes de fuerza. Utilización de las leyes de Newton.

Al estudiar la segunda ley de Newton $\vec{a} = \vec{F} / m$, vimos que para hallar la aceleración de un cuerpo a fin de determinar su movimiento futuro, se requiere conocer las fuerzas que actúan sobre él y que ello es posible, midiendo dichas fuerzas directamente, o calculándolas a partir de las denominadas **leyes de fuerza**. Estudiaremos algunas de esas leyes. De modo que esta vez la pregunta clave será:

¿Cuáles son algunas de las leyes de fuerza y en qué consisten?

La Gravitación determina desde cosas tan celestiales como el agrupamiento de miles de millones de estrellas para formar las galaxias, hasta cosas tan terrenales como la caída de este vaso.

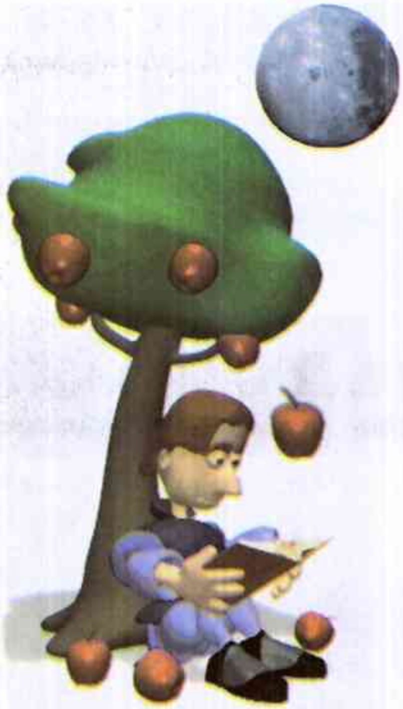
Comenzaremos con la **Ley de Gravitación Universal**. Ésta es una de las leyes fundamentales de la naturaleza, tiene que ver directamente con uno de los cuatro tipos fundamentales de interacción, la **interacción gravitatoria**. La gravitación actúa entre todos los cuerpos del universo, ya sean grandes o pequeños, actúa incluso sobre la luz. Es la responsable, como ya hemos dicho, de la estructuración de los sistemas cósmicos y desempeña un papel esencial en la evolución del universo como un todo. Y, además de todo eso, permanentemente estamos sometidos a ella.

2.3.1. Fuerza de gravitación. Ley de Gravitación Universal.

Posiblemente el ejemplo más sobresaliente de la utilización de las “Tres leyes de Newton” es la obtención por el propio Newton de la Ley de Gravitación Universal. Las “tres leyes” encontraron su más acabada confirmación y desarrollo precisamente durante el estudio del movimiento de los cuerpos bajo la acción de la gravitación. La ley de Gravitación es, pues, parte importantísima de la Mecánica.

Algo sobre la historia de esta ley.

Siguiendo las ideas de Aristóteles, hasta la época de Galileo se pensó que los movimientos circulares de los cuerpos celestes tenían lugar sin que sobre ellos actuaran fuerzas, simplemente eran círculos divinos y su trayectoria curva



no requería explicación. Galileo y Kepler promovieron la idea de que los planetas eran atraídos por el Sol, y Hooke y Halley, contemporáneos de Newton, llegaron junto con éste a la conclusión de que dicha fuerza depende de la distancia al Sol. Para ellos, si las trayectorias de los planetas se curvan hacia el Sol y la de la Luna hacia la Tierra, eso quería decir que estaban sometidos a una fuerza. ¿Pero qué fuerza era ésa que actuaba a distancia?

Newton formuló la hipótesis de que **dicha fuerza es del mismo tipo que la que hace caer, por ejemplo, una manzana al desprenderse del árbol**, la Tierra atrae a la manzana sin necesidad de entrar en contacto con ella. Ésta era una hipótesis muy valiente para aquella época, en que el movimiento de los cuerpos celestes se consideraba de naturaleza divina y por tanto absolutamente diferente al movimiento en la Tierra.

Newton y algunos de sus contemporáneos consideraban, además, que la fuerza con que son atraídos los planetas hacia el Sol disminuye con el cuadrado de la distancia a él. Por consiguiente, si la fuerza del Sol sobre los planetas y la de la Tierra sobre los cuerpos eran de igual naturaleza, **esta última también debía disminuir con el cuadrado de la distancia**. Esa fue otra hipótesis muy audaz, pues las apariencias indican que la fuerza de la Tierra no varía con la altura.

La fuerza de la Tierra sobre los cuerpos cerca de su superficie se conocía bien, ¿pero cómo medirla sobre un cuerpo alejado de ella y mostrar así que dependía de la distancia? Newton entonces pensó en la Luna, que se encuentra de la Tierra a una distancia que es aproximadamente sesenta veces el radio de ésta.

Al parecer, Newton había llegado a estas ideas hacia 1666, pero no las hizo públicas porque en aquella época le faltaba precisar una serie de cuestiones. En primer lugar, para argumentar su hipótesis de que la atracción de la Tierra dependía de la distancia, tenía que demostrar que dicha distancia debía ser medida desde su centro. Por otra parte, necesitaba un valor de la distancia entre la Luna y la Tierra más preciso que el conocido en aquella época.

Hacia 1679 Newton retornó al problema de la gravitación y su influencia en el movimiento de los planetas, interés que se reavivó con el acercamiento a la Tierra en 1682 de un espectacular cometa. Con el estímulo de su amigo, el astrónomo Edmond Halley, Newton preparó y en 1687 publicó su obra Principios Matemáticos de la Filosofía Natural.

Las ideas y razonamientos que condujeron a Newton a sus tres famosas leyes y a la ley de Gravitación Universal, así como a numerosas aplicaciones de ellas, son imposibles de reproducir en este curso, están contenidas en esa monumental obra. Para llegar a la ley de Gravitación Universal, Newton se apoyó en el estudio del movimiento de los planetas en torno al Sol, sintetizado por Kepler en tres frases que hoy se conocen como las tres leyes de Kepler; en el estudio del movimiento de la Luna alrededor de la Tierra; en sus tres leyes del movimiento y, junto a todo esto, en una colosal capacidad de imaginación y razonamiento.

Pero la idea básica de cómo comprobó que la fuerza ejercida por la Tierra disminuye con el cuadrado de la distancia y, por tanto, que es del mismo tipo que la ejercida por el Sol sobre los planetas, puedes comprenderla sin dificultad. La aceleración debida a la atracción gravitatoria de la Tierra sobre un cuerpo cerca de su superficie es, como sabes, aproximadamente 9.8 m/s^2, valor que se conocía bien en la época de Newton. Por consiguiente, si la atracción de la Tierra disminuye con el cuadrado de la distancia a ella, entonces la aceleración producida sobre la Luna, que se encuentra a una distancia del centro de la Tierra unas 60

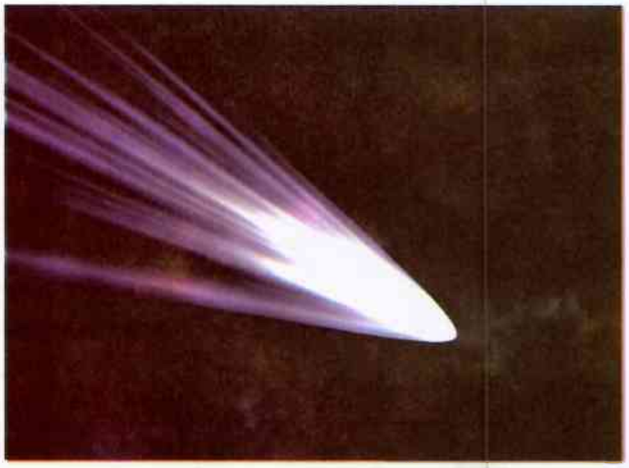


Fig. 2.28 Cometa Halley. Su movimiento fue estudiado por Edmund Halley en 1682, tiene un período de alrededor de 76 años. Sus aparición más reciente ocurrió en 1986 y volverá a tener lugar en el 2061.

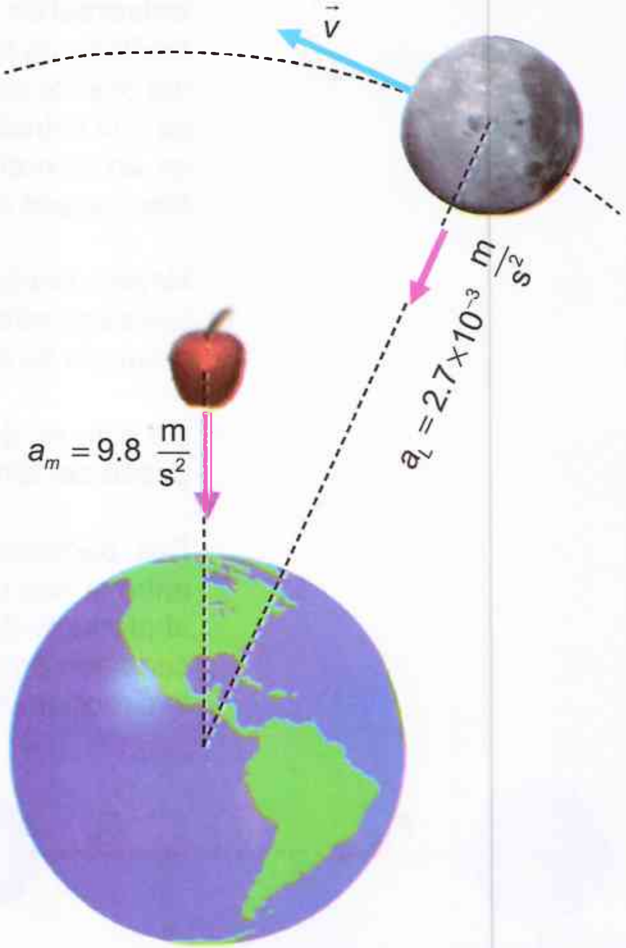

$\vec{v}$
$a_L = 2.7\times10^{-3}\ \frac{m}{s^2}$
$a_m = 9.8\ \frac{m}{s^2}$

Fig. 2.29 Aceleraciones de la Luna y la manzana debida a la fuerza de gravitación.

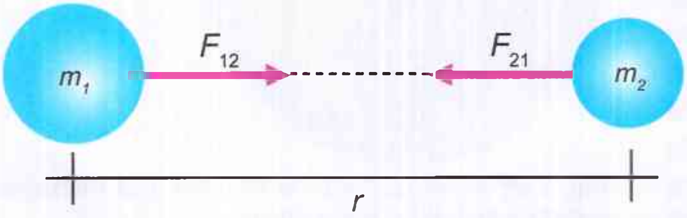
veces mayor que un cuerpo en su superficie, debe ser 60^2 veces menor. Los cálculos muestran que dicha aceleración es 2.7×10^{-3} m/s^2, valor que en efecto coincide, dentro del margen de las incertidumbres de los datos utilizados, con el calculado a partir de la velocidad de la Luna en torno a la Tierra y del radio de su órbita (Fig. 2.29).

Otro gigantesco paso dado por Newton fue postular el **carácter universal de la ley de gravitación**. La acción del Sol sobre los planetas, y de la Tierra sobre los cuerpos cerca de ella y sobre la Luna, según la tercera ley debe ser recíproca. En otras palabras, el Sol debe ser atraído por los planetas, y la Tierra por la Luna y los cuerpos en su superficie. Pero el Sol y la Tierra no tienen por qué ser privilegiados en recibir la atracción de otros cuerpos, la propiedad de atraerse mutuamente ha de ser, por tanto, **universal** de todos los cuerpos. El apoyo experimental a la hipótesis de Newton acerca del carácter universal de la ley, fue posible solo más de un siglo después de la publicación de sus **Principia**, cuando en 1798 Henry Cavendish midió en un laboratorio la fuerza de atracción gravitatoria entre dos cuerpos (Fig. 2.30).

Newton también llegó a la conclusión de que el valor de la fuerza de atracción entre dos partículas es proporcional al producto de sus masas.

De este modo, la ley de Gravitación para dos partículas puede ser formulada del modo siguiente:

Dos partículas a cierta distancia una de otra se atraen entre sí con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. Estas fuerzas tienen la dirección de la línea que une las partículas.



El valor de la fuerza de gravitación entre dos partículas es:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

donde m_1 y m_2 son las masas de las partículas y r la distancia entre ellas. G es una constante de proporcionalidad, llamada **constante de gravitación**. Es una **constante universal**, lo que quiere decir que tiene el mismo valor cualquiera que sean los pares de partículas de que se trate.

Nota que la formulación anterior es para **partículas**, en cuyo caso la distancia r está bien definida. Para calcular la fuerza entre dos cuerpos habituales sería preciso considerarlos como compuestos de infinidad de partículas. Sin embargo, como demostró Newton, en el caso que el cuerpo tenga simetría esférica, puede considerarse que la masa está concentrada en su centro.

El valor de G fue determinado por primera vez por Henry Cavendish en 1798. Para ello se requiere conocer la fuerza F ejercida entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 que puedan ser considerados como partículas, así como la distancia entre ellos. La dificultad básica consistía en medir dicha fuerza de atracción, debido a que para los cuerpos de masas habituales es muy pequeña. Cavendish utilizó una balanza de torsión muy sensible y bolas de plomo. En cada extremo de la balanza colocó una pequeña bola de masa 730 g. Próxima a una de las pequeñas bolas situó otra bola grande, de masa 1580 kg (Fig. 2.30).

Posteriormente fue ideada otra instalación cuyo esquema se muestra en la figura 2.31. Se acopló un recipiente esférico de mercurio a uno de los brazos de una balanza sensible. Después de poner la balanza en equilibrio, debajo del recipiente se colocó una esfera de plomo de seis toneladas.

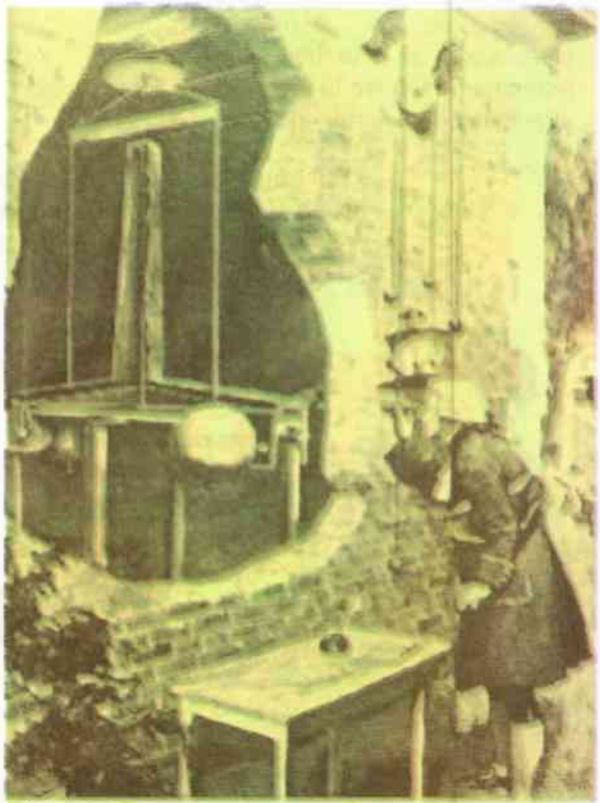


Fig. 2.30 El experimento de Cavendish constituyó la primera medida de la constante de gravitación universal.

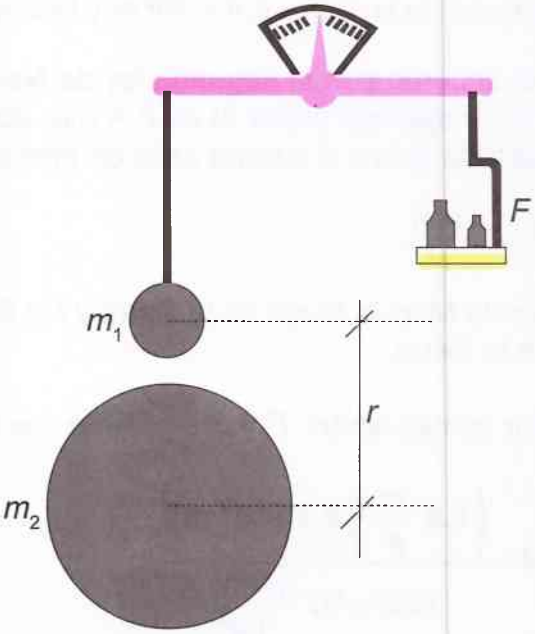
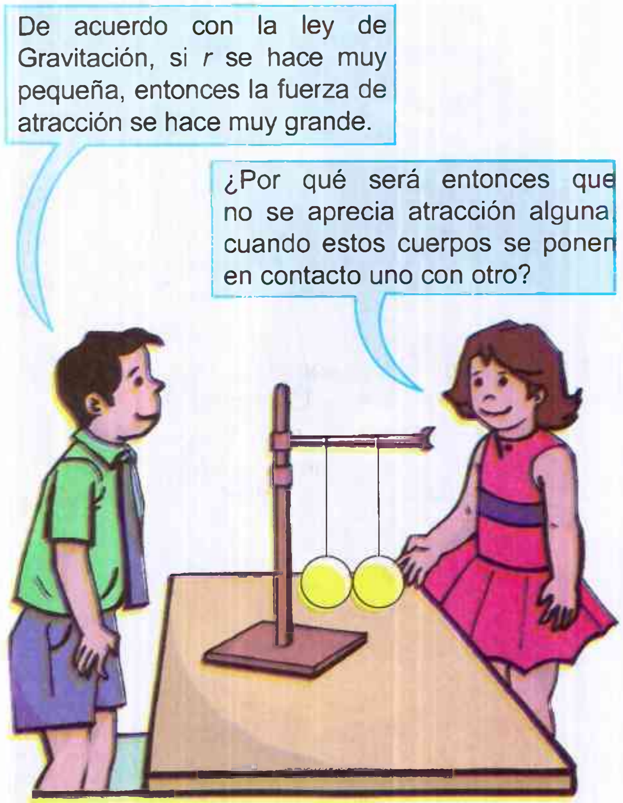


Fig. 2.31 Las bolas de masas m_1 y m_2 se atraen una a la otra, desequilibrando la balanza. Las pesas restauran el equilibrio.


De acuerdo con la ley de Gravitación, si *r* se hace muy pequeña, entonces la fuerza de atracción se hace muy grande.
¿Por qué será entonces que no se aprecia atracción alguna cuando estos cuerpos se ponen en contacto uno con otro?

El valor de *G* es 6.67×10^{-11} N m^2/kg^2. Ese valor tan pequeño evidencia que para tener una fuerza apreciable las masas de los cuerpos deben ser muy grandes. Por ejemplo, la fuerza de atracción gravitatoria entre una persona y un cuerpo de masa aparentemente muy grande, como pudiera ser un buque acorazado sobre el cual está parada, es todavía insignificante. El ser humano siente la atracción de la Tierra porque la masa de ésta es todavía muchísimo mayor. ¿Cuál es el valor de la masa de la Tierra?

Una vez que se conoció el valor de *G*, pudo calcularse la masa de la Tierra, utilizando la ley de Gravitación Universal. En el siguiente ejemplo resuelto se muestra cómo:

Ejemplo 2.11. Utilizando la ley de gravitación universal y el valor de la aceleración de caída de un cuerpo sobre la superficie de la Tierra, determina la masa de ésta. Considera el radio de la Tierra 6.4×10^6 m y la aceleración con que caen los cuerpos $9.8\ m/s^2$.

De acuerdo con la segunda ley de Newton, si el cuerpo cae con una aceleración *a*, la fuerza ejercida sobre él es $F = ma$, donde *m* es la masa del cuerpo. Pero la fuerza F ejercida sobre el cuerpo es la de atracción gravitatoria de la Tierra,

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

donde M es la masa de la Tierra y *r* la distancia de su centro al cuerpo, es decir, el radio de la Tierra.

Por consiguiente: $F = G\frac{Mm}{r^2} = ma$, de donde $M = \frac{ar^2}{G}$

$$M = \frac{\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\left(6.4\times10^{6}\ \text{m}\right)^2}{6.67\times10^{-11}\,\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}}$$

$M = 6.0 \times 10^{24}$ kg

Hasta hace poco el valor aceptado para la masa de la Tierra era 5.972 x 10^{24} kg. Sin embargo, recientemente se determinó nuevamente. Para ello fue necesario medir la constante *G* con mayor precisión. Luego se utilizó un satélite que medía con precisión la fuerza que la Tierra ejercía sobre él y la distancia hasta ella. El nuevo valor encontrado para la masa de la Tierra fue 5.978 x 10^{24} kg. Aunque la diferencia entre este valor y el anterior está en la cuarta cifra significativa, esa "pequeña" diferencia representa ¡seis trillones de toneladas!

Utilizando el valor de la masa de la Tierra hallado en el ejemplo 2.11 y la ley de Gravitación Universal, determina la masa del Sol. Considera que la distancia entre el Sol y la Tierra es 1.5 x 10^{11} m.

La atracción ejercida por la Tierra sobre los cuerpos próximos a su superficie ha tenido, y tiene, como ya señalamos, especial importancia para el hombre. Por eso, ahora nos referiremos a algunas de sus características.

Como la distancia del centro de la Tierra a su superficie aumenta de los polos al ecuador en alrededor de 21 km, ello implica que la fuerza de gravedad depende, aunque ligeramente, del lugar de la superficie en que nos encontremos. A este efecto se adiciona otro, debido a su rotación. El resultado de estos dos factores es que la fuerza que medimos en el ecuador es algo menor que en los polos. Así, un cuerpo cuya masa es de un kilogramo, pesa 9.83 N en los polos, pesa 9.78 N en el ecuador. De este modo, hablar de peso no es equivalente a hablar de masa. Al llevar un cuerpo de un lugar a otro de la superficie de la Tierra su masa permanece invariable, sin embargo, su peso no.

Un ejemplo que evidencia aún más claramente que hablar de peso no es lo mismo que hablar de masa es el de un astronauta en la Tierra y fuera de ella (Fig. 2.32). Neil Armstrong, la primera persona en pisar la Luna (en 1969), tenía la misma masa que en la Tierra, pero en la Luna pesaba unas seis veces menos. En la Luna los astronautas podían dar saltos mucho mayores que en la Tierra, pese a que el traje que llevaban aumentaba la masa y dificultaba sus movimientos.

Fig. 2.32 La masa de un objeto es constante, pero su peso depende de la fuerza de gravedad. Una persona de 70 kg de masa pesa 686 N en la Tierra, pero sólo 114 N en la Luna, porque en ésta la gravedad es alrededor de la sexta parte que en la Tierra.

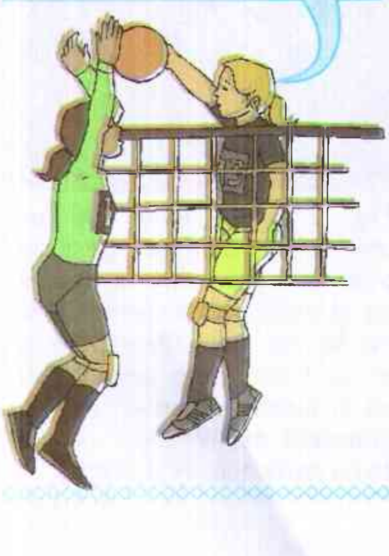
Otra conclusión importante acerca de la atracción gravitatoria, en las proximidades de la superficie de la Tierra,

¿A qué se debe la diferencia entre el peso de un mismo cuerpo en la Tierra y en la Luna?

Busca en Internet, o en Encarta, videos de los astronautas en la Luna y aprecia los grandes saltos que podían dar.

es que podemos considerarla **independiente de la altura**. Las diferentes alturas con que tenemos que ver diariamente, incluso aquellas que nos parecen relativamente grandes, como a las que vuelan los aviones, resultan minúsculas comparadas con la distancia al centro de la Tierra. Para que te formes una idea de lo que queremos decir, imagina que la Tierra se reduce hasta el tamaño de una pelota de aproximadamente medio metro. En ese caso, una altura de 10 km, a la que usualmente vuelan los aviones de pasajeros, representaría menos de medio milímetro hacia fuera de la superficie de esa pelota. Comprenderás que la atracción gravitatoria de la Tierra, que depende de la distancia a su centro, varía de modo insignificante en ese rango de alturas, por lo que puede considerarse constante.

Si representas a la Tierra por una pelota de voleibol, ¿dónde situarías un avión que vuela a 10 km de su superficie?



La fuerza gravitatoria en la superficie de la Tierra es:

$$F_g = G\frac{Mm}{r^2}$$

donde M es la masa de la Tierra, m la del cuerpo en su superficie y r la distancia del centro de la Tierra al cuerpo. Fíjate que G y M son constantes y que r, de acuerdo con lo que acabamos de analizar, también podemos considerarlo como constante siempre que el cuerpo esté relativamente cerca de la superficie de la Tierra. Por consiguiente, la fuerza de atracción de la Tierra sobre un cuerpo de masa m próximo a su superficie puede escribirse como:

$F_g = mg$

donde $g = GM/r^2$ es aproximadamente constante e igual a 9.8 m/s^2.

Entre las creencias de Aristóteles acerca del movimiento se encuentra la de que los objetos caen tanto más rápidamente cuanto más pesados sean. Ésta idea es también muy frecuente en la vida cotidiana. Pero es conocido que Galileo, a partir de razonamientos y apoyándose en experimentos, mostró que tal idea es errónea: en ausencia de resistencia del aire todos los cuerpos caen con la misma aceleración, independientemente de sus masas.

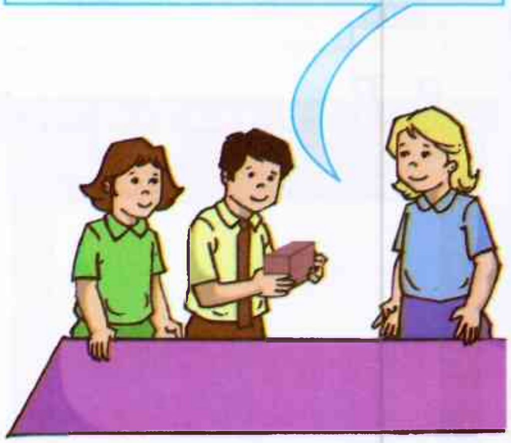
No obstante, de la ecuación $F_g = mg$, se ve claramente que la fuerza de atracción de la Tierra crece con la masa del cuerpo. ¿Cómo se explica entonces la conclusión de Galileo?

Utilicemos la expresión de la segunda ley de Newton, $a = F_g/m$. En ausencia de resistencia del aire, la única fuerza que actúa sobre el cuerpo es la de gravedad, es decir, $F_g = mg$. Por consiguiente, tenemos:

$$a = \frac{F_g}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

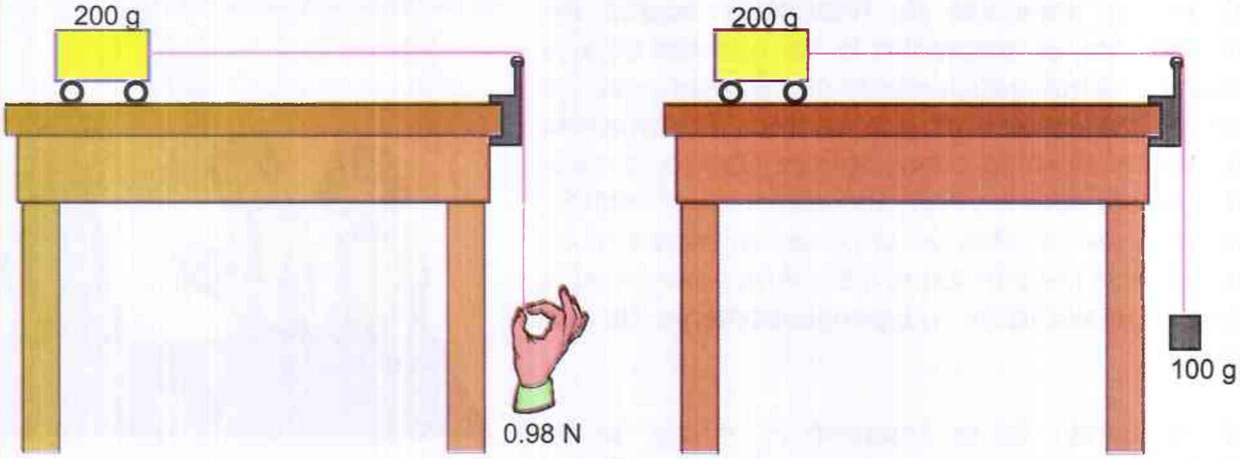
Ello explica por qué la aceleración de caída del cuerpo es independiente de su masa. En realidad, en la ecuación $F_g = mg$, la masa m representa la atracción gravitatoria, que ciertamente crece con la masa, pero en la ecuación $a = F/m$ representa la inercia del cuerpo, la cual también crece con la masa. En otras palabras, la masa del cuerpo es responsable de dos propiedades: una, la atracción gravitatoria y la otra, la inercia a cambiar el movimiento, a acelerarse. Dicho simplificadamente, al aumentar la masa del cuerpo, ambos efectos aumentan en igual proporción, dando por resultado que la aceleración se mantiene la misma.

Así que el hecho de que en ausencia de resistencia del aire los cuerpos caigan con igual aceleración se debe a que la masa consituye una medida de dos propiedades, la atracción gravitatoria y la inercia. ¡Qué interesante!



Un astronauta llevará una mochila de 90 kg al andar sobre la superficie de la Luna. ¿Con qué carga podría simularse el peso de la mochila durante el entrenamiento en la Tierra? ¿Por qué dicha carga de todos modos no simula correctamente a la mochila que llevará en la Luna?

Ejemplo. 2.12. Analiza las dos situaciones representadas en la figura. a) ¿Serán iguales o diferentes las aceleraciones de los carritos? b) En la segunda situación, determina la fuerza ejercida por el hilo sobre el carrito. Considera que el rozamiento, así como las masas de los hilos y las poleas son despreciables.



La fuerza responsable de la aceleración del carrito es, en la primera situación, la aplicada directamente al extremo del hilo y en la segunda, la fuerza de gravedad sobre la carga que cuelga. El valor de esta útlima es:

$$F_g = mg = (0.100\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 0.98\ \text{N}$$

a) Puesto que esta fuerza es igual a la aplicada en la primera situación, pudiera pensarse que la aceleración del carrito es la misma en ambas. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que mientras en el primer caso la fuerza actúa sobre el carrito, en el segundo actúa sobre el cuerpo que cuelga, el cual también ha de ser acelerado.

En la primera situación la aceleración es:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0.98\ \text{N}}{0.200\ \text{kg}} = 4.9\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

En la segunda situación:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0.98\ \text{N}}{0.200\ \text{kg} + 0.100\ \text{kg}} = 3.27\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$ o sea, mucho menor que en la primera situación.

b) La fuerza ejercida por el hilo sobre el carrito en la segunda situación es:

$$F = ma = (0.200\ \text{kg})\left(3.27\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 0.65\ \text{N}$$

Como puede apreciarse, menor que la fuerza ejercida por el hilo en la primera situación.

2.3.2. Fuerza de rozamiento. Leyes del rozamiento.

En el subtema 2.2.3 ya te has relacionado con la fuerza de rozamiento. Ella está siempre presente en nuestra vida diaria: cuando tratamos de mover un mueble y se dificulta, cuando lanzamos un cuerpo sobre una superficie horizontal y luego de recorrer cierta distancia se detiene, etc.

La **fuerza de rozamiento** surge cuando intentamos poner en movimiento, o durante el movimiento, de un cuerpo en relación a otro con el cual está en contacto. Siempre se opone al movimiento. Ella es originada por la **interacción electromagnética** entre los átomos o moléculas de las superficies en contacto.

Nota que, a diferencia de la fuerza de gravitación, que mide directamente la intensidad de una interacción fundamental, la fuerza de rozamiento es solo un efecto macroscópico de la interacción fundamental que la origina, la interacción electromagnética.

En general, pueden distinguirse dos tipos de fuerza de rozamiento, **fuerza de rozamiento estático** y **fuerza de rozamiento cinético**, o dinámico. Gracias a la primera es que podemos sostener los cuerpos entre los dedos sin que se caigan, que los medios de transporte pueden desplazarse sobre ruedas, e incluso que podamos caminar. Por su parte, la fuerza de rozamiento cinético suele ser perjudicial, pues dificulta muchos movimientos. Así, en un automóvil se invierte alrededor del 20% del combustible en contrarrestar el efecto de las fuerzas de rozamiento.

Por suerte existe la fuerza de rozamiento, de lo contrario se me caería el vaso y tampoco podría caminar.

Debo engrasar el ventilador para que disminuya la fricción y aumente la velocidad.

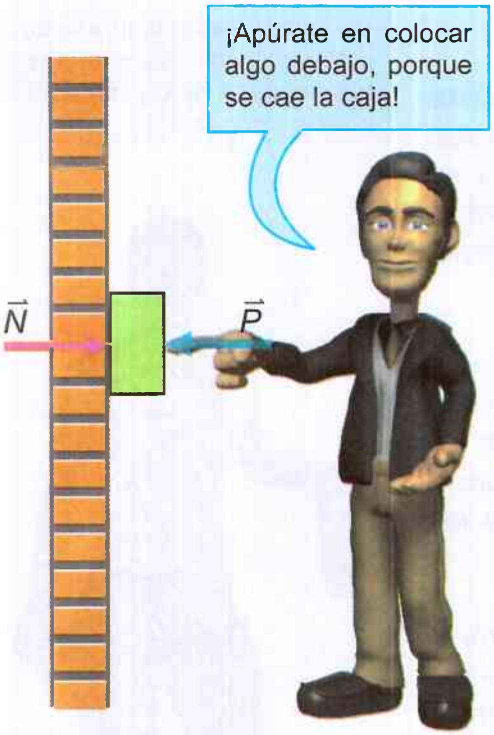
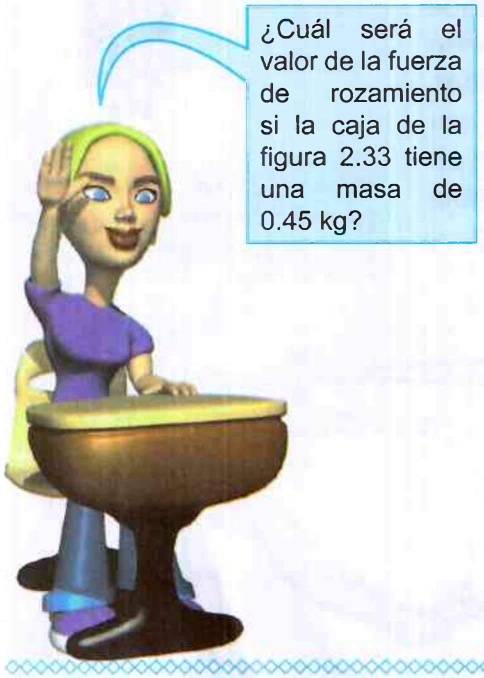

¡Apúrate en colocar algo debajo, porque se cae la caja!
$\vec{N}$
$\vec{P}$

Fig. 2.33. El valor de la fuerza de rozamiento es proporcional al de la fuerza ejercida perpendicularmente a la superficie de contacto entre los cuerpos. En el caso de la figura, es la que equilibra a la fuerza de gravedad que actúa sobre el bloque.


¿Cuál será el valor de la fuerza de rozamiento si la caja de la figura 2.33 tiene una masa de 0.45 kg?

Por experiencia sabemos que el valor de la fuerza de rozamiento entre superficies secas depende de la fuerza de contacto ejercida perpendicularmente a dichas superficies y de las características de éstas. Así, un cuerpo se mantendrá o no junto a una pared presionándolo contra ella, en dependencia de la fuerza que apliquemos sobre él (Fig. 2.33). Por otra parte, sabemos que no es lo mismo caminar sobre una superficie lisa y mojada, que sobre otra rugosa y seca.

La ley para la **fuerza de rozamiento cinético** entre superficies secas puede resumirse en dos puntos:

- Es aproximadamente independiente del área de contacto entre los cuerpos.
- Es proporcional a la fuerza ejercida perpendicularmente a la superficie de contacto entre los cuerpos.

Matemáticamente puede expresarse como:

$$f_k = \mu_k N$$

donde N es la **componente de la fuerza de contacto, perpendicular**, o normal, a las superficies y μ_k un coeficiente de proporcionalidad que depende de la naturaleza de las superficies. El valor de este coeficiente suele disminuir algo con el aumento de la velocidad (Fig. 2.34).

Por su parte, la **fuerza de rozamiento estático** puede variar entre 0 y cierto valor máximo, a partir del cual el cuerpo se pone en movimiento. La ley para ese valor máximo consta de dos puntos análogos a los anteriormente formulados y su expresión matemática también es análoga a la anterior:

$$f_{s\,max} = \mu_s N$$

Observa que en este caso se trata del **valor máximo** de la fuerza de rozamiento.

De modo que, en general, $f_s \le \mu_s N$

En la tabla 2.2 se dan los valores de los coeficientes μ_k y μ_s para diversas superficies en contacto. Usualmente $\mu_k < \mu_s$, como puedes apreciar en la tabla. Ello significa que la fuerza de rozamiento cinético es algo menor que la máxima fuerza de rozamiento estático.

Si el bloque de la figura 2.34 tiene una masa de 820 g, ¿cuáles serán los valores de los coeficientes de rozamiento entre su superficie y la de la mesa en que se apoya?

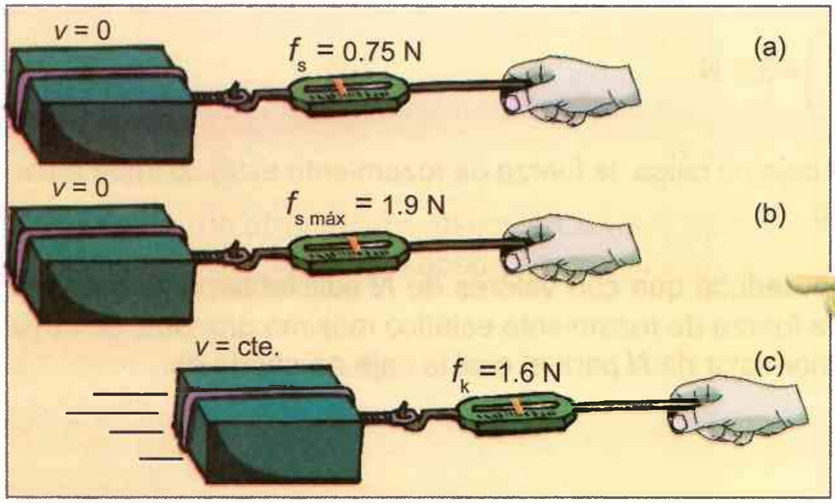


Fig. 2.34. En cada caso sobre el bloque actúan en la dirección horizontal dos fuerzas, la del dinamómetro y la de rozamiento. En (a) la fuerza del dinamómetro es mucho menor que la de rozamiento estático máxima y en (b) se aproxima a ella. En (c), la fuerza del dinamómetro es de igual valor que la de rozamiento, que en este caso es cinético.

Tabra 2.2. Coeficientes de rozamiento. Los valores son aproximados y se dan sólo como estimaciones. Los coeficientes reales para cualquier par de superficies dependen de condiciones tales como la limpieza de las superficies, la temperatura y la humedad.

COEFICIENTES DE ROZAMIENTO		
Superficies	μ_s	μ_k
Madera contra madera	0.25-0.5	0.2
Vidrio contra vidrio	0.94	0.4
Acero contra acero	0.74	0.57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Latón sobre acero	0.51	0.44
Cinc sobre hierro colado	0.85	0.21
Cobre sobre hierro colado	1.05	0.29
Cobre sobre vidrio	0.68	0.53
Hule contra concreto seco	1.0	0.8
Madera encerada de un esquí contra nieve seca	0.04	0.04
Teflón contra Teflón	0.04	0.04

Ejemplo 2 .13. Considera que el coeficiente de rozamiento entre las superficies de la caja y la pared de la figura 2.33 es 0.34. Si la caja tiene una masa de 350 g, ¿cuál es la menor fuerza que puede ejercer el caballero, si desea que la caja no caiga?

La fuerza de atracción ejercida por la Tierra sobre la caja (fuerza de gravedad) es:

$$F_g = mg = (0.350\text{ kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 3.4\text{ N}$$

Por consiguiente, para que la caja no caiga, la fuerza de rozamiento estático debe tener ese valor.

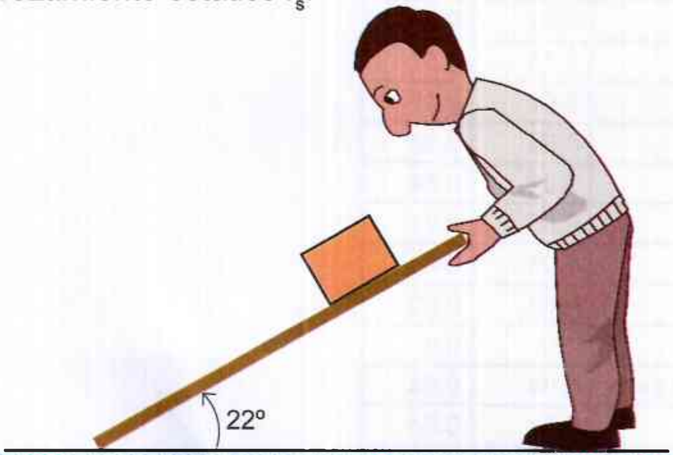
De la ecuación $f_{s\,\text{máx}} = \mu_s N$ se deduce que con valores de N suficientemente grandes pudieran tenerse valores de la fuerza de rozamiento estático máxima grandes, en cuyo caso la caja no caería. El menor valor de N para el cual la caja no caería es:

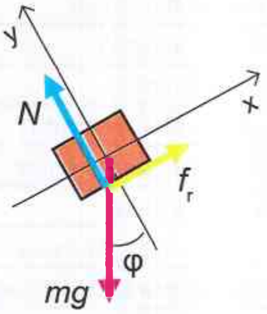
$$N = \frac{f_{s\,\text{max}}}{\mu_s} = \frac{3.4\text{ N}}{0.34} = 10\text{ N}$$

Ejemplo 2.14. Se colocó un bloque sobre un plano, el cual se inclina muy lentamente. Cuando la inclinación del plano era 22º, el bloque se puso en movimiento. ¿Cual es el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano?

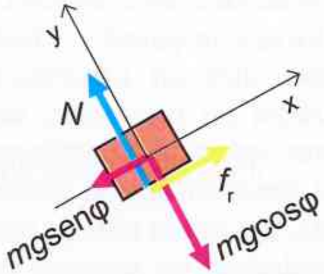
Sobre el cuerpo actúan la fuerza de gravedad F_g y la ejercida por el plano F_p. En este problema lo más conveniente es seleccionar los ejes de coordenadas para descomponer las fuerzas, en las direcciones según el plano inclinado y perpendicular a él.

En la figura se han representado ambas fuerzas y sus componentes en las direcciones indicadas. La componente de la fuerza ejercida por el plano paralela a él, es la fuerza de rozamiento estático f_s.





Puesto que el bloque se pone en movimiento solo en la dirección del plano, eso significa que en la dirección perpendicular a él, la fuerzas están compensadas todo el tiempo. Mientras el cuerpo está en reposo, las componentes de las fuerzas en la dirección del plano también están equilibradas.



A medida que el plano se inclina, la componente de la fuerza de gravedad a lo largo de él crece, pero se ve equilibrada por la fuerza de rozamiento estático, que se opone al movimiento y crece a la par. Justo antes de alcanzar la inclinación de 22º, la componente de la fuerza de gravedad todavía está compensada por la fuerza de rozamiento estático, pero ahora ésta ha llegado a su valor máximo. Por consiguiente, la fuerza de rozamiento estático máxima es $mg\text{sen}\varphi$, donde φ es el ángulo de inclinación para el cual comienza el movimiento del bloque.

La fuerza de rozamiento estático máxima es $f_{s\ \text{máx}} = \mu N$. Por tanto, para hallar μ solo queda determinar N. Del diagrama de fuerzas se ve que $N = mg\cos\varphi$. De donde:

$$\mu = \frac{mg\,\text{sen}\,\varphi}{mg\cos\varphi} = \tan\varphi = \tan 22^\circ = 0.40$$

Este ejemplo ilustra un procedimiento clásico para determinar el coeficiente de rozamiento estático entre dos superficies.

2.3.3. Fuerza de resistencia. Ley de fuerza para el movimiento de los cuerpos a través de gases y líquidos.

No solo tienen importancia las fuerzas que se oponen al movimiento relativo entre cuerpos sólidos, sino también las que se oponen al movimiento a través de gases y líquidos. Así, la fuerza que hace posible que un paracaidista, pese a estar sometido a la fuerza de gravedad, caiga al aproximarse al suelo con una velocidad constante y relativamente pequeña, es la de resistencia que ofrece el aire a su movimiento (Fig. 2.35a). De modo similar que la fuerza de rozamiento, la de resistencia no siempre tiene un efecto positivo. Es necesario tenerla en cuenta durante el lanzamiento de proyectiles, el diseño de barcos, aviones e incluso de autos (Fig. 2.35b). A grandes velocidades, el gasto de combustible de un carro es algo mayor, en buena medida debido al aumento de la resistencia del aire con la velocidad.

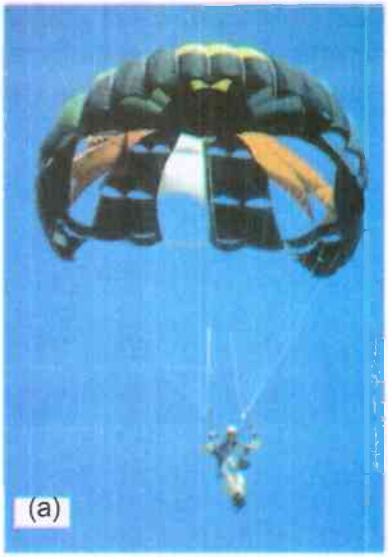
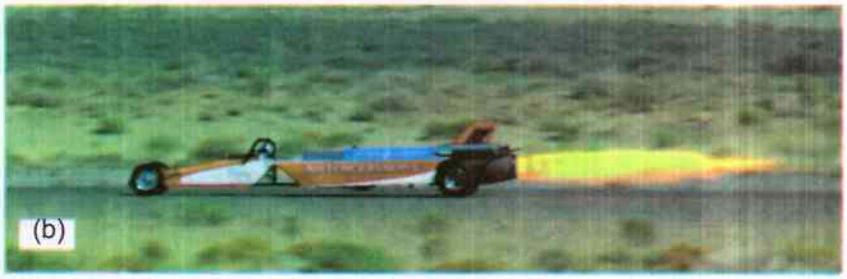


Fig. 2.35. a) La fuerza de resistencia del aire hace posible el uso del paracaídas. b) La resistencia del aire es tomada en cuenta al diseñar la forma de los autos.



Deja caer una hoja de papel. Luego arrúgala formando una bola con ella y déjala caer nuevamente. ¿Qué observas y cómo se explica?

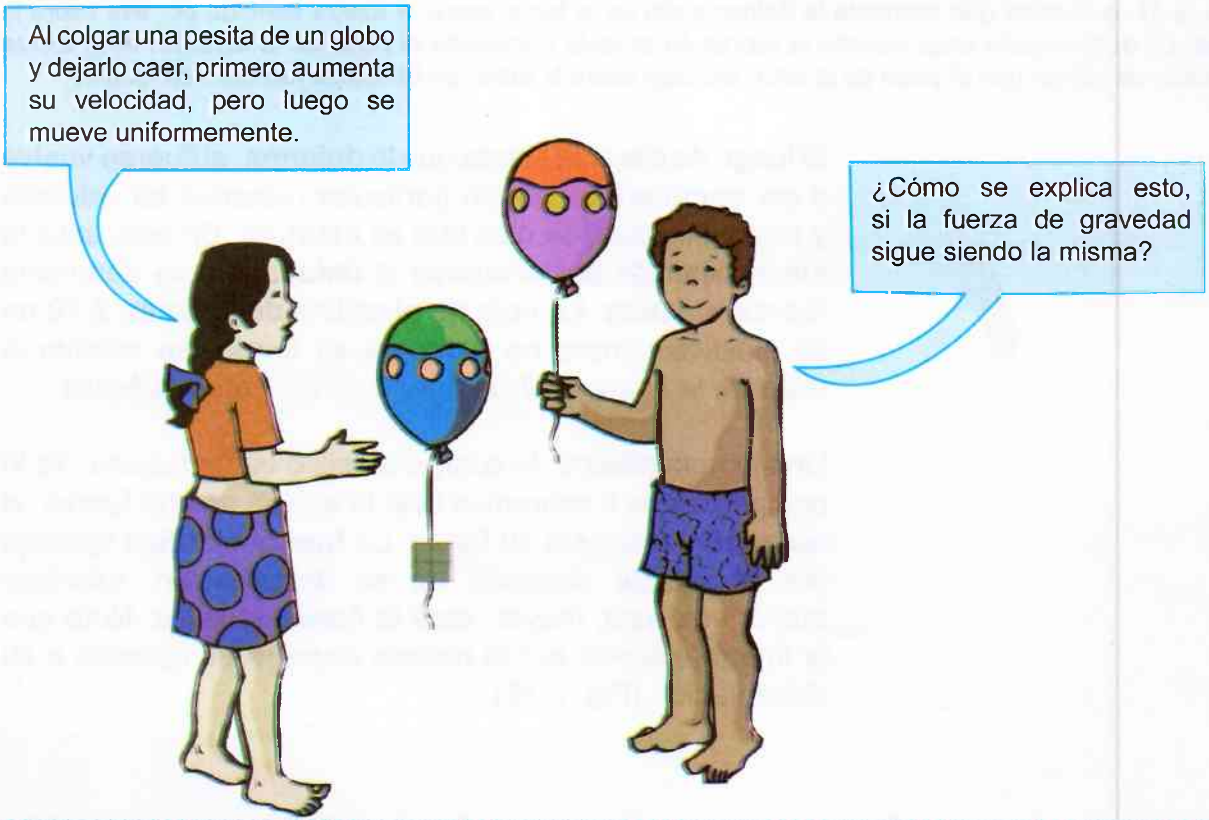
La ley de la fuerza de resistencia en el caso del movimiento de un cuerpo a través de gases y líquidos no es simple. Su valor depende, como ya hemos señalado, de la velocidad del cuerpo, y también de sus dimensiones y forma, así como de las propiedades del gas o líquido a través del cual se mueve. Sin embargo, podemos resumir algunas de sus características.

Igual que la fuerza de rozamiento, la de resistencia siempre se opone al movimiento. Pero a diferencia de ella, no existe fuerza de resistencia estática, basta una pequeña fuerza, por mínima que sea, para que el cuerpo que estaba en reposo respecto al gas o líquido se ponga en movimiento (Fig. 2.36). También a diferencia de la fuerza de rozamiento cinético, que permanece aproximadamente constante al aumentar la velocidad, la de resistencia crece con ella.

A lo anterior podemos añadir, que mientras la velocidad del cuerpo es relativamente pequeña, el valor de la fuerza de resistencia es aproximadamente proporcional al valor de la velocidad ($f = bv$), pero luego puede ser proporcional a su cuadrado ($f = av^2$). Las constantes de proporcionalidad dependen de la forma y dimensiones del cuerpo y de las propiedades del medio donde se mueve.

En cuanto lo toco, se desplaza.

Fig. 2.36. Basta una pequeña fuerza lateral, por pequeña que sea, para que el globo se ponga en movimiento.


Al colgar una pesita de un globo y dejarlo caer, primero aumenta su velocidad, pero luego se mueve uniformemente.
¿Cómo se explica esto, si la fuerza de gravedad sigue siendo la misma?

2.3.4. Fuerza elástica. Ley de Hooke.

Ya hemos visto que el único efecto que puede producir una fuerza al actuar sobre un cuerpo, no es el cambio de su estado de reposo o movimiento como un todo. Si el cuerpo está obligado a estar en reposo, entonces la fuerza puede provocar el movimiento de sus partes, deformarlo (Fig. 2.19), aunque ello no siempre sea visible. Mientras el cuerpo se deforma, él también ejerce una fuerza sobre el otro cuerpo, la cual crece con su deformación (Fig. 2.37). Finalmente, es esta fuerza producida por el cuerpo que se deforma la que detiene al que está actuando sobre él, por supuesto si antes no se ha roto.

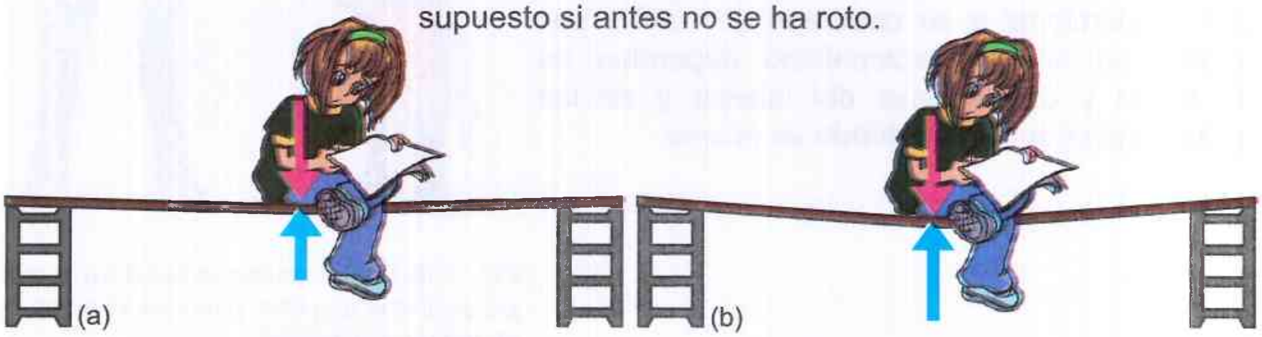


Fig. 2.37. A medida que aumenta la deformación de la tabla, crece la fuerza ejercida por ella sobre la niña. La deformación cesa cuando la fuerza de la tabla compensa al peso de la niña. En a) la fuerza elástica es menor que el peso de la niña, ejercido sobre la tabla, en b) dichas fuerzas son iguales.

Si luego de cesar la fuerza que lo deforma, el cuerpo vuelve a ser como era antes, en particular recupera su volumen y forma iniciales, se dice que es **elástico**. En este caso la fuerza ejercida por el cuerpo al deformarse se denomina **fuerza elástica**. La bola de plastilina de la figura 2.19 no es elástica porque no recupera su forma, en cambio la tabla de la figura 2.37, sí puede considerarse elástica.

Un ejemplo clásico de cuerpo elástico es un resorte. Ya lo comprimamos o estiremos bajo la acción de una fuerza, al cesar ésta recupera su forma. La **fuerza elástica** ejercida por el resorte depende de su deformación, mientras mayor sea ésta, mayor será la fuerza elástica. Nota que la fuerza ejercida por el resorte siempre es opuesta a su deformación (Fig. 2.38).

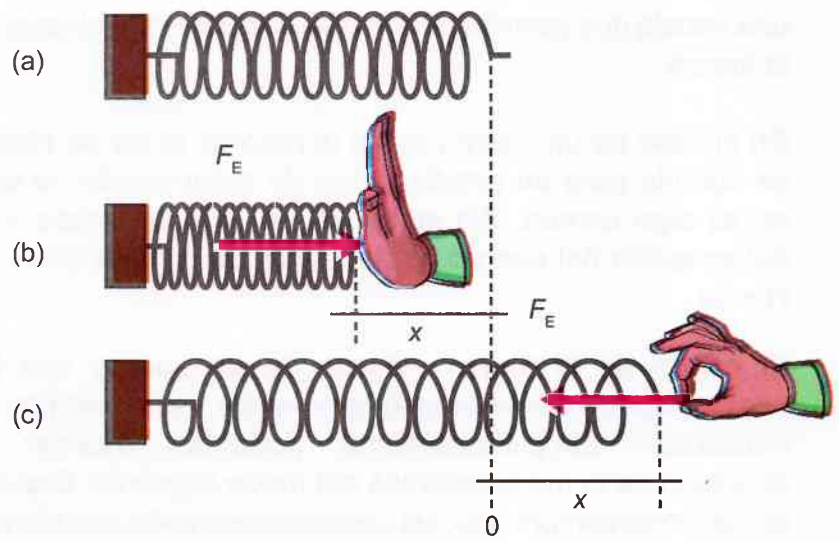


Fig. 2.38. La fuerza elástica de un resorte es proporcional a su deformación y de sentido opuesto.

La ecuación que representa la relación entre la deformación del resorte y la fuerza elástica ejercida por él, puede obtenerse experimentalmente. Es la siguiente:

$$F_E = -kx$$

donde x representa la deformación del resorte y k es una constante de proporcionalidad, a veces denominada **constante elástica** del resorte. El signo menos se debe a que, como hemos dicho, la fuerza del resorte es de sentido opuesto a su deformación. La ecuación anterior se conoce como **Ley de Hooke**, aunque en verdad es una versión simplificada de dicha ley.

Un modo fácil de obtener la ley anterior consiste en utilizar la fuerza de gravedad para medir la fuerza ejercida por el resorte (Fig. 2.39). Al colgar pesitas en su extremo, el resorte se estira hasta que la fuerza por él producida compensa a la de gravedad. Por eso, conociendo el valor de la fuerza de gravedad, *mg*, que actúa sobre los cuerpos que cuelgan del resorte, se conoce a la vez la fuerza elástica.

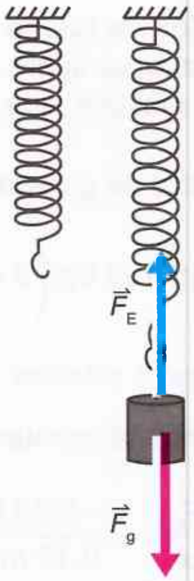


Fig. 2.39. Cuando se cuelga un cuerpo de un resorte, éste se estira hasta que la fuerza elástica compesa a la fuerza de gravedad sobre el cuerpo.

Muchos dinamómetros consisten (fig. 2.22) precisamente en un resorte que se alarga más o menos, en dependencia de la magnitud de la fuerza aplicada. Junto al resorte hay una escala que permite determinar directamente el valor de la fuerza.

En el caso de un cuerpo como el resorte, la ley de Hooke se cumple para un amplio rango de deformación, lo cual no es algo común. Sin embargo, en muchos casos si la deformación del cuerpo es pequeña, se cumple la ley de Hooke.

El origen de la fuerza elástica de un cuerpo son las interacciones electromagnéticas entre sus átomos o moléculas. Simplificadamente podemos explicar la aparición de la fuerza elástica del modo siguiente: Cuando el cuerpo es comprimido, las separaciones entre sus átomos o moléculas disminuyen, apareciendo fuerzas de repulsión entre ellos. Por el contrario, si el cuerpo es estirado, las separaciones entre sus átomos o moléculas aumentan, dando lugar a fuerzas de atracción entre ellos.

Ejemplo 2.15. Considera que el resorte de la figura se alarga 12 cm al colgarle una carga de 100 g. a)¿Cuál es su constante elástica? b)¿Qué fuerza ejercerá cuando se alargue 5.5 cm?

a) La ley de fuerza para el resorte es $F_E = -kx$. Consideremos como sentido positivo el del alargamiento. En tal caso el valor de la fuerza de gravedad es positivo y el de la fuerza elástica, que la compensa, negativo.

La fuerza de gravedad es:

$$mg = (0.100\ \text{kg})\left(9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 0.98\ \text{N}$$

Y la fuerza elástica: –0.98 N.

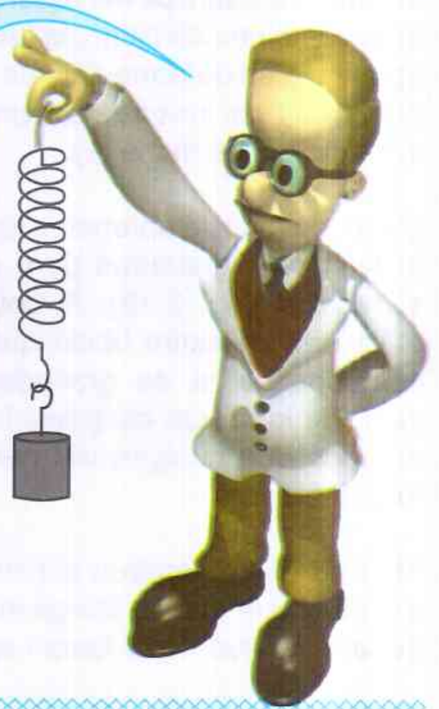
Por tanto, la constante elástica es:

$$k = -\frac{F_E}{x} = \frac{-(-0.98\ \text{N})}{0.12\ \text{m}} = 8.2\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

b) Al estirarlo 5.5 cm la fuerza ejercida por el resorte es:

$$F_E = -kx = -\left(8.2\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)(0.055\ \text{m}) = -0.45\ \text{N}$$

Utiliza el valor de la constante elástica hallado en el ejemplo 2.14, para calcular el estiramiento del resorte cuando se cuelga de él una carga de 30 g .



2.4. Actividades de sistematización y consolidación.

2.4.1. Sopa de letras

U	S	E	L	E	T	Ó	T	S	I	R	A	Ú	Ó	Ó	P	Í	J
H	L	I	B	É	D	M	N	Ó	I	C	A	R	E	L	E	C	A
O	G	R	Á	F	I	C	A	U	P	O	E	L	I	L	A	G	H
O	N	É	X	U	C	X	C	Z	D	K	C	F	K	V	M	X	Z
K	R	B	M	N	I	C	I	A	R	I	B	Á	L	U	B	O	Ü
E	Y	Q	I	Ó	N	X	T	Í	C	E	N	L	J	N	Í	T	U
Ó	Ü	B	G	I	E	N	É	B	B	I	U	Á	A	Z	Z	N	X
H	D	M	R	C	M	W	N	E	Y	D	T	F	M	A	L	E	D
A	I	S	A	A	Á	H	G	C	V	I	Q	Í	Q	I	Á	I	A
Y	S	Á	V	T	T	C	A	U	Í	N	T	V	L	C	C	M	D
E	T	Ó	I	I	I	U	M	A	F	A	W	Í	W	A	E	A	I
L	A	N	T	V	C	C	O	C	H	M	H	P	Z	V	N	Z	R
L	N	G	A	A	A	H	R	I	K	Ó	U	Í	C	E	K	A	E
A	C	Ó	T	R	B	Ü	T	Ó	U	M	L	T	I	N	F	L	L
H	I	P	O	G	U	H	C	N	Ó	E	W	Í	M	D	E	P	E
R	A	O	R	A	Ü	Q	E	K	O	T	Q	Ñ	Ñ	I	É	S	C
U	O	C	I	T	S	Á	L	E	B	R	Ú	É	Y	S	E	E	K
P	Í	V	A	W	K	P	E	U	A	O	W	Q	W	H	G	D	C

Aceleración
Analítica
Aristóteles
Cavendish
Celeridad
Cinemática
Débil
Desplazamiento
Dinámica
Dinamómetro
Distancia
Ecuación
Elástico
Electromagnética
Fuerza
Galileo
Gráfica
Gravitación
Gravitatoria
Halley
Hooke

W	A	V	H	E	R	E	S	U	L	T	A	N	T	E	É	O	O
W	B	L	É	T	S	A	C	Ü	A	B	K	Í	Á	N	D	T	K
Z	J	Q	R	R	B	I	Z	V	T	D	X	W	E	Ó	X	N	J
M	S	F	T	O	O	C	N	K	E	R	Q	A	A	I	V	E	K
W	M	W	M	S	F	R	E	S	N	C	E	Ü	C	C	Ü	I	G
I	Ú	R	P	E	M	E	W	R	A	P	D	T	I	C	E	M	Ñ
R	C	É	Í	R	E	N	T	R	L	M	X	R	N	A	T	A	V
R	Ú	Á	Q	T	S	I	O	É	P	V	F	A	Á	R	N	Z	M
S	A	R	X	A	Q	Ó	N	F	N	O	Ü	Y	C	E	E	O	J
I	V	E	G	L	J	S	B	T	P	P	E	E	E	T	I	R	Z
P	K	L	L	U	Ó	E	V	Ú	Í	K	V	C	M	N	D	U	J
O	E	P	Y	C	É	T	A	N	G	E	N	T	E	I	N	W	F
S	P	S	T	Í	U	F	Z	Z	Á	E	U	O	P	T	E	L	J
I	L	Á	I	T	Z	N	A	Ñ	V	W	F	R	W	I	P	Q	Á
C	E	L	O	R	M	X	M	É	C	J	F	I	U	Z	É	K	L
I	R	Ó	I	A	K	A	Z	Ú	Ú	Q	K	A	É	E	S	M	U
Ó	Q	L	Ü	P	H	R	A	P	I	D	E	Z	A	S	F	N	N
N	Ü	A	S	A	S	A	M	D	A	D	I	C	O	L	E	V	A

Inercia
Interacción
Kepler
Luna
Masa
Mecánica
Newton
Nuclear
Partícula
Pendiente
Planeta
Posición
Rapidez
Resorte
Resultante
Rozamiento
Tangente
Trayectoria
Velocidad

Escribe cada palabra en Wikipedia o en Encarta y da un vistazo a lo que encuentres.

¿Qué palabras conoces?

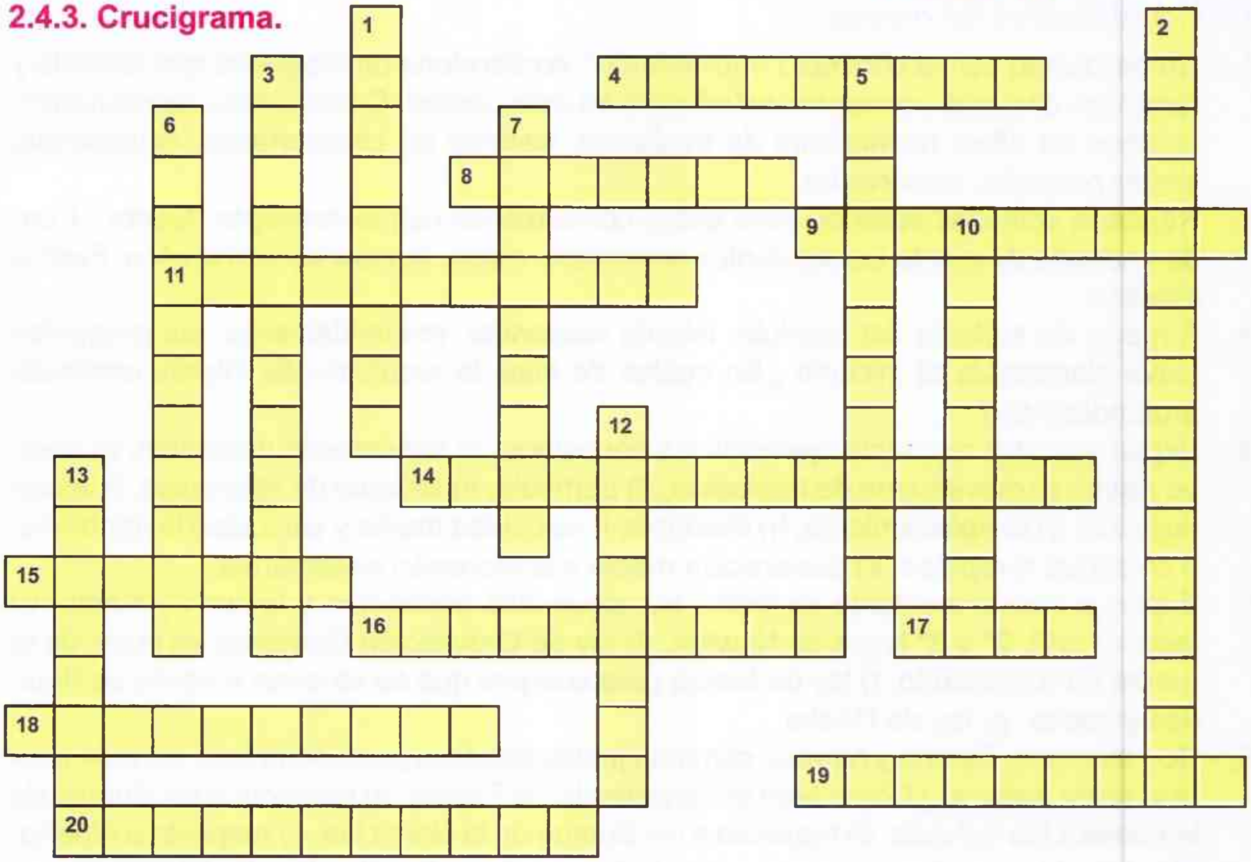
2.4.2. Conexión de conceptos e ideas.

Relaciona las dos columnas escribiendo el número según corresponda.

1. Cambio de posición de un cuerpo respecto a otro.
2. Cuando todos los puntos de un cuerpo realizan igual movimiento.
3. Cuerpo que no se deforma bajo la aplicación de fuerzas.
4. Cuerpo respecto al cual se describe el movimiento de otro cuerpo.
5. Fuerza que ejerce un cuerpo cuando es deformado ligeramente.
6. Fuerza que depende de las masas de los cuerpos y de la distancia entre ellos.
7. Fuerza que se opone al movimiento de un cuerpo a través de un líquido o gas.
8. Fuerza que se opone al movimiento relativo entre dos cuerpos cuyas superficies están en contacto.
9. Ley de la cual se concluye que solo una fuerza puede variar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo.
10. Ley que afirma que si un cuerpo *A* ejerce cierta fuerza sobre otro *B*, entonces el *B* también ejerce una fuerza sobre el *A*.
11. Ley que relaciona la aceleración que adquiere un cuerpo con su masa y con las fuerzas que actúan sobre él.
12. Longitud del camino recorrido por un cuerpo, medida sobre la trayectoria.
13. Razón entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo en que se realiza.
14. Razón entre la variación de velocidad y el intervalo de tiempo en que tuvo lugar dicha variación.
15. Suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.
16. Vector que va del origen de coordenadas hasta la partícula en movimiento.
17. Vector que va de la posición que tiene la partícula en cierto instante, hasta la posición que tiene en otro instante.

( ) Segunda ley de Newton
( ) Desplazamiento
( ) Movimiento mecánico
( ) Velocidad media
( ) Fuerza de gravitación
( ) Movimiento de traslación
( ) Cuerpo rígido
( ) Cuerpo de referencia
( ) Fuerza elástica
( ) Tercera ley de Newton
( ) Fuerza resultante
( ) Vector posición
( ) Fuerza de rozamiento
( ) Primera ley de Newton
( ) Distancia
( ) Aceleración media
( ) Fuerza de resistencia

2.4.3. Crucigrama.



Horizontales

4. Razón entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo en que tiene lugar.
8. Científico que rebatió las ideas de Aristóteles e hizo cambiar el modo de pensar imperante en la ciencia hasta su época.
9. Razón entre la diferencia de ordenadas y la diferencia de abscisas correspondientes a la tangente a una curva en un punto.
11. Filósofo de la antigüedad que expresó ideas acerca del movimiento mecánico.
14. Cambio de posición de una partícula.
15. Propiedad debido a la cual los cuerpos no pueden variar su velocidad instantáneamente.
16. Se dice de las suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.
17. Magnitud utilizada para medir la inercia de los cuerpos.
18. Rama de la Mecánica que se encarga de la descripción del movimiento.
19. Valor de la velocidad.
20. Razón entre la variación de velocidad y el intervalo de tiempo en que ocurre dicha variación.

Verticales

1. Se dice de la descripción del movimiento, y en general de los cambios, en forma de ecuación.
2. Se dice de la interacción que origina la fuerza de rozamiento y la fuerza elástica.
3. Se dice de la interacción que solo depende de la masa de los cuerpos y de la distancia entre ellos.
5. Palabra que designa acción mutua.
6. Instrumento utilizado para medir fuerzas.
7. Científico que por primera vez midió la constante de gravitación.
10. Longitud del camino recorrido por una partícula, medida sobre la trayectoria.
12. Se dice de la fuerza ejercida por un cuerpo debida a su deformación.
13. Parte de la Mecánica que se encarga de estudiar los factores que determinan las características del movimiento.

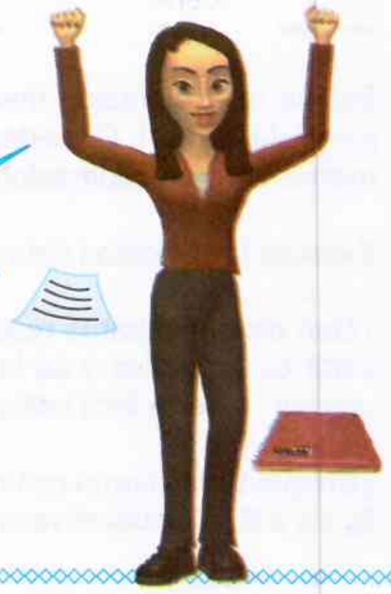
2.4.4. Actividades de repaso.

1. Comenzando con el concepto “movimiento”, confecciona un diagrama que conecte y ramifique diversos conceptos estudiados en esta unidad. Como ayuda relacionamos algunos de ellos: movimiento de traslación, sistema de coordenadas, ecuaciones, vector posición, aceleración.
2. Repite la actividad anterior, pero ahora comenzando con el concepto “fuerza”. Pueden servirte de ayuda los siguientes conceptos: masa, tercera ley de Newton, Fuerza elástica.
3. A modo de síntesis del capítulo, intenta responder, resumidamente, las preguntas clave planteadas al iniciarlo ¿En cuáles de ellas te resultaría de interés continuar profundizando?
4. Expón e ilustra mediante ejemplos los conceptos: a) movimiento mecánico, b) cuerpo rígido, c) movimiento de traslación, d) partícula, e) sistema de referencia, f) vector posición, g) desplazamiento, h) distancia, i) velocidad media y velocidad instantánea, j) celeridad o rapidez, k) aceleración media y aceleración instantánea.
5. Expón e ilustra mediante ejemplos los siguientes conceptos y leyes: a) fuerza, b) inercia, c)1ª, 2ª y 3ª leyes de Newton, d) ley de Gravitación Universal, e) leyes de la fuerza de rozamiento, f) ley de fuerza para cuerpos que se mueven a través de líquidos y gases, g) ley de Hooke.
6. Dos alumnos, Florina y Alberto, caminan juntos desde la parte delantera del aula hasta la parte trasera. ¿Cómo será el movimiento de Florina: a) respecto a un alumno de la primera fila del aula, b) respecto a un alumno de la última fila, c) respecto a Alberto, d) respecto a un alumno que camina de la parte trasera del aula a la delantera?
7. Dos estudiantes van sentados en una camioneta que se mueve a velocidad constante. Uno de ellos lanza hacia arriba una pelota, que vuelve a caer en sus manos. Describe el movimiento de la pelota visto por: a) el otro estudiante, b) una persona que se encuentra en la banqueta.
8. ¿Cómo explicarías los “amaneceres” y “atardeceres” teniendo en cuenta lo estudiado acerca del movimiento? Elabora un dibujo esquemático para apoyar tu explicación.
9. Realiza una representación del movimiento de la Luna respecto a la Tierra (un estudiante puede representar a la Tierra y otro simular el movimiento de la Luna).
10. ¿Por qué cuando tiene lugar una descarga eléctrica atmosférica (“rayo”) generalmente primero vemos el relámpago y luego escuchamos el trueno?

¿En qué caso percibiríamos el relámpago y el trueno simultáneamente?

11. Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba, la resistencia del aire puede despreciarse. Representa mediante un dibujo las siguientes situaciones y, en el caso que proceda, señala las fuerzas que actúan sobre la piedra: a) la piedra se encuentra a mitad de camino durante su ascenso, b) la piedra llegó a la máxima altura, c) la piedra está a mitad de camino durante el descenso. ¿Cómo serían las respuestas si la piedra se lanza formando cierto ángulo con la horizontal, en lugar de verticalmente? Argumenta tus respuestas.
13. Menciona situaciones de la vida cotidiana en las que se utilice la palabra inercia. ¿Qué semejanzas y diferencias hay entre el uso habitual de esa palabra y el que se le da en la Física?
14. ¿Por qué cuando vamos en un minibús y éste frena bruscamente nos vamos hacia adelante?
15. Una balanza indica que la masa de cierto cuerpo es 100 g. ¿Indicaría lo mismo la balanza en la Luna? Argumenta tu respuesta.
16. Dos estudiantes tratan de romper una cuerda. Primero tiran uno por cada extremo y fallan. Luego atan un extremo a una pared y tiran juntos. ¿Es este procedimiento mejor que el primero? Argumenta tu respuesta.
17. Representa las fuerzas que actúan sobre un cuerpo que cuelga de una cuerda. Indica las parejas de acción–reacción
18. ¿A qué se deberá la forma aproximadamente esférica de los cuerpos celestes de gran masa?
19. Describe algunas medidas que se toman para disminuir la fricción cuando ésta resulta perjudicial.
20. Argumenta la importancia de la fuerza de rozamiento para poner en movimiento y variar la dirección de los medios de transporte cotidianos.
21. Dos estudiantes compiten tirando de una cuerda uno por cada extremo. El más débil logró que el otro deslizara por el piso. ¿Cómo pudiera explicarse esto? Para analizar mejor la situación, realiza un esquema de ella y representa las fuerzas.

22.



Deja caer simultáneamente un cuaderno y una hoja de éste. ¿Qué observas?

A continuación coloca la hoja encima del cuaderno y nuevamente déjalos caer. ¿Cómo se explica la diferencia en los resultados?

2.4.5. Ejercicios de repaso

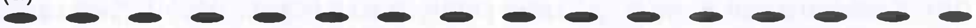
1. ¿Qué tiempo demorará una señal de radio enviada desde la Tierra en llegar a: a) la Luna (la Luna se encuentra a unos 400 000 km de la Tierra), b) Marte (considera que Marte se encuentra a 100 millones de kilómetros de la Tierra)? ¿Por qué los resultados obtenidos tienen que ser considerados aproximados? ¿Qué dificultades pudieran existir para teledirigir un robot que se mueva en la superficie de Marte?

   Respuesta: a) 1.3 s, b) 5.6 min.
2. Durante el entrenamiento un atleta corrió 100 m en 10 s. Al regresar del centro de entrenamiento a su casa, que está a 3.0 km, lo hizo en bicicleta y demoró 10 minutos. ¿En qué caso su velocidad fue mayor? Justifica tu respuesta mediante los cálculos correspondientes ¿Qué suposiciones has tenido que hacer para resolver el problema?

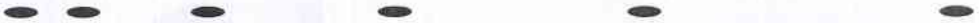
   Respuesta: en el primer caso.
3. ¿Qué distancia aproximada recorre la Tierra alrededor del Sol en 1 minuto? ¿Qué distancia aproximada recorren cada minuto, debido a la rotación de la Tierra, las personas que viven cerca del ecuador. ¿Por qué los resultados obtenidos son necesariamente aproximados? Considera la celeridad de la Tierra en su órbita en torno al Sol es 30 km/s y de un punto cerca del ecuador, debida a la rotación de la Tierra, 0.46 km/s.

   Respuesta: 1 800 km, 28 km,
4. Un camión que transporta aceite tiene en el contenedor un pequeño agujero por el que caen gotas al pavimento. Las figuras muestran la disposición de las gotas en dos tramos del recorrido del camión. ¿Qué tipo de movimiento tenía el camión en cada caso? ¿Puede conocerse en qué sentido se estaba moviendo?

   (a)

   (b)

   
5. Estima la aceleración media proporcionada por un bate a una pelota durante un juego de béisbol. Considera que el choque dura alrededor de 0.01 s. Realiza por ti mismo otras consideraciones que se requieran.
6. Expresa la velocidad del caminante de la figura 2.4 en km /h.

   Respuesta: 4.7 km/h
7. ¿Qué distancia había recorrido el caminante al cabo de 17 s? Halla el resultado a partir de la gráfica y de la ecuación. ¿Qué procedimiento resulta más rápido, más preciso? ¿Sería fácil hallar el resultado a partir de la tabla?

   Respuesta: 22 m
8. ¿En qué tramo corrió con mayor rapidez el corredor cuya gráfica se representó en la figura 2.5? Calcula el valor de su velocidad en ese tramo.

   Respuesta: entre 6 s y 11 s, 8 m/s

9. A partir de la gráfica 2.9 determina el valor de la velocidad del cuerpo al cabo de 0.15 s de iniciado el movimiento.

Respuesta: 1.5 m/s

10. Utilizando el resultado anterior y conociendo que el valor de la velocidad del cuerpo al cabo de 0.30 s de iniciado el movimiento es 2.94 m/s, determina su aceleración (modulo, dirección y sentido).

Respuesta: 9.8 m/s^2

11. Si la masa del cuerpo del ejemplo 2.3 era 100 g, ¿qué fuerza neta actuó sobre él en el caso b) si la variación de velocidad ocurrió en 0.6 s?

Respuesta: 0.8 N

12. Imagina que la masa del cuaderno lanzado sobre la mesa en la figura de la página 104 era 250 g y la fuerza de rozamiento que actuó sobre él 0.5 N. Si el tiempo que demoró en detenerse fue 0.5 s, ¿con qué velocidad fue lanzado?

Respuesta: 1 m/s

13. Utilizando el resultado obtenido en el ejercicio 5 y conociendo que la masa de la pelota es 145 g calcula la fuerza ejercida sobre ella. ¿Cuál será la fuerza ejercida sobre el bate?

14. Se sabe que Fobos, uno de los satélites de Marte, se mueve en una órbita que está 9.4×10^6 m del centro de Marte con una aceleración dirigida hacia él de aproximadamente 0.48 m/s^2. Utilizando la ley de Gravitación Universal, determina la masa de Marte.

Respuesta: 6.4×10^{23} kg

15. ¿Cuál será la aceleración de un satélite que describe una órbita circular alrededor de la Tierra a 250 km de su superficie?

Respuesta: 9.0 m/s^2

16. Considera que en la figura 2.33 la masa de la caja es 350 g y el coeficiente de rozamiento 0.34. ¿Se caerá la caja si el caballero presiona con una fuerza de 10 N? ¿Cuál es el valor de la fuerza de rozamiento?

Respuesta: No, 3.4 N

17. Suponiendo que una gota de lluvia cae con aceleración constante, calcula su velocidad en m/s y km/h al llegar al suelo, si la nube está a 2 km. ¿Cómo se explica que la velocidad de una gota de lluvia típica sean tan solo 8 m/s?

Respuesta: 2×10^2 m/s, 7×10^2 km/h

18. Si el resorte entre los carritos de la figura de la página 115 tiene una constante elástica de 8.0 N/m y se ha comprimido 5 cm. ¿Qué fuerza ejercerá sobre los carritos en el instante que se libera? ¿Qué sucede con el valor de la fuerza a medida que el resorte se descomprime?

Respuesta: -0.4 N, disminuye.

3

MOVIMIENTOS DE INTERÉS

COMPETENCIAS DISCIPLINARIAS A DESARROLLAR EN EL CAPÍTULO

3.1. Utiliza los conceptos y leyes estudiados para, mediante gráficos y ecuaciones, profundizar y ampliar el estudio del movimiento.

3.2. Describe las características distintivas de los movimientos, rectilíneo uniforme, rectilíneo uniformemente acelerado, parabólico, circular uniforme y oscilatorio, ilustrándolas mediante ejemplos concretos.

3.3. Aplica los conceptos y leyes estudiados para analizar situaciones de la vida práctica.

3. Estudio de algunos movimientos de interés.

Durante las dos unidades anteriores te relacionaste con conceptos y leyes fundamentales de la Mecánica y aprendiste a utilizarlos para analizar y explicar numerosas situaciones. En esta unidad continuarás con esta tarea, pero ahora, con ayuda de gráficas y ecuaciones, realizarás un estudio más detallado de algunos movimientos que tienen especial interés: **rectilíneo**, **parabólico**, **circular** y **oscilatorio**. Ello te servirá para consolidar lo estudiado anteriormente, al mismo tiempo que profundizas y amplías tus conocimientos.

Por consiguiente, las preguntas claves de esta unidad serán:

¿Cómo mediante gráficas y ecuaciones se puede profundizar en el estudio del movimiento? ¿Qué es un movimiento parabólico y cuáles son sus características? ¿Qué magnitudes caracterizan el movimiento circular? ¿Qué son las oscilaciones y cuáles algunas de sus características básicas?

Y claro está, una pregunta siempre presente durante el estudio de los tipos de movimiento que abordaremos será: *¿Cómo utilizar la segunda ley de Newton para explicar y predecir las características del movimiento?*

Comenzaremos con la respuesta a la primera pregunta.

3.1. Movimiento rectilíneo.

La importancia del estudio del movimiento rectilíneo se debe, como ya señalamos en el capítulo 2, no solo a que hay situaciones reales en que el movimiento se realiza en línea recta, sino además, a que cualquier movimiento, por complejo que sea, puede ser interpretado como una combinación de tres movimiento rectilíneos en direcciones perpendiculares entre sí.

Aunque la trayectoria recta es la más sencilla posible, de todos modos el movimiento rectilíneo puede ser complejo, en dependencia de cómo varíen el valor de la velocidad y su sentido. Nosotros nos limitaremos al estudio de algunos casos relativamente simples.

Imagina casos de movimientos rectilíneos relativamente complejos.

Comenzaremos con los movimientos rectilíneos **uniforme** y **uniformemente acelerado**. Muchos movimientos rectilíneos, aún siendo más complejos, pueden aproximarse a ellos cuando se examinan en intervalos de tiempo suficientemente pequeños.

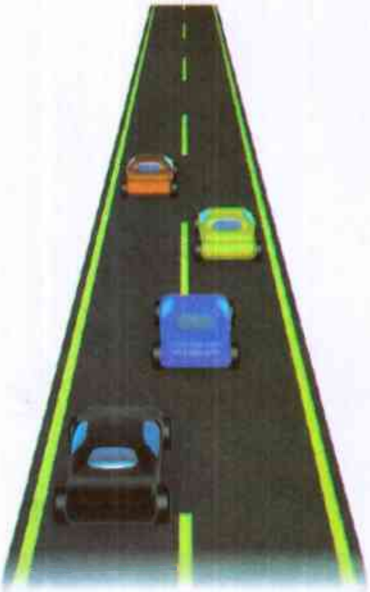


Fig. 3.1. Un auto que viaja por una carretera en un tramo recto y con una velocidad constante de 100 km/h es un ejemplo de movimiento rectilíneo uniforme.

3.1.1 Movimiento rectilíneo uniforme.

El **movimiento rectilíneo uniforme** (MRU) es, en esencia, un movimiento con **velocidad constante**. Durante él no cambian la dirección, el valor, ni el sentido de la velocidad.

Como ya sabes, según la primera ley de Newton, semejante movimiento solo puede tener lugar **cuando la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es nula**.

En el capítulo 2 ya analizaste un ejemplo que se aproxima a este tipo de movimiento, el de un caminante. En la figura 3.1 se muestra otro caso también común.

¿Recuerdas cómo son la ecuación y el gráfico que describen el movimiento del caminante?

Este tipo de movimiento es muy simple, pero analizar cómo describirlo mediante **ecuaciones** y **gráficas** servirá de preparación para el estudio de otros movimientos.

Puesto que se realiza en una recta, basta una sola coordenada para especificar la posición del cuerpo. Cuando el movimiento es horizontal, la coordenada suele simbolizarse con x y cuando es vertical, con y. Como ya sabes, en el caso de un movimiento rectilíneo es posible escribir la expresión de la velocidad sin necesidad de utilizar vectores, simplemente:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

El movimiento se denomina **uniforme**, porque siempre permanece igual, la posición del cuerpo varía **con la misma rapidez** todo el tiempo.

En efecto, como v es constante, de la ecuación anterior se deduce que para iguales intervalos de tiempo Δt, siempre ocurrirán iguales desplazamientos Δx.

Por su parte, de la ecuación $a = \Delta v / \Delta t$ se ve que como en el movimiento rectilíneo uniforme no hay variación de velocidad, **su aceleración es nula**. Esto también puede apreciarse directamente de la segunda ley de Newton. Puesto que este tipo de movimiento tiene lugar cuando la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es nula, entonces, de acuerdo con la ecuación $\vec{a} = \vec{F} / m$, la aceleración también debe ser nula.

En el capítulo 2 viste cómo son el **gráfico** y la **ecuación** que describen el movimiento de un caminante. Profundicemos ahora en estos dos modos de describir el movimiento.

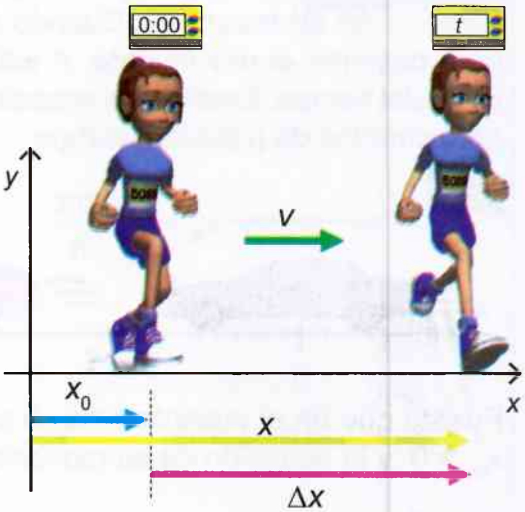


Fig. 3.2. La posición x en cierto instante t, se halla añadiendo el desplazamiento Δx a la posición incial x_0.

Si se conoce la posición x_0 del cuerpo en cierto instante t_0 (Fig. 3.2) y se quiere hallar su posición en un instante posterior t, es obvio que solo tenemos que añadir a la posición inicial el desplazamiento que ha tenido lugar, es decir:

$$x = x_0 + \Delta x.$$

Y puesto que $\Delta x = v\Delta t$, la expresión anterior queda:

$$x = x_0 + v\,\Delta t \;=\; x_0 + v(t - t_0)$$

Comúnmente, el instante inicial para el estudio del movimiento se considera como cero, por lo que $t_0 = 0$ y la ecuación anterior es:

$x = x_0 + v\,t$, donde x_0 es la posición para $t = 0$.

Ésa es la **ecuación** general para un movimiento rectilíneo uniforme, ella **permite conocer la posición del cuerpo en cualquier instante de tiempo**, predecir su movimiento.

El gráfico correspondiente a esa ecuación es, por supuesto, una línea recta, como en el caso del caminante estudiado en el capítulo 2. Su pendiente representa el valor de la velocidad del movimiento y su intercepto con el eje de las ordenadas, x_0, la posición del cuerpo en el instante $t = 0$ (Fig. 3.3). La recta concreta de que se trata depende, como veremos a continuación, del valor de la velocidad y de la posición incial del cuerpo.

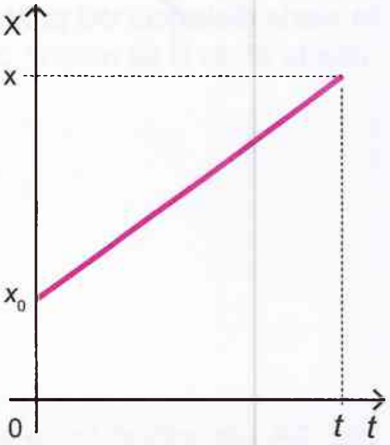
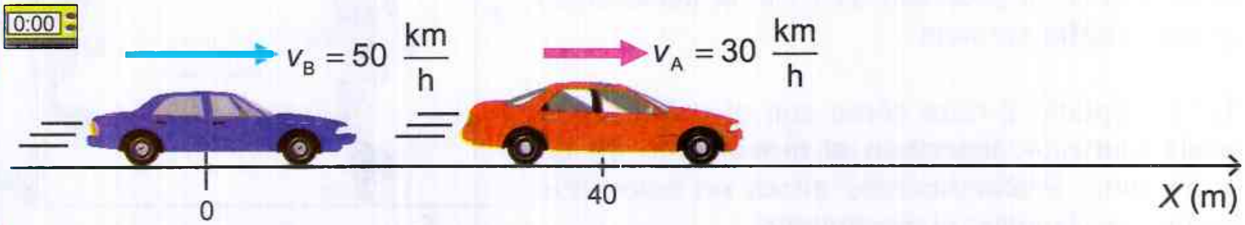


Fig. 3.3. Gráfico de $x(t)$ para un movimiento rectilíneo uniforme.

Ejemplo 3.1. Dos autos *A* y *B* van por una misma vía recta. *A* va a 30 km/h y *B* a 50 km/h, tratando de alcanzar a *A*. Cuando *B* pasa por cierto punto, seleccionado como origen para describir el movimiento, *A* está 40 m delante de él. Asume ese instante como el inicio del tiempo. Escribe las ecuaciones del movimiento de los autos y traza los gráficos aproximados de posición–tiempo.



Puesto que en el instante *t* = 0, *B* pasa por el punto elegido como origen, entonces $x_{0B} = 0$ y la ecuación de su movimiento es, simplemente:

$$x_B = vt$$

$$x_B = \left(50\ \frac{km}{h}\right)t$$

Por su parte, para *t* = 0, A está a 40 m del origen, por lo que:

$x_{0A} = 40$ m y la ecuación de su movimiento es:

$$x_A = x_{0A} + vt$$

$$x_A = 0.040\ km + \left(30\ \frac{km}{h}\right)t$$

A continuación se muestran los gráficos del movimiento de cada auto. Observa que el de *A* no pasa por el origen de coordenada, debido a que para *t* = 0 el auto se encontraba a cierta distancia del punto elegido como origen. Por otra parte, la pendiente correspondiente al de *B* es mayor, porque el valor de su velocidad es mayor.

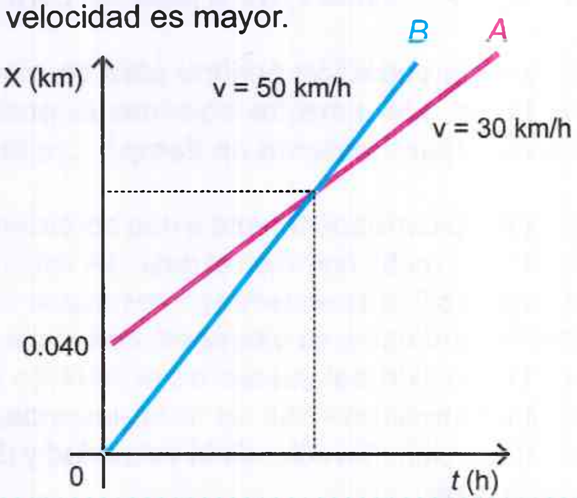
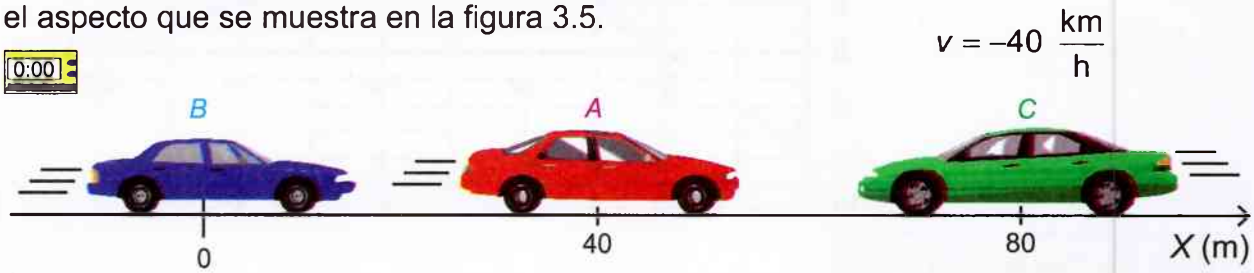


Fig. 3.4. Las gráficas de los autos *A* y *B* se intersectan. El punto de intersección reprenta la posición *x* y el tiempo *t* en que se encuentran.

¿Cómo sería el gráfico del movimiento de un tercer auto, *C*, que se mueve al encuentro de los dos considerados en la situación del ejemplo 3.1, es decir, **en sentido contario**?

Ello **depende del sistema de referencias que se elija** para describir su movimiento. Si consideramos como origen de coordenada el punto en que se encuentra *C* cuando comienza a medirse el tiempo y como sentido positivo el de su propio movimiento, la gráfica sería análoga a la del auto *B* en la figura 3.4. Sin embargo, si el sistema de referencia es el mismo seleccionado en la situación anterior, entonces la gráfica sería distinta. Supongamos, por ejemplo, que para $t = 0$ este auto se encontraba a 80 m del origen de coordenada, acercándose a 40 km/h. En tal caso el gráfico tendría el aspecto que se muestra en la figura 3.5.



Observa que si bien en los casos de la figura 3.4 las pendientes son positivas (rectas ascendentes), en éste la pendiente es negativa (recta descendente). Ello se debe a que, de acuerdo con la referencia elegida, en el primer caso las velocidades son positivas, mientras que en éste es negativa. Si el auto *C* se encontrara en reposo, entonces el gráfico sería una línea recta paralela al eje del tiempo, pues su posición no varía con el tiempo (Fig.3.6).

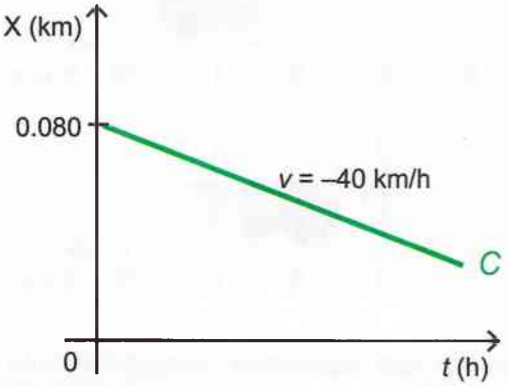


Fig. 3.5. El auto *C* se mueve en sentido contrario al asumido como positivo. Por eso su velocidad es negativa y la pendiente de la gráfica también.

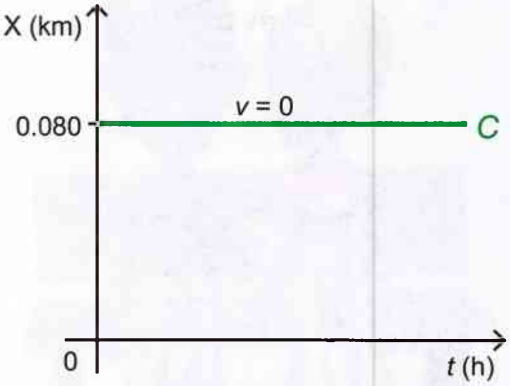
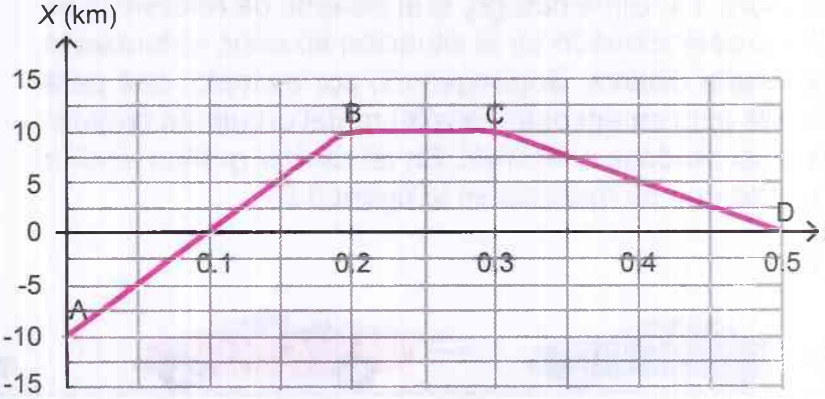
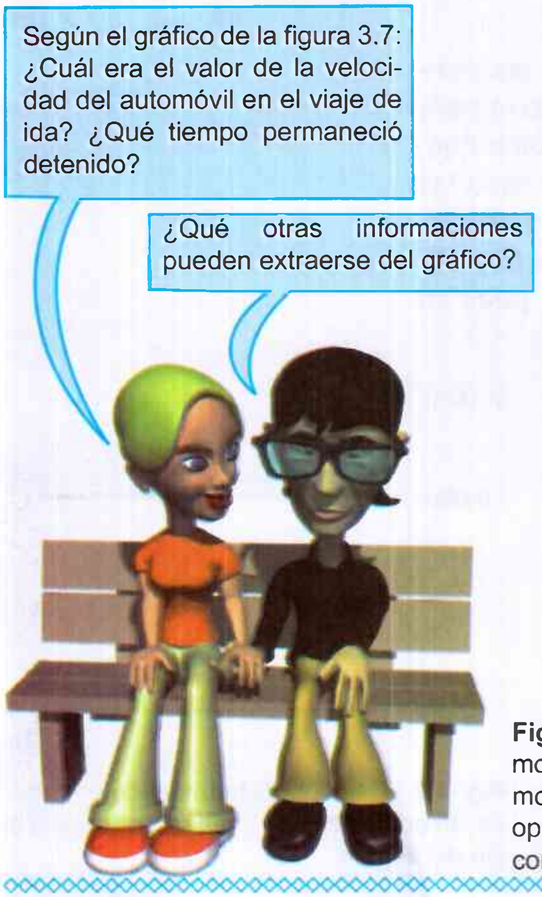


Fig. 3.6. Si el auto *C* permanece en reposo, su gráfica es una línea recta paralela al eje del tiempo.

Los gráficos anteriores (Fig. 3.4, 3.5 y 3.6) representan tres situaciones, pero separadamente. El gráfico de la figura 3.7 reúne tres situaciones como las anteriores en un mismo sistema de coordenadas. Puede tratarse, por ejemplo, de un automóvil que viaja a velocidad constante (*AB*), luego se detiene durante cierto tiempo (*BC*) y, finalmente, viaja en sentido contrario (*CD*), aunque no regresa al punto de partida.




Según el gráfico de la figura 3.7: ¿Cuál era el valor de la velocidad del automóvil en el viaje de ida? ¿Qué tiempo permaneció detenido?
¿Qué otras informaciones pueden extraerse del gráfico?

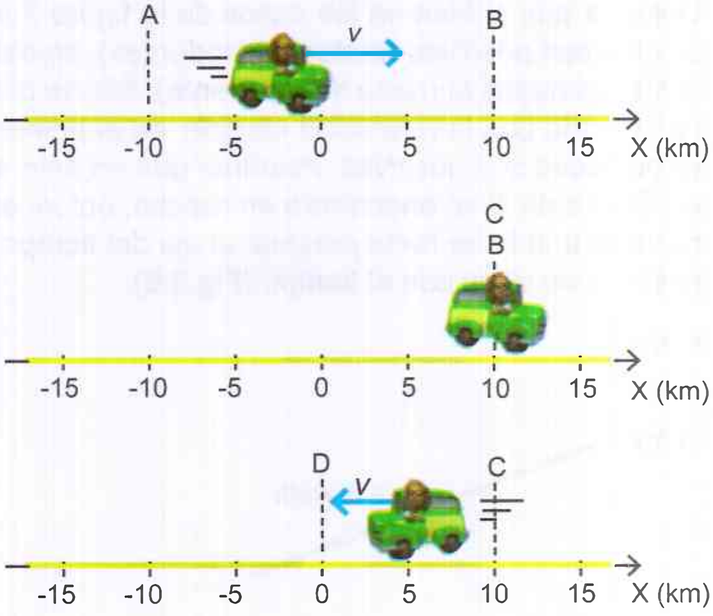

A
B
v
-15
-10
-5
0
5
10
15
X (km)
C
B
-15
-10
-5
0
5
10
15
X (km)
D
v
C
-15
-10
-5
0
5
10
15
X (km)

Fig. 3.7. Arriba, gráfico que representa, consecutivamnte, movimiento con velocidad constante, reposo y nuevamente movimiento con velocidad constante, pero ahora en sentido opuesto. Debajo, el esquema de una situación a la que pudiera corresponder el gráfico.

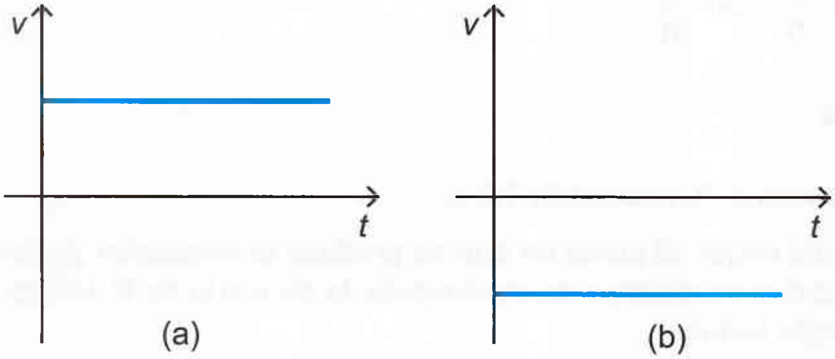
Presta atención a que las uniones *B* y *C* de los segmentos rectos que componen el gráfico están ligeramente redondeadas. Ello se debe a que ningún cuerpo puede pasar de cierta velocidad al reposo, o viceversa, instantáneamente, sino que requiere variar su velocidad paulatinamente.

La gráfica **velocidad-tiempo** de un movimiento también puede aportar información interesante. En un MRU dicha gráfica es muy simple, una recta paralela al eje del tiempo (Fig. 3.8).

De acuerdo con la ecuación $v = \Delta x/\Delta t$, el desplazamiento del cuerpo en el intervalo Δt es $\Delta x = v\Delta t$, pero este producto es, precisamente, el área del rectángulo representado en la figura. Nota que el área entre el gráfico y el eje del tiempo representa al desplazamiento del cuerpo (Fig. 3.9).

Esta conclusión de que **el área entre el gráfico velocidad–tiempo y el eje del tiempo da el desplazamiento**, es importante, ella es cierta no solo para el movimiento uniforme, sino para cualquier movimiento rectilíneo, aunque la velocidad no sea constante.

Cuando el movimiento del cuerpo se realiza en el sentido elegido como positivo, el gráfico **velocidad–tiempo** queda por encima del eje del tiempo (Fig. 3.10a) y cuando se realiza en sentido contrario, por debajo de dicho eje (Fig. 3.10b). En el primer caso, el desplazamiento, y el área entre el gráfico y el eje del tiempo, son positivos y en el segundo, negativos.



(a) (b)

Fig. 3.10. Gráficos velocidad-tiempo para el movimiento rectilíneo uniforme: a) el movimiento se realiza en el sentido elegido como positivo, b) el movimiento se realiza en sentido contrario.

¿Qué propiedad determina que un cuerpo no pueda pasar instantánemante de un movimiento con velocidad constante al reposo, o viceversa?

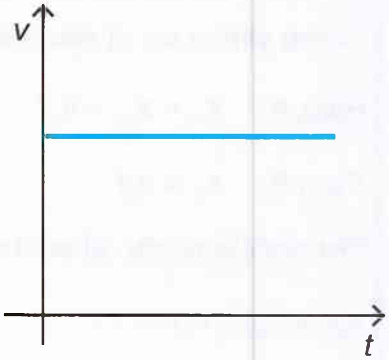


Fig. 3.8. Gráfico velocidad-tiempo para un movimiento rectilíneo uniforme.

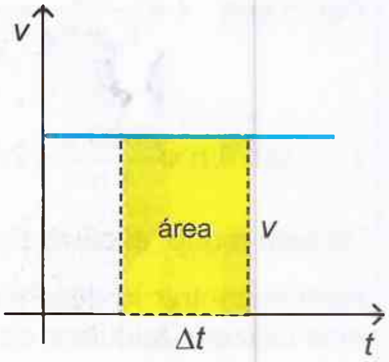
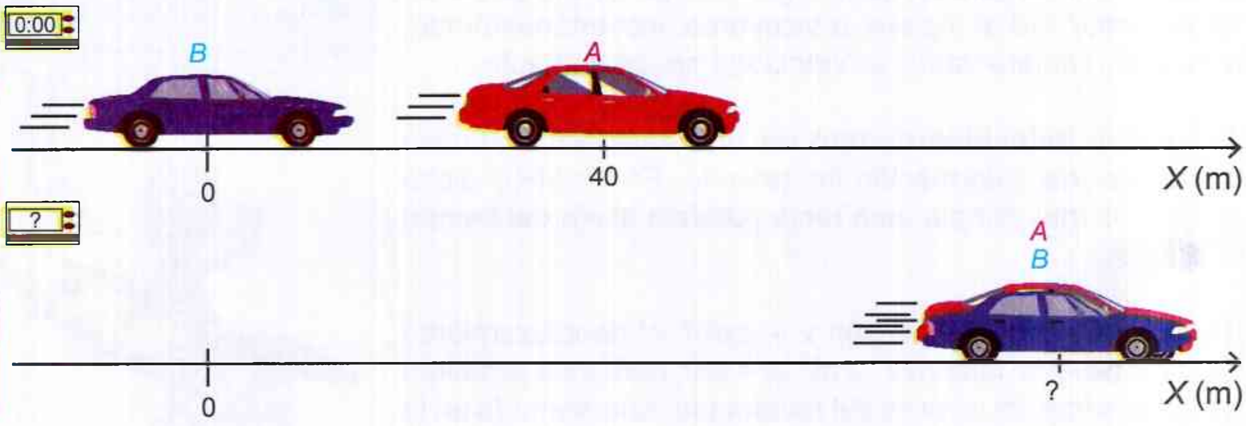


Fig. 3.9. En un gráfico de $v(t)$ el desplazamiento (Δx) está dado por el área comprendida entre el gráfico y el eje del tiempo.

Ejemplo 3.2. Considera los autos examinados en el ejemplo 3.1, ¿en qué instante y a qué distancia del punto elegido como origen, alcanzará el auto *B* al *A*?



Si imaginamos a los autos como puntos, obviamente el encuentro de ellos se produce cuando tienen la misma coordenada.

Como vimos en el ejemplo 3.1, las ecuaciones del movimiento para estos autos son:

Para A: $x_A = x_{0A} + v_A t$

Para B: $x_B = v_B t$

Por consiguiente, el encuentro se produce para $x_A = x_B$. De aquí que:

$$v_B t = x_{0A} + v_A t$$

De la ecuación anterior: $(v_B - v_A)t = x_{0A}$

Por lo que $t = \dfrac{x_{0A}}{v_B - v_A} = \dfrac{0.040\ \text{km}}{50\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}} - 30\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}} = 0.0020\ \text{h}$

$$t = 0.0020\ \text{h} \times \frac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}} = 7.2\ \text{s}$$

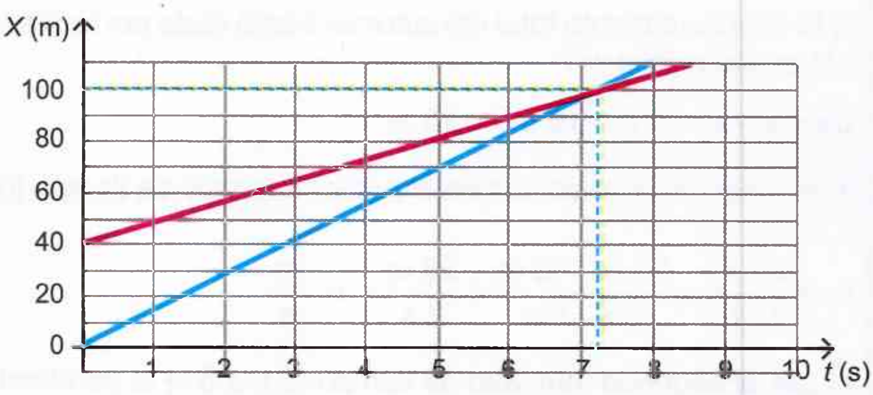
De este modo, el carro *B* alcanza al *A*, al cabo de 7.2 s.

Para encontrar la distancia del origen al punto en que se produce el encuentro, podemos utilizar cualquiera de las dos ecuaciones de movimiento, la de *A* o la de *B*. Utilizaremos la de *B*, que es algo más simple:

$$x_B = v_B t = \left(50\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)(0.0020\ \text{h}) = 0.10\ \text{km}$$

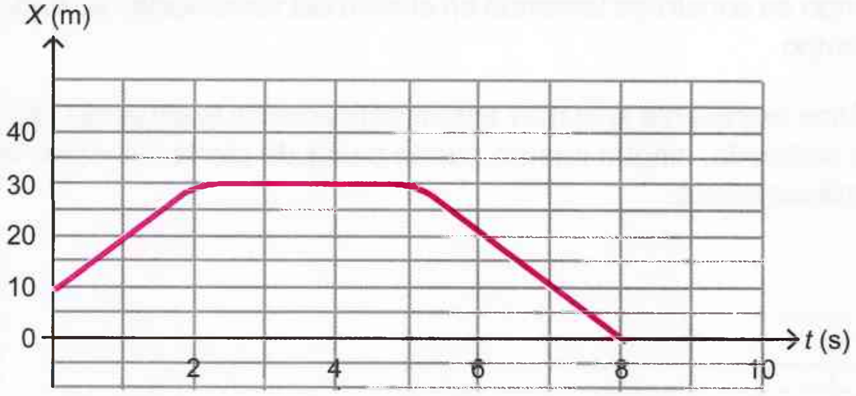
El encuentro se produce a una distancia de alrededor de 100 m del punto considerado como origen.

Este problema también puede resolverse gráficamente:



Si en un mismo sistema de coordenadas se trazan los gráficos de posición-tiempo correspondientes a cada carro, el punto donde se intersectan las gráficas representa la posición y el instante de tiempo en que se produce el encuentro. Observa que para ese punto del gráfico: $x = 100$ m y $t = 7.2$ s

Ejemplo 3.3. Se registraron los datos de posición y tiempo para un automóvil que va por una vía recta y se construyó el siguiente gráfico:



a) ¿Qué posición tenía el automóvil cuando comenzó a medirse el tiempo?
b) ¿Cuál fue la posición más alejada del automóvil, con respecto al origen del sistema de referencia?
c) ¿Cuál fue el desplazamiento total del automóvil?
d) ¿Cuál fue el valor de la velocidad en el intervalo de tiempo de 0 s a 2 s?
e) ¿Cuál fue el valor de la velocidad en el intervalo de tiempo de 2 s a 5 s?
f) ¿Cuál fue el valor de la velocidad en el intervalo de tiempo de 5 s a 8 s?
g) Traza el gráfico de $v(t)$.

a) En el gráfico observamos que la posición inicial del automóvil era de10 m respecto al origen de coordenadas.

b) La posición más alejada del origen que alcanzó el automóvil fue de 30 m.

c) El desplazamiento total del automóvil está dado por la diferencia entre la posición final y la posición inicial:

$$\Delta x = x - x_0 = 0\ \text{m} - 10\ \text{m} = -10\ \text{m}$$

d) El valor de la velocidad en el primer intervalo de tiempo [0 s a 2 s] está dado por:

$$v_1 = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{30\ \text{m} - 10\ \text{m}}{2\ \text{s} - 0\ \text{s}} = \frac{20\ \text{m}}{2\ \text{s}} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

e) En el segundo intervalo de tiempo [2 s a 5 s] la pendiente de la gráfica es cero, lo cual significa que en ese intervalo la velocidad era cero:

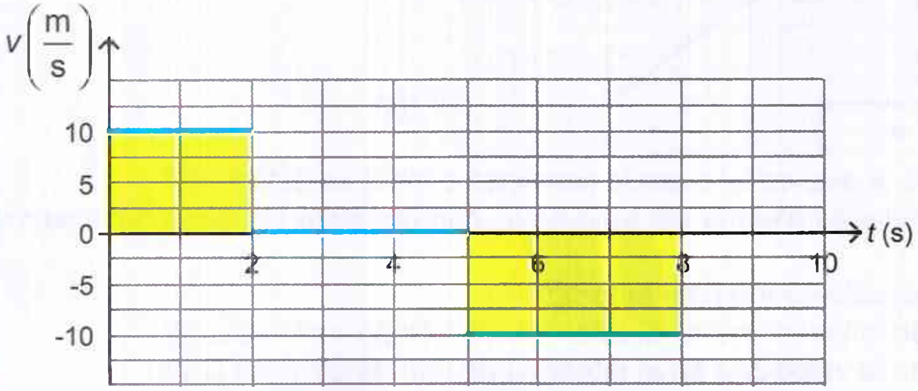
$$v_2 = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{30\ \text{m} - 30\ \text{m}}{5\ \text{s} - 2\ \text{s}} = \frac{0\ \text{m}}{3\ \text{s}} = 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

f) El valor de la velocidad en el tercer intervalo de tiempo [5 s a 8 s] fue:

$$v_3 = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{0\ \text{m} - 30\ \text{m}}{8\ \text{s} - 5\ \text{s}} = \frac{-30\ \text{m}}{3\ \text{s}} = -10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

g) El gráfico velocidad–tiempo se construye tomando en cuenta las velocidades de cada uno de los intervalos de tiempo.

Cabe recordar que ese gráfico representa solo muy esquemáticamente la situación real. En verdad, como ya se ha señalado, ningún cuerpo puede pasar de cierta velocidad al reposo, y viceversa, instantáneamente.



3.1.2. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

El **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado** (MRUA) es un movimiento **con aceleración constante**. Durante él no varían la dirección, el valor, ni el sentido de la aceleración.

Este tipo de movimiento tiene lugar cuando la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es constante. En efecto, según la segunda ley de Newton, $\vec{a} = \vec{F} / m$, solo si la fuerza es constante, la aceleración también lo es.

El cazador sale corriendo con un movimiento que es aproximadamente uniformemente acelerado. ¡Todo por haber molestado al oso!

Se denomina uniformemente acelerado porque la proporción en que varía la velocidad con el tiempo, ya sea aumentando o disminuyendo, siempre es la misma. Recalcamos que uniformemente acelerado puede significar tanto incremento como decremento de la velocidad, lo esencial consiste en que la aceleración es constante, sea positiva o negativa.

Así, de la ecuación $a = \Delta v / \Delta t$ se deduce que si a es constante, entonces para iguales intervalos de tiempo siempre tendrán lugar iguales variaciones de velocidad.

En los capítulos anteriores ya te has relacionado con el ejemplo tal vez más relevante de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado: la caída de un cuerpo cuando la resistencia del aire es despreciable. En este caso la única fuerza que actúa sobre el cuerpo es la de gravedad, que en las proximidades de la superficie de la Tierra puede ser considerada constante. Por eso, de acuerdo con la segunda ley de Newton, $\vec{a} = \vec{F} / m$, la aceleración también es constante. Como sabes, ella tiene además la misma dirección y sentido que la fuerza, o sea, es vertical y dirigida hacia abajo.

En otros casos, como por ejemplo el de los medios de transporte durante el frenado o inicio del movimiento, con frecuencia la aceleración también puede considerarse aproximadamente constante.

¿Cómo describir mediante gráficos y ecuaciones el movimiento rectilíneo con aceleración constante?

De la ecuación $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ se obtiene $\Delta v = a\Delta t$. Y de aquí:

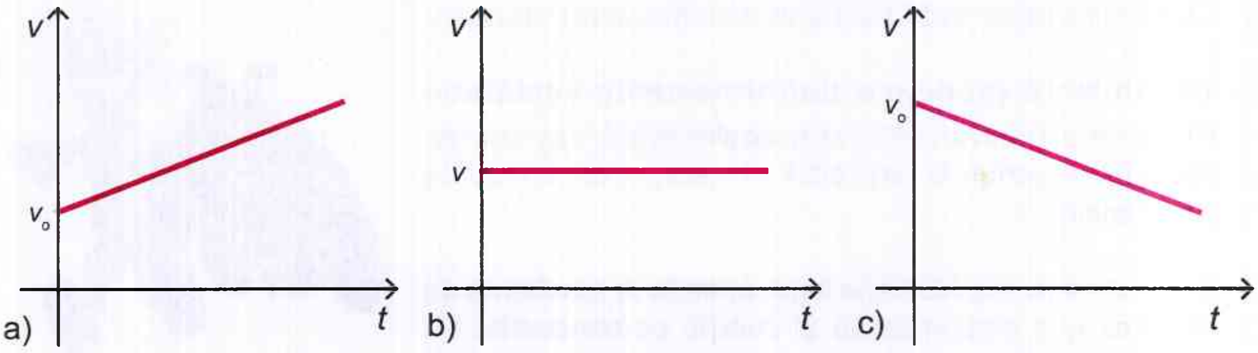


Fig. 3.11. Gráficos de velocidad en función del tiempo: a) aceleración positiva, b) aceleración cero y c) aceleración negativa

$$v = v_0 + at$$

La figura 3.11 muestra los gráficos correspondientes a esa ecuación para los casos en que la aceleración es positiva, cero y negativa. Como sabes, la pendiente del gráfico **posición–tiempo** representa la **velocidad**, en este caso se trata de un gráfico **velocidad–tiempo** y su pendiente da el valor de la **aceleración**.

¿Y cuáles son la ecuación y el gráfico de la **posición en función del tiempo** para el movimiento uniformemente acelerado?

Lo que aprendimos durante el análisis del movimiento rectilíneo uniforme acerca de que el área entre el gráfico y el eje del tiempo representa el desplazamiento, nos servirá para hallar la ecuación de la posición.

Observa que en este caso dicha área es la de un trapecio (Fig. 3.12). Por tanto, el área total es la suma de las áreas de un rectángulo y de un triángulo. El desplazamiento es:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

De aquí que la posición en función del tiempo sea:

$$x = x_0 + \Delta x$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

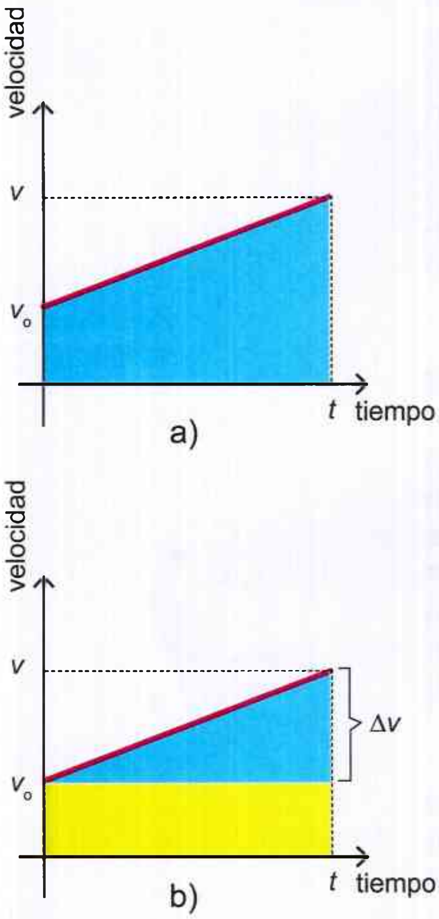


Fig. 3.12. a) Cuando la aceleración es constante, el área entre el gráfico *v-t* y el eje del tiempo es la de un trapecio. b) El trapecio puede dividirse en un rectángulo y un triángulo.

El gráfico correspondiente a esta ecuación es un tramo de **parábola**. Pero sus características específicas, como en el de otros gráficos ya analizadas, dependen del movimiento con aceleración constante de que se trate. En el capítulo 2 ya examinamos el gráfico correspondiente a la caída de un cuerpo en ausencia de resistencia del aire, el cual ahora reproducimos nuevamente (Fig. 3.13). En ese caso la ecuación de la posición en función del tiempo es, simplemente, $y = 1/2\ at^2$. Puesto que se trata de una caída y no de un lanzamiento, la velocidad inicial del cuerpo (v_0) es cero. Por otra parte, elegimos como origen de coordenada la posición del cuerpo cuando inicia su movimiento, de modo que la posición inicial (y_0) también es cero.

En la figura 3.12 comprueba que el área del triángulo es $½at^2$. ¿Cuál será la pendiente del gráfico de la figura 3.13 en el origen de coordenadas? Argumenta.

Resumiendo, las ecuaciones y gráficos que describen el movimiento con aceleración constante son:

$v = v_0 + at$, cuyo gráfico es una línea recta.

$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, cuyo gráfico es una parábola.

Nota que en este caso se tienen dos ecuaciones, una para la velocidad y otra para la posición. En el movimiento uniforme no hace falta nada más que una, la de la posición, porque la velocidad no depende del tiempo, es la misma durante todo el movimiento.

Las ecuaciones anteriores constituyen un **sistema de ecuaciones**, que describen completamente los movimientos con aceleración constante, ellas permiten calcular la velocidad y posición del cuerpo en cualquier instante. Las características concretas de las ecuaciones y de los gráficos correspondientes, dependen de los valores que tengan x_0, v_0 y a en el movimiento considerado.

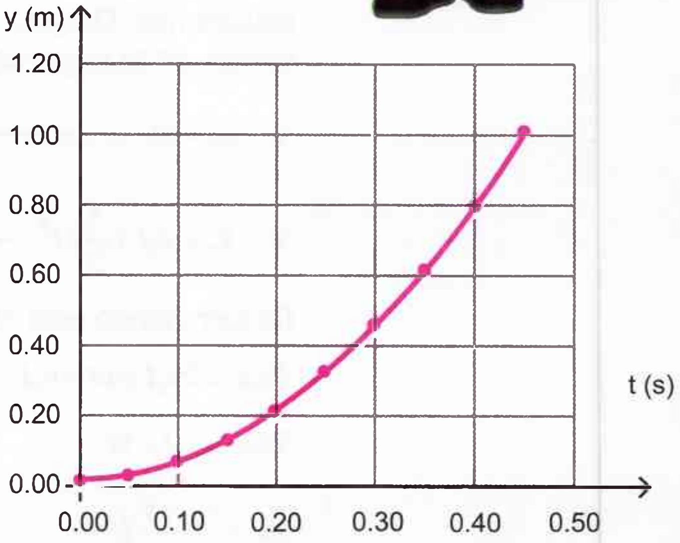


Fig. 3.13. Gráfico correspondiente a la caída de un cuerpo en ausencia de resistencia del aire. Cuando la aceleración es constante, el gráfico $x(t)$ es un tramo de parábola.

Las ecuaciones obtenidas relacionan la posición y la velocidad con el **tiempo**, pero con frecuencia la información que se tiene no es del tiempo transcurrido, sino del desplazamiento realizado por el cuerpo. En tales casos conviene utilizar una ecuación en que no intervenga el tiempo y sí el **desplazamiento**. Esa tercera ecuación puede ser obtenida eliminando la variable *t* del anterior sistema de ecuaciones, por ejemplo, despejando *t* en la primera ecuación y sustituyéndolo en la segunda:

$$v = v_0 + at \longrightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \longrightarrow x = x_0 + v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

Desarrollando esta ecuación, obtenemos:

$$x - x_0 = \frac{2v_0(v - v_0) + (v - v_0)^2}{2a}$$

$$2a\Delta x = 2v_0 v - 2v_0^2 + v^2 - 2vv_0 + v_0^2$$

$2a\Delta x = v^2 - v_0^2$, despejando v^2 se tiene

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

Ésta es la ecuación buscada, en la cual, como puedes ver, no interviene el tiempo y sí el desplazamiento.

Es posible obtener una cuarta ecuación, en la que no interviene la aceleración, la cual puede resultar útil en algunas situaciones. Despejamos *a* en la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$$v = v_0 + at \longrightarrow a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \longrightarrow x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\left(\frac{v - v_0}{t}\right)t^2$$

Desarrollando esta ecuación, obtenemos:

$$2\Delta x = 2v_0 t + vt - v_0 t$$

$$2\Delta x = v_0 t + vt$$

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2}t$$

Como puedes ver, en esta ecuación no intervien la aceleración.

De este modo, para analizar los movimientos **con aceleración constante** disponemos de cuatro ecuaciones.

Dos ecuaciones básicas:

1) $v = v_0 + at$,

o su equivalente: $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$,

que es la ecuación de definición de la aceleración, de la cual procede la anterior.

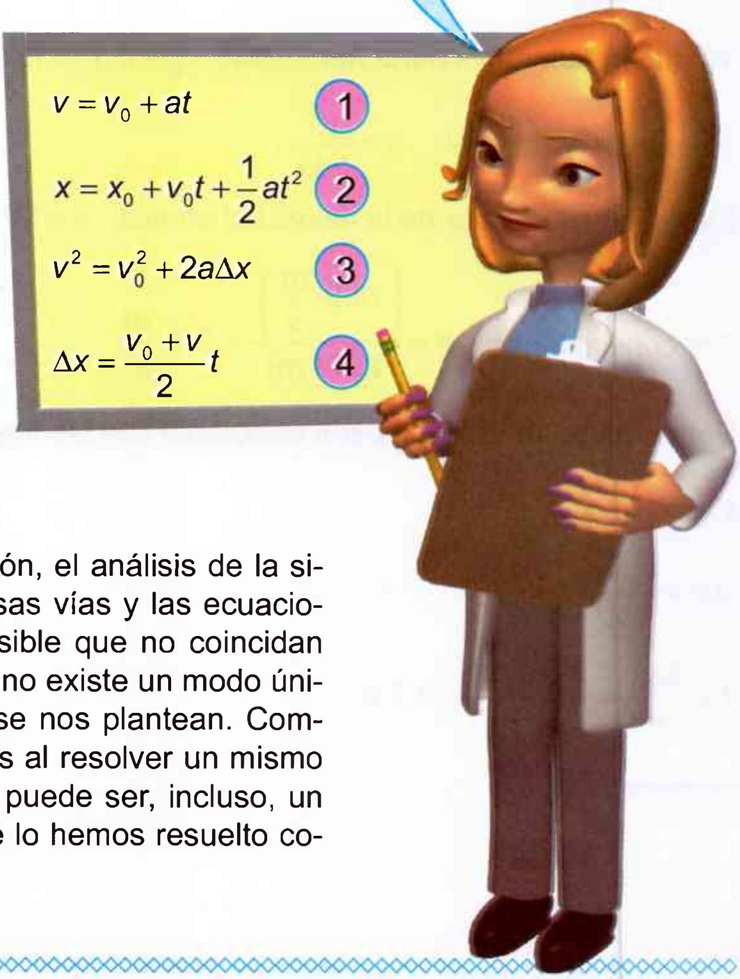
Para analizar los movimientos con aceleración constante disponemos de cuatro ecuaciones.

2) $x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$

Y dos ecuaciones más, que derivan de las anteriores:

3) $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$

4) $\Delta x = \dfrac{v_0 + v}{2} t$

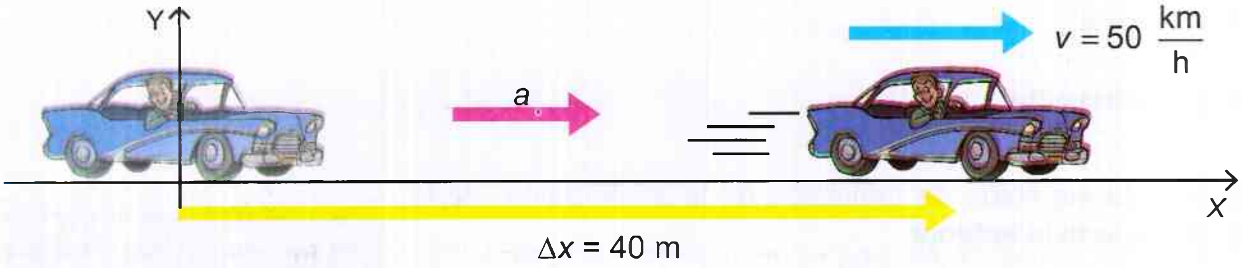

$v = v_0 + at$ ①
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ ②
$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ ③
$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} t$ ④

¿Qué ecuaciones utilizar para el análisis de una situación dada?

Ello depende de la información de que disponemos. Por ejemplo, sin en un problema debemos calcular cierto desplazamiento y tenemos como datos v_0, v y a, lo más conveniente es, por supuesto, utilizar la tercera ecuación.

Pero aún con una misma información, el análisis de la situación puede transcurrir por diversas vías y las ecuaciones que utiliza una persona es posible que no coincidan con las que utiliza otra. En general, no existe un modo único de resolver los problemas que se nos plantean. Comparar las soluciones que obtenemos al resolver un mismo problema mediante diferentes vías puede ser, incluso, un modo de estar más seguros de que lo hemos resuelto correctamente.

Ejemplo 3.4. Un automóvil se pone en movimiento con aceleración aproximadamente constante. Cuando ha recorrido 40 m el velocímetro indica 50 km/h. ¿Cuál fue la aceleración del automóvil y que tiempo demoró en alcanzar esa velocidad?



Escogemos el origen de coordenada en el lugar que el automóvil inicia su movimiento y como sentido positivo el del movimiento.

Puesto que conocemos el desplazamiento del automóvil y los valores de su velocidad en dos momentos, la ecuación que conviene utilizar es:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

Ya que el automóvil parte del reposo, $v_0 = 0$. Por lo que la ecuación queda:

$v^2 = 2a\Delta x$ y de aquí: $a = \dfrac{v^2}{2\Delta x}$

Expresemos el valor de la velocidad en m/s: $v = 50\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}} \times \dfrac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \times \dfrac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = 13.9\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

Por consiguiente: $a = \dfrac{\left(13.9\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2(40\ \text{m})} = 2.4\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

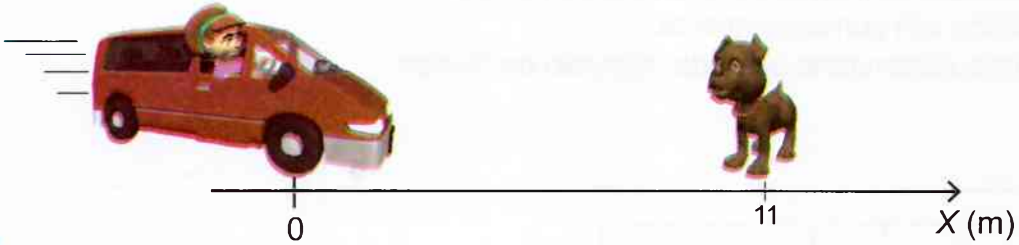
Por su parte, el tiempo puede calcularse con las ecuaciones 1 ó 4. Emplearemos la 4.

Como $v_0 = 0$:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2}t = \frac{v}{2}t$$

$$t = \frac{2\Delta x}{v} = \frac{2(40\ \text{m})}{13\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = 5.7\ \text{s}$$

Ejemplo 3.5. El conductor de un automóvil que va a 40 km/h observa un animalito en medio de la calle y aplica bruscamente los frenos. ¿Cuál es la mínima distancia que recorrerá el automóvil antes de detenerse, si el coeficiente de rozamiento cinético entre sus neumáticos y el pavimento es 0.60?



Cuando un automóvil frena normalmente, no desliza. Pero si el frenado es muy brusco, entonces sus neumáticos dejan de rodar y el automóvil desliza. A partir de ese momento su desplazamiento ya no es controlado por los frenos, sino que está determinado por la velocidad que llevaba y la fuerza de rozamiento con el pavimento.

Consideremos como origen de coordenada la posición del automóvil en el momento que comienza a deslizar y como sentido positivo el del movimiento.

La fuerza que frena al automóvil durante el deslizamiento es:

$f_r = \mu N = \mu m g$, donde m es la masa del automóvil.

Esta fuerza es negativa, pues se opone al movimiento del automóvil, que es el sentido asumido com positivo.

Así pues, de acuerdo con la segunda ley de Newton, la aceleración de frenado es:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-\mu m g}{m} = -\mu g$$

Como se quiere determinar el desplazamiento y se conocen las velocidades al inicio y al final del movimiento, la ecuación que conviene utilizar es $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$. El desplazamiento que debemos hallar corresponde a $v = 0$. Por tanto:

$$0 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad \text{de aquí que:} \quad \Delta x = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-v_0^2}{-2\mu g} = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

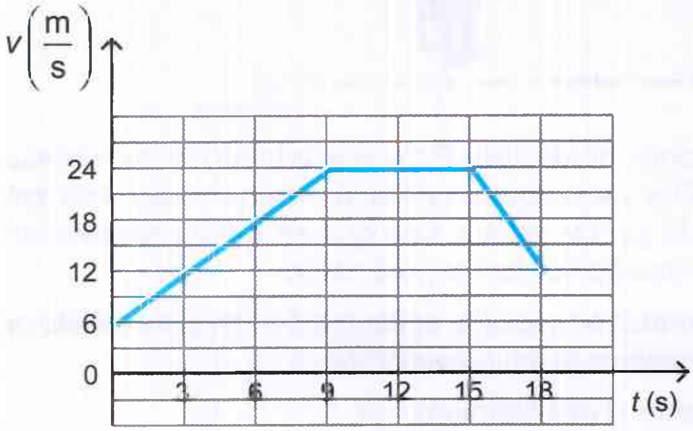
Expresemos la velocidad del carro en m/s: $v_0 = 40\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} = 11.1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Sustituyendo los valores en la expresión del desplazamiento:

$$\Delta x = \frac{\left(11.1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2(0.6)\left(9.8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 10\text{ m}$$

Ejemplo 3.6. El gráfico de $v(t)$ de la figura representa, aproximadamente, el movimiento de un automóvil que va por una vía recta en tres intervalos de tiempo.

a) ¿Qué tipo de movimiento tiene el automóvil en cada intervalo?
b) Calcula la aceleración en cada intervalo de tiempo.
c) Traza el gráfico $a(t)$ correspondiente.
d) Calcula el desplazamiento en cada intervalo de tiempo.



a) En el primer intervalo el automóvil se mueve con aceleración constante positiva; en el segundo, con velocidad constante y en el tercero, con aceleración constante, pero negativa.

b) La aceleración en cada intervalo se determina a partir de la pendiente del segmento correspondiente del gráfico:

$$\text{Pendiente} = a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

En el primero de los intervalos de tiempo (0–9)s, la pendiente del segmento es positiva, por lo cual la aceleración tambien es positiva, siendo ésta:

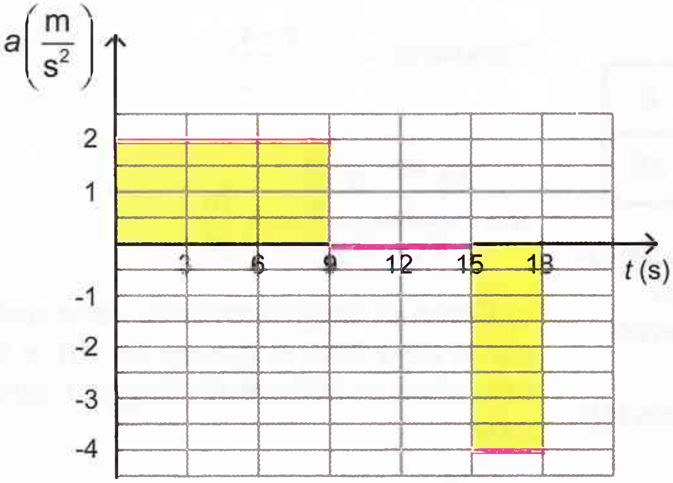
$$a_1 = \frac{24\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9\text{ s} - 0\text{ s}} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

En el segundo intervalo (9–15) s, la pendiente del segmento es cero, y por consiguiente también la aceleración.

En el tercer intervalo (15–18) s, la pendiente del segmento es negativa, lo que indica que la aceleración, también es negativa.

$$a_3 = \frac{12\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 24\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{18\text{ s} - 15\text{ s}} = -4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Al trazar el gráfico aceleración-tiempo correspondiente, se toman en cuenta los valores de la aceleración calculados en el inciso anterior.



d) Para calcular el desplazamiento, recordemos que en un gráfico de $v(t)$ el desplazamiento viene dado por el área comprendida entre el gráfico y el eje del tiempo.

En el primer intervalo de tiempo (0–9)s, el área entre el gráfico y el eje del tiempo es un trapecio, resultando:

$$\Delta x_1 = \left[\frac{6\ \frac{m}{s} + 24\ \frac{m}{s}}{2}\right](9\ s) = 135\ m$$

En el segundo intervalo de tiempo (9–15)s, el área entre el gráfico y el eje del tiempo es un rectángulo, por tanto, el desplazamiento es simplemente el producto de la velocidad por el intervalo de tiempo.

$$\Delta x_2 = \left(24\ \frac{m}{s}\right)(6\ s) = 144\ m$$

En el tercer intervalo de tiempo (15–18)s, el área entre el gráfico y el eje del tiempo es un trapecio, resultando:

$$\Delta x_3 = \left[\frac{24\ \frac{m}{s} + 12\ \frac{m}{s}}{2}\right](3\ s) = 54\ m$$

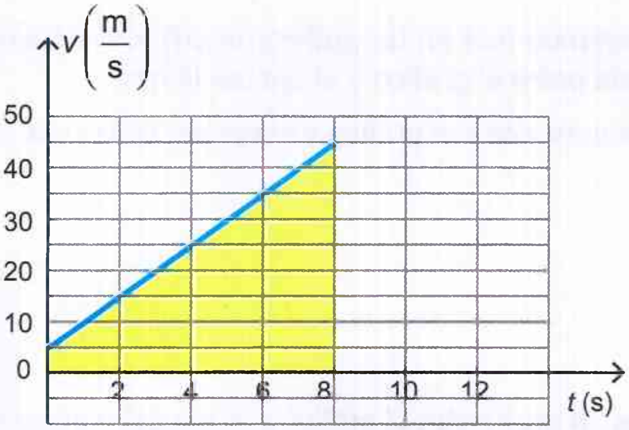
El automóvil se desplazó en total alrededor de 333 m hacia la derecha, aunque no se sabe si cuando se encendió el cronómetro, pasaba o no por el origen del sistema de coordenada.

Ejemplo 3.7. Los valores de la velocidad de un auto que se mueve por una vía recta se dan en la tabla siguiente:

t(s)	0	2	4	6	8
v(m/s)	5	15	25	35	45

a) ¿Qué tipo de movimiento tiene el cuerpo?
b) ¿Cuál es el valor de su aceleración?
c) ¿Cuál es el desplazamiento del cuerpo.

Primeramente construimos el gráfico de $v(t)$



a) Si el auto se mueve en línea recta y al graficar los datos de la tabla anterior se obtiene una línea con pendiente constante, significa que el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado (*MRUA*)

b) La pendiente de la recta representa la aceleración del cuerpo, y está dada por:

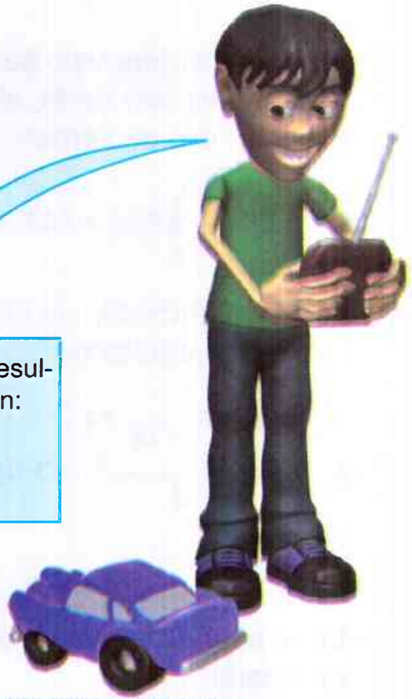
$$\text{Pendiente} = a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

$$a = \frac{45\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8\ \text{s} - 0\ \text{s}} = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c) Como el desplazamiento viene dado por el área bajo el gráfico de $v(t)$, y en este caso se trata de un trapecio, tenemos:

$$\Delta x = \left[\frac{5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2}\right](8\ \text{s}) = 2\times10^2\ \text{m}$$

El cuerpo se desplazó 0.2 km hacia la derecha, pero no se sabe si pasaba o no por el origen del sistema de referencia cuando se encendió el cronómetro.



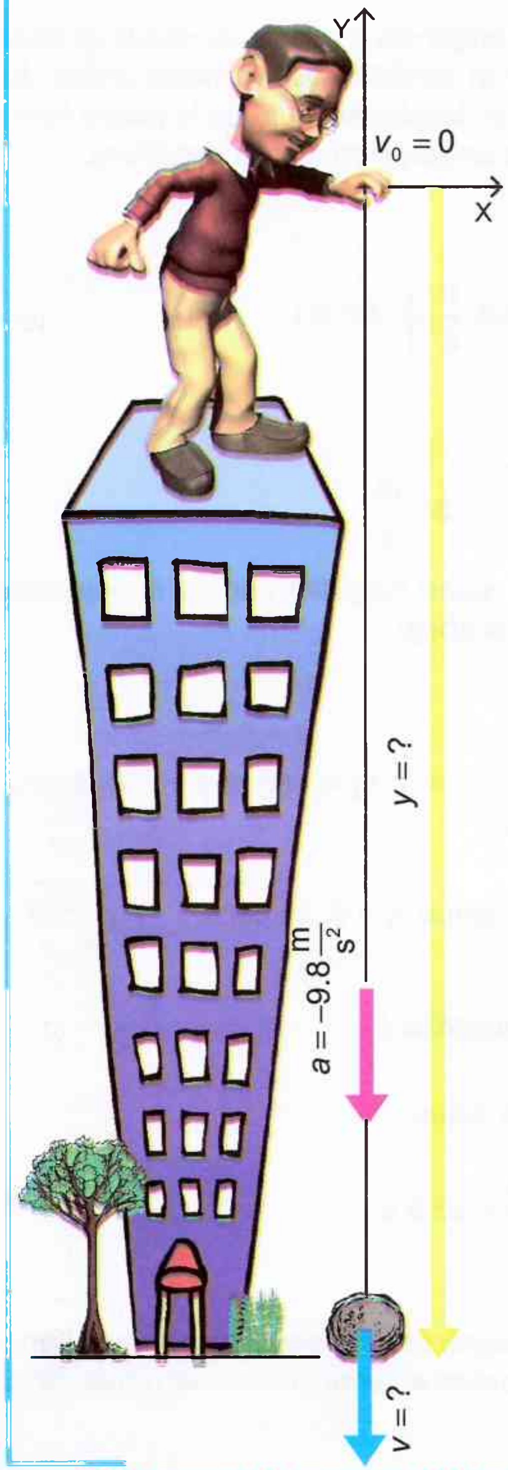
Comprueba este último resultado utilizando la ecuación:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Ejemplo 3.8. Una piedra se deja caer desde la azotea de un edificio y tarda en llegar al suelo 4.0 segundos. Desprecia la resistencia del aire y determina:

a) La altura del edificio.

b) La velocidad con que llega al suelo.



a) Escogemos el origen de coordenada donde se inicia la caída de la piedra y el sentido positivo hacia arriba. El sentido de la aceleración será, por tanto, negativo. Debemos señalar que el sentido positivo también pudo haberse elegido hacia abajo y el origen de coordenada, por ejemplo, en el suelo. Lo esencial es que una vez elegido cierto punto como origen y un sentido como positivo, es necesario tenerlos en cuenta durante todo el proceso de solución del problema y en la interpretación de los resultados.

Puesto que la única fuerza que actúa sobre el cuerpo es la de gravedad, la aceleración es constante y podemos utilizar la ecuación:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Como: $y_0 = 0$ y $v_0 = 0$, tenemos

$$y = \frac{1}{2}at^2$$

$$y = \frac{1}{2}\left(-9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(4\ s)^2 = -78\ m$$

El signo menos de la posición se debe a que tal como se ha escogido el origen de coordenada, el suelo está hacia la parte negativa del eje *y*.

La altura del edificio es precisamente el valor absoluto del resultado anterior.

$$h = 78.4\ m$$

b) La velocidad con que la piedra llega al suelo puede calcularse mediante la ecuación $v = at + v_0$, ya que conocemos: $v_0 = 0$, $t = 4$ s y $a = -9.8$ m/s².

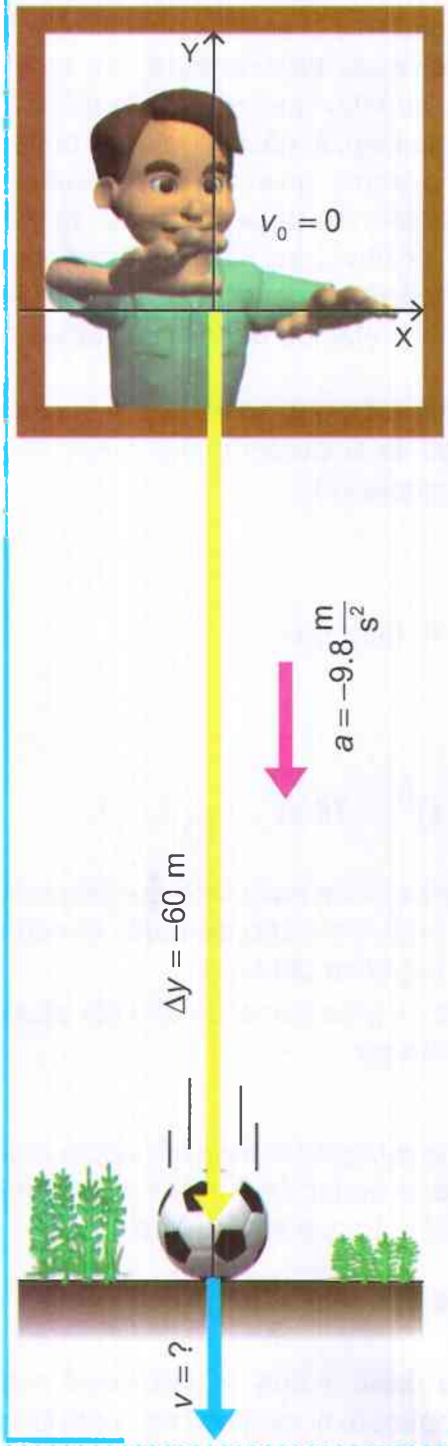
$$v = 0 + \left(-9.8\ \frac{m}{s^2}\right)(4\ s) = -39\ \frac{m}{s}$$

El signo menos se debe a que la velocidad está dirigida en sentido opuesto al elegido como positivo.

Ejemplo 3.9. Un niño deja caer una pelota desde una ventana que está a 60 m de altura sobre el suelo. Desprecia la resistencia del aire y calcula:

a) ¿Con qué velocidad llega al suelo?

b) ¿Qué tiempo demora en caer hasta el suelo?



a) Elegiremos el origen de coordenada donde se inicia el movimiento y el sentido positivo hacia arriba. En ese caso, tanto el desplazamiento de la pelota hasta el suelo como la aceleración, serán negativos.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y$$

$$v^2 = (0)^2 + 2\left(-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(-60\ \text{m})$$

$$v^2 = 1176\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$v = \pm\sqrt{1176\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \pm 34\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Se considera el signo negativo porque la velocidad final apunta hacia abajo.

$$v = -34\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Los datos son: $v_0 = 0$, $\Delta y = -60$ m y $a = -9.8$ m/s^2. La incógnita es t.

$$\Delta y = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$ como $v_0 = 0$, se tiene

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2$$, al despejar t: $$t = \sqrt{\frac{2\Delta y}{a}}$$

Sustituyendo los datos

$$t = \pm\sqrt{\frac{2(-60\ \text{m})}{-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \pm 3.5\ \text{s}$$

Se considera el signo positivo porque un tiempo negativo significaría que es anterior al inicio del movimiento.

$$t = 3.5\ \text{s}$$

Ejemplo 3.10. Un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 25 m/s y regresa a la mano. La resistencia del aire puede despreciarse. Determina: a) la velocidad con que regresa a la mano, b) el tiempo que permaneció en el aire, c) la altura hasta la que se elevó.

Eligiremos el origen de coordenada en la posición que tiene el cuerpo cuando deja la mano y como sentido positivo el de la velocidad inicial, es decir, hacia arriba.

a) Conocemos la velocidad inicial del cuerpo, v_0 = 25 m/s, y que el desplazamiento Δy en el viaje de ida y regreso es cero, ya que el cuerpo vuelve al punto de partida, la mano. Podemos entonces utilizar la tercera ecuación para encontrar la velocidad correspondiente a ese desplazamiento.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y = v_0^2 + 2a(0)$$

O sea: $v^2 = v_0^2$

Extrayendo raíz cuadrada en ambos miebros de la ecuación anterior:

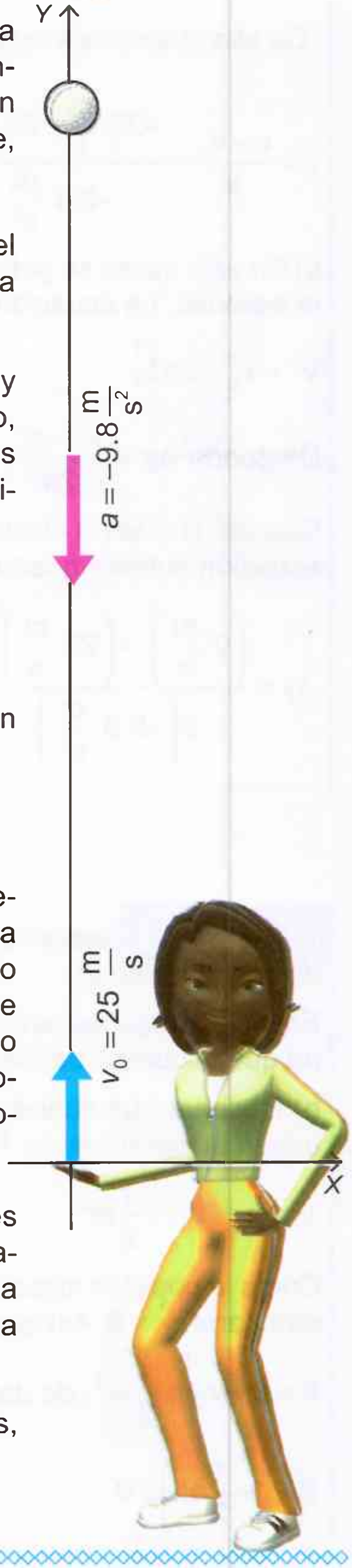
$$v = \pm v_0 = \pm 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Observa que hemos obtenido dos posibles valores de la velocidad, que solo se diferencian en el signo. En efecto, para desplazamiento cero se tienen dos valores de velocidad, uno cuando el cuerpo deja la mano y otro al regresar a ella. De acuerdo con nuestra elección inicial de cuál sería el sentido positivo del movimiento, el valor positivo corresponde a la velocidad del cuerpo cuando deja la mano y el negativo a su velocidad al regresar a ella.

De este modo, al regresar a la mano, la velocidad del cuerpo es igual que al dejarla, solo que, por supuesto, de sentido contrario. Esta conclusión es cierta siempre que no haya resistencia del aire y tiene gran importancia, porque puede ser utilizada durante el análisis de otras situaciones de este tipo.

b) Como nos piden el tiempo y conocemos las velocidades, ahora conviene utilizar la primera de las ecuaciones:

$$v = v_0 + at$$


Y
$a = -9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$v_0 = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
X

De ella obtenemos que $t = \dfrac{v - v_0}{a}$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{-25\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5.1\ \text{s}$$

c) En este inciso se pide la altura que alcanza el cuerpo, es decir, su desplazamiento en el ascenso. La ecuación que conviene utilizar es, pues, la tercera:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y$$

De donde $\Delta y = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$

Cuando el cuerpo alcanza la altura máxima su velocidad v se hace cero. Por tanto, la ecuación anterior queda:

$$\Delta y = \frac{\left(0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\left(-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 32\ \text{m}$$

Veamos ahora otra vía para resolver el mismo problema.

Ejemplo 3.11. Resuelve el problema anterior utilizando otra vía, por ejemplo comenzando con el inciso b).

En efecto, algunos estudiantes pudieran haber pensado en comenzar por hallar el tiempo que el cuerpo estuvo en el aire.

b) Observa que cuando regresa a la mano, su posición y es cero, pues ha llegado al origen de coordenada. Podemos entonces utilizar la primera ecuación:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Como la posición inicial la escogimos en el origen de coordenadas, entonces $y_0 = 0$. Por otra parte, $y = 0$. Así que tenemos:

$0 = 0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2$, de donde:

$$t\left(v_0 + \frac{1}{2}at\right) = 0$$

La ecuación anterior se satisface para $t = 0$ y también para $v_0 + ½at = 0$. Eso significa que hay dos soluciones correspondientes a $y = 0$. Una de ellas, $t = 0$, corresponde al instante en que el cuerpo sale de la mano. La otra, al tiempo transcurrido hasta que nuevamente regresa a ella, que es precisamente la solución que buscamos.

De $v_0 + \frac{1}{2}at = 0$ obtenemos:

$$t = \frac{-2v_0}{a} = \frac{-2\left(25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5.1\ \text{s}$$

Observa que, como era de esperar, el resultado es el mismo que el obtenido por la otra vía.

a) Como conocemos la velocidad inicial, v_0, y acabamos de hallar el tiempo de ida y vuelta, ahora podemos utilizar la primera ecuación para hallar la velocidad al regresar a la mano:

$$v = v_0 + at = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + \left(-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(5.1\ \text{s}) = -25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

que también coincide con el resultado hallado mediante la vía anterior.

c) Para calcular la altura alcanzada por el cuerpo es posible, entre otras variantes, la siguiente:

Primeramente se determina del tiempo de asceso:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2.55\ \text{s}$$

Y luego se utliza la ecuación:

$$\Delta y = \frac{v + v_0}{2}t = \frac{0\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2}(2.55\ \text{s}) = 32\ \text{m}$$

Ejemplo 3.12. Un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 29.4 m/s. Determina la posición y la velocidad del cuerpo para t = 1.0, 3.0, 5.0 y 6.0 s. La resistencia del aire puede despreciarse.

Los datos son v_0, a y t. Para calcular la posición, se utilizará la ecuación $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ y para calcular la velocidad $v = v_0 + at$. Asumiremos el origen de coordenada en el punto en que se inicia el movimiento y el sentido positivo hacia arriba.

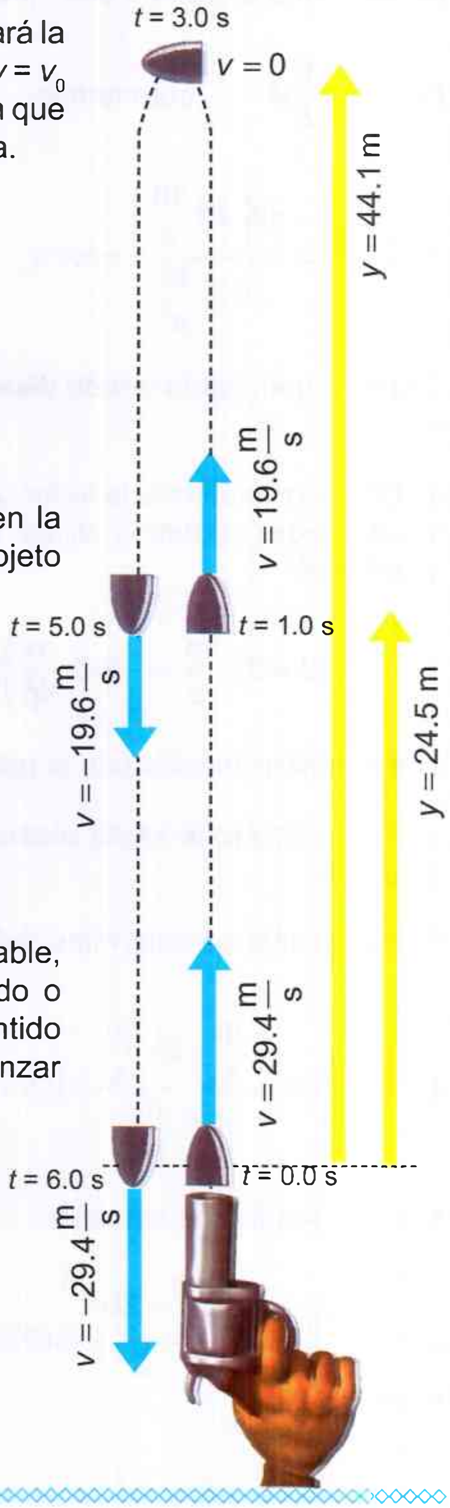
Para t = 1.0 s, tenemos:

$$y = 0\text{ m} + 29.4\frac{\text{m}}{\text{s}}(1.0\text{ s}) + \frac{1}{2}\left(-9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(1.0\text{ s})^2 = 24.5\text{ m}$$

$$v = \left(29.4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) + \left(-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(1.0\text{ s}) = 19.6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

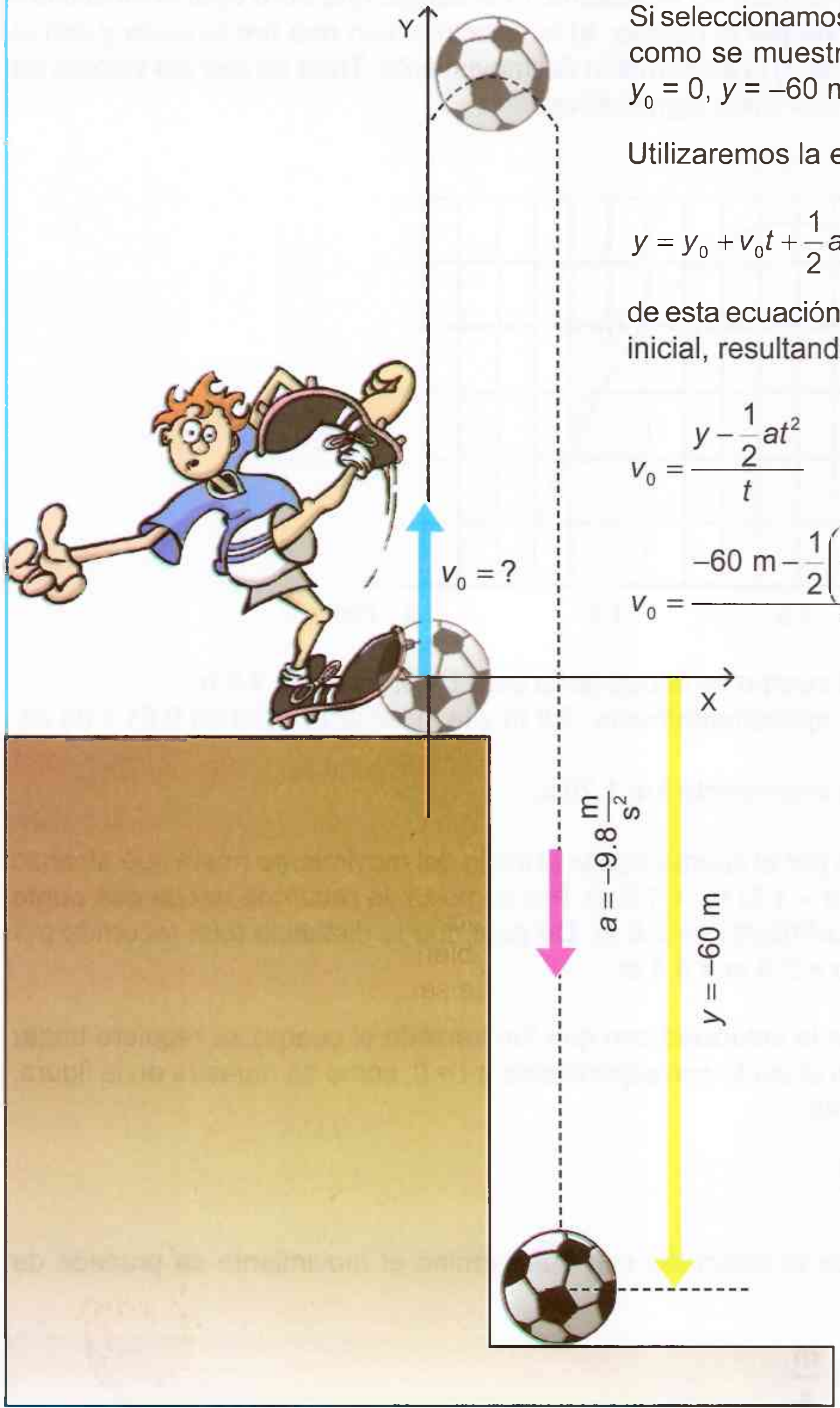
En la tabla se presenta el resto de los resultados y en la figura de la derecha las posiciones y velocidades del objeto para los instantes indicados.

t (s)	y (m)	v (m/s)
0.0	0.00	29
1.0	24.5	20
3.0	44.1	0.0
5.0	24.5	–20
6.0	0.00	–29


t = 3.0 s
v = 0
y = 44.1 m
$v = 19.6\frac{\text{m}}{\text{s}}$
t = 5.0 s
t = 1.0 s
$v = -19.6\frac{\text{m}}{\text{s}}$
y = 24.5 m
$v = 29.4\frac{\text{m}}{\text{s}}$
t = 6.0 s
t = 0.0 s
$v = -29.4\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Observa que cuando la resistencia del aire es despreciable, para una misma posición del cuerpo, ya sea subiendo o bajando, la velocidad tiene el mismo valor, solo que sentido opuesto. Por otra parte, el tiempo de ascenso hasta alcanzar su altura máxima es igual al de descenso.

Ejemplo 3.13. Se patea verticalmente hacia arriba un balón desde una altura de 60 m y se observa que emplea 10 s en llegar al suelo. ¿Con qué velocidad se disparó el balón?



Si seleccionamos el origen de coordenada como se muestra en la figura, entonces $y_0 = 0$, $y = -60$ m, y $a = -9.8$ m/s^2.

Utilizaremos la ecuación:

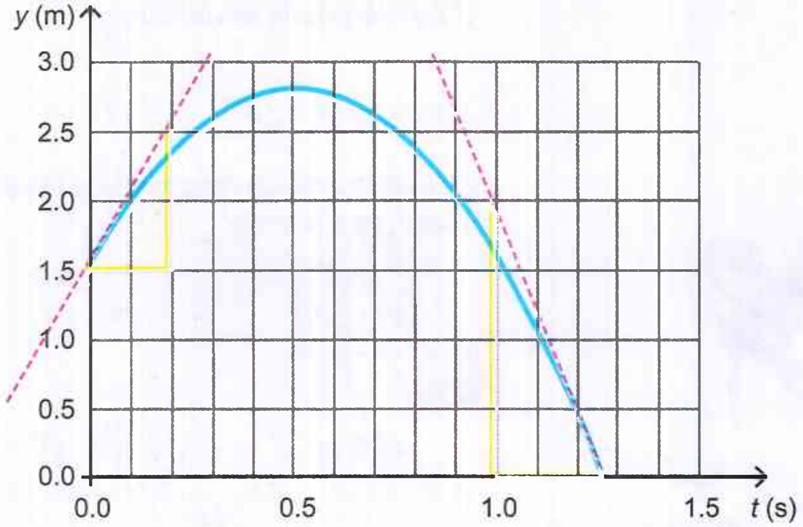
$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

de esta ecuación despejamos la velocidad inicial, resultando:

$$v_0 = \frac{y - \frac{1}{2} a t^2}{t}$$

$$v_0 = \frac{-60\ \text{m} - \frac{1}{2}\left(-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(10\ \text{s})^2}{10\ \text{s}} = 43\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 3.14. La figura muestra el gráfico de $y(t)$ para un cuerpo que se lanzó verticalmente hacia arriba. Determina, aproximadamente: a) su posición inicial, b) la altura máxima y el tiempo que demoró en alcanzarla, c) el tiempo que duró todo el movimiento, d) la distancia recorrida por el cuerpo, e) la velocidad con que fue lanzado y con la que terminó el movimiento, f) la aceleración del movimiento. Trata de leer los valores en el gráfico al menos con dos cifras significativas.



a) La posición inicial del cuerpo es la que tenía para $t = 0$, es decir, 1.5 m.
b) La altura máxima es, aproximadamente, 2.8 m y la alcanzó al cabo de 0.51 s de iniciado el movimiento.
c) El tiempo que duró el movimiento fue 1.26 s.

d) La distancia recorrida por el cuerpo desde el inicio del movimiento hasta que alcanzó su altura máxima es (2.8 – 1.5) m. = 1.3 m. Por su parte, la recorrida desde ese punto hasta que terminó el movimiento es 2.8 m. De aquí que la distancia total recorrida por el cuerpo sea $d = 1.3\text{ m} + 2.8\text{ m} = 4.1\text{ m}$.

e) Para hallar el valor de la velocidad con que fue lanzado el cuerpo se requiere trazar la tangente a la curva en el punto correspondietne a $t = 0$, como se muestra en la figura, y determinar su pendiente.

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{1.0\text{ m}}{0.2\text{ s}} = 5.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para calcular el valor de la velocidad con que terminó el movimiento se procede de modo similar:

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{1.9\text{ m}}{-0.26\text{ s}} = -7.3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Observa que en este caso el valor de la velocidad es negativo.

Ello se debe a que al terminar el movimiento la velocidad tiene sentido opuesto al elegido como positivo.

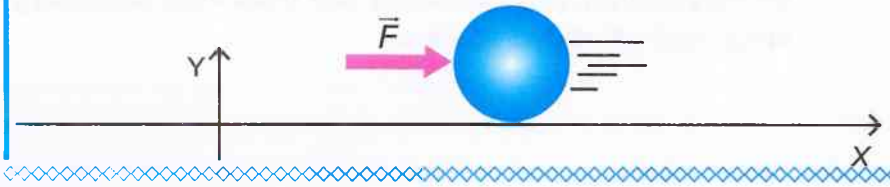
f) La aceleración es $a = \Delta v/\Delta t$. Como el movimiento se realiza con aceleración constante, para hacer el cálculo podemos utilizar los valores correspondientes a cualquier intervalo de tiempo. Utilizaremos los valores correspondientes al inicio y final del movimiento, que ya han sido determinados:

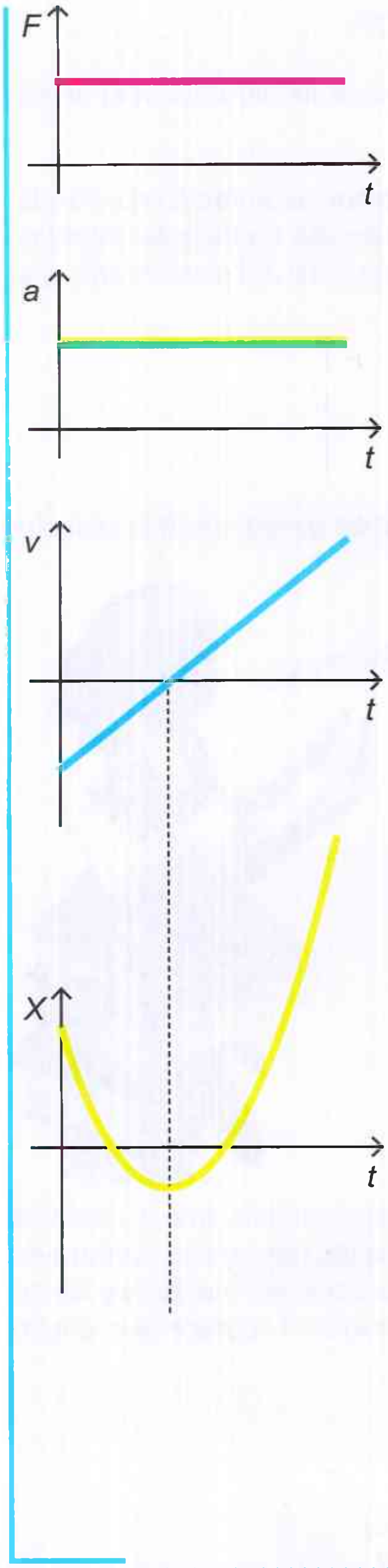
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{-7.3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.26\ \text{s} - 0\ \text{s}} = \frac{-12.3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.26\ \text{s}} = -9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

El valor negativo de la aceleración significa que está dirigida en sentido contrario al elegido como positivo, que es el de la velocidad inicial.

Como tarea adicional, halla nuevamente la aceleración, pero ahora utiliza, por ejemplo, el intervalo desde el inicio del movimiento, hasta que el cuerpo alcanzó la altura máxima.

Ejemplo 3.15. En la figura se muestra un cuerpo sobre un plano horizontal que, cuando se enciende el cronómetro, pasa por cierta posición a la derecha del origen de coordenada moviéndose hacia la izquierda. El cuerpo se encuentra sometido a una fuerza resultante constante dirigida en sentido opuesto a su movimiento, pese a lo cual sobrepasa el origen de coordenadas. Traza los gráficos de $F(t)$, $a(t)$, $v(t)$ y $x(t)$.





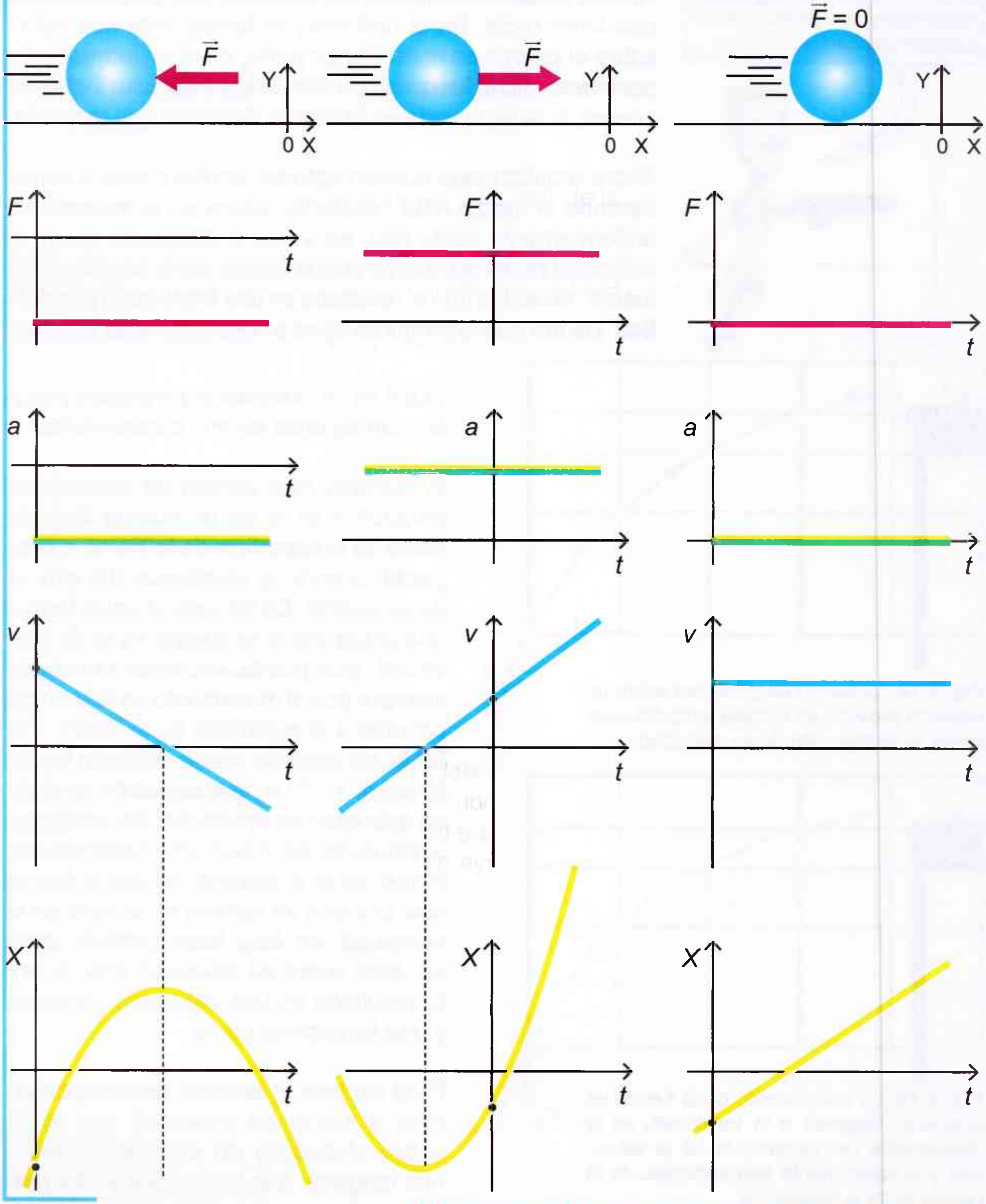
Se considerará el sentido positivo hacia la derecha. El gráfico de *F*(*t*) es una recta horizontal paralela al eje tiempo (fuerza constante) y se traza por encima del eje tiempo porque la fuerza es positiva.

La aceleración siempre tiene la misma dirección y el mismo sentido de la fuerza resultante y además, cuando una es constante, la otra también lo es. Por tanto, el gráfico de *a*(*t*) también es una recta horizontal paralela al eje tiempo y por encima de él.

La pendiente del gráfico de *v*(*t*) representa la aceleración. Por tanto es una recta (aceleración constante), ascendente (aceleración positiva) que en el instante $t = 0$ cruza el eje de la velocidad por debajo del eje tiempo (velocidad inicial negativa, ya que cuando se enciende el cronómetro, el cuerpo se está moviento hacia la izquierda). Observa que al principio la velocidad es negativa y luego positiva; la fuerza primeramente frena el cuerpo y luego hace que aumente su velocidad en sentido contrario.

Cuando la aceleración es constante, el gráfico de *x*(*t*) es una parábola, que se abre hacia arriba si la aceleración es positiva y hacia abajo si es negativa. Por consiguiente, en este caso se abre hacia arriba. La parábola parte de cierto punto por encima del eje tiempo, pues al encender el cronómetro el objeto pasa por cierta posición a la derecha del origen de coordenada. El gráfico tiene que cortar al eje del tiempo, ya que el cuerpo sobrepasa el origen de coordenada. El extremo inferior de la parábola corresponde a la posición en que su velocidad se hace cero. Observa que la tangente a la curva en ese punto es paralela al eje del tiempo y su pendiente es, por tanto, cero. Luego, el gráfico vuelve a cortar el eje del tiempo, lo que significa que el cuerpo pasa nuevamente por el origen de coordenada, pero ahora de regreso. La pendiente del gráfico es negativa en su parte izquierda y positiva en su parte derecha, lo que corresponde a un movimiento, primeramente con velocidad negativa y luego con velocidad positiva.

Ejemplo 3.16. A continuación se presentan otras tres situaciones. Traza los gráficos de $F(t)$, $a(t)$, $v(t)$ y $x(t)$. Asume que el cuerpo pasa el origen de coordenada.



$\vec{F}$
Y
0 X
$\vec{F}$
Y
0 X
$\vec{F} = 0$
Y
0 X
F
t
F
t
F
t
a
t
a
t
a
t
v
t
v
t
v
t
X
t
X
t
X
t

En Mecánica se denomina proyectil no solo a una bala o una bomba, sino en general a cualquier cuerpo que se ha lanzado al aire.

3.2. Movimiento parabólico

Hemos estado estudiando movimientos que se realizan en una línea recta. En el uniforme, la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo es nula. Por su parte, en el uniformemente acelerado, dicha fuerza es constante y la velocidad inicial del cuerpo, si la tiene, está en la misma dirección que la fuerza.

Ahora ampliaremos nuestro estudio, continuaremos considerando la fuerza neta constante, como en el movimiento uniformemente acelerado, pero que a diferencia de él, la velocidad inicial del cuerpo puede formar cierto ángulo con la fuerza. Veremos que el resultado es una trayectoria **parabólica**. De ahí que la pregunta clave a responder esta vez sea:

¿Qué es un movimiento parabólico y cuáles son algunas de sus características?

El ejemplo más común de movimiento parabólico es el de un cuerpo lanzado cerca de la superficie de la Tierra, o **proyectil**, cuando la resistencia del aire es despreciable. En tal caso la única fuerza que actúa sobre el cuerpo es la de gravedad, que puede asumirse constante siempre que el movimiento se mantenga próximo a la superficie de la Tierra. Por tanto, de acuerdo con la segunda ley de Newton, $\vec{a} = \vec{F} / m$, la aceleración también en este caso es constante. Sin embargo, a diferencia del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, en que la fuerza solo provoca un cambio en el valor de la velocidad, en éste hace cambiar tanto su valor como su dirección (Fig. 3.14). El resultado es una velocidad creciente y una trayectoria curva.

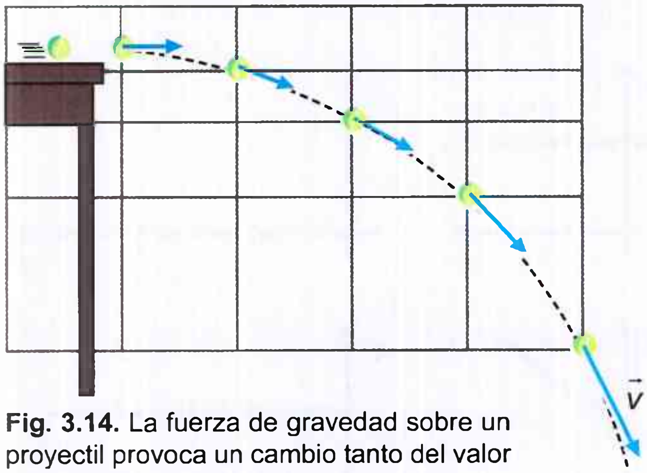


Fig. 3.14. La fuerza de gravedad sobre un proyectil provoca un cambio tanto del valor como de la dirección de su velocidad.

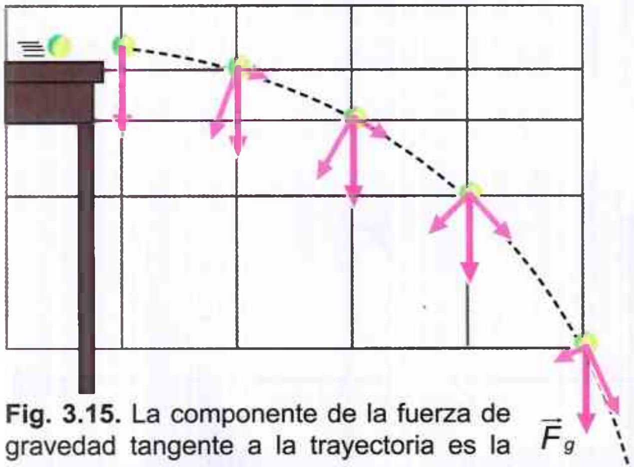


Fig. 3.15. La componente de la fuerza de gravedad tangente a la trayectoria es la responsable del incremento de la velocidad y la componente perpendicular, de la curvatura de la trayectoria.

Para explicar lo anterior descompongamos la fuerza de gravedad que actúa sobre el cuerpo en dos direcciones, una tangente a la trayectoria y otra perpendicular a ella (Fig. 3.15). La componente tangente a la trayectoria es la responsable del incremento de la velocidad, mientras que la componente perpendicular es la que produce la curvatura de la trayectoria. La aceleración, como la fuerza, es constante y dirigida hacia abajo, pero también como la fuerza, tiene dos componentes, una tangente a la trayectoria, debida a la variación del valor de la velocidad y otra perpendicular a ella, originada por el cambio en la dirección de la velocidad.

Acabamos de apoyarnos en la segunda ley de Newton para explicar las variaciones en el valor y la dirección de la velocidad en el movimiento de un proyectil. También utilizaremos dicha ley para hallar la ecuación de la trayectoria y mostrar así que, en efecto, se trata de una parábola. El problema de encontrar la trayectoria que seguirá un cuerpo a partir de su posición y velocidad iniciales ($\vec{r}_0$ y $\vec{v}_0$) y de las fuerzas que actúan sobre él, es uno de los problemas fundamentales de la **Dinámica del Movimiento**. Lo resolveremos en este caso relativamente simple.

La figura 3.16 muestra las posiciones de dos cuerpos registradas a iguales intervalos de tiempo. Uno de ellos se lanzó horizontalmente y el otro se dejó caer simultáneamente. También se han trazado varios vectores posición para el cuerpo lanzado horizontalmente. Observa que **la proyección de la punta del vector posición** sobre el eje *Y* se mueve del mismo modo que el cuerpo que se dejó caer. Por su parte, su proyección sobre el eje *X* realiza iguales desplazamientos en iguales intervalos de tiempo, lo que corresponde a un movimiento uniforme.

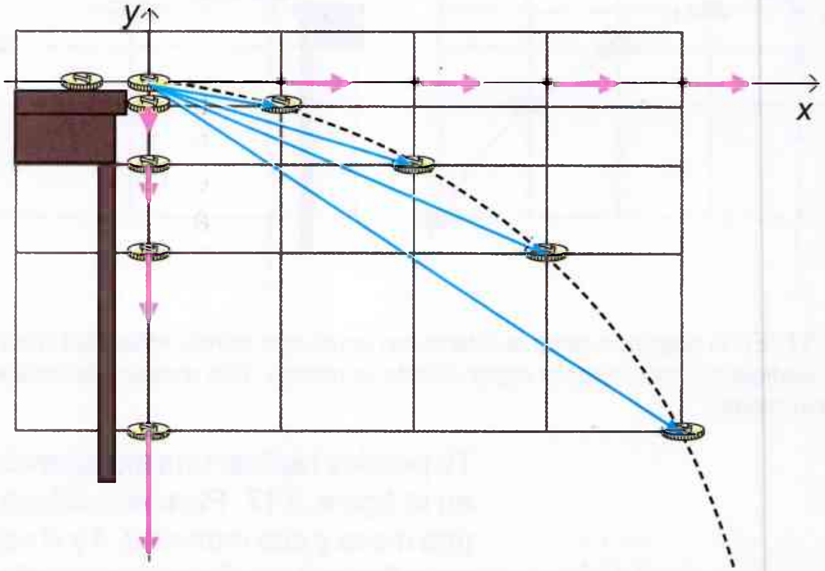


Fig. 3.16. El movimiento de un cuerpo que se ha lanzado en el aire puede ser interpretado como una combinación de dos movimientos rectilíneos en las direcciones vertical y horizontal.

De este modo, el movimiento de un proyectil puede ser interpretado como una combinación de dos movimientos ya estudiados, uno **vertical con aceleración constante** (MRUA) y otro **horizontal con velocidad constante** (MRU).

Es posible explicar lo anterior utilizando la segunda ley de Newton. Así, si la resistencia del aire no se tiene en cuenta, entonces la única fuerza que actúa sobre el proyectil es la de gravedad, que como sabes, tiene dirección vertical y es constante. En consecuencia, de acuerdo con la segunda ley de Newton, la componente del movimiento en la dirección vertical debe corresponder a un movimiento con aceleración constante. En lo que respecta a la dirección horizontal, como no hay componente de la fuerza en esa dirección, el movimiento debe corresponder a uno con velocidad constante.

Las componentes del movimiento en las direcciones vertical y horizontal son **independientes entre sí**. La fuerza de gravedad no afecta a la componente horizontal de la velocidad, que permanece la misma desde el inicio hasta el final del movimiento (Fig. 3.16). Por otra parte, el valor de la velocidad horizontal con que es lanzado el cuerpo no influye en la componente vertical del movimiento (Fig. 3.17).

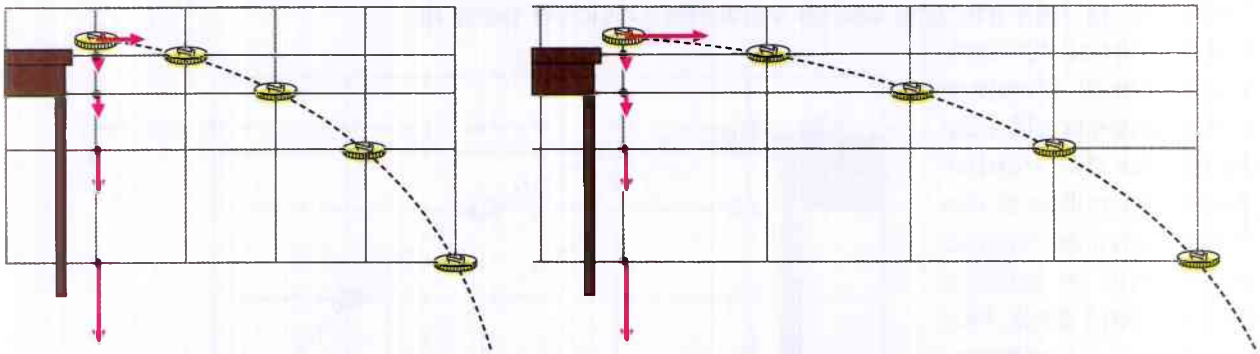


Fig. 3.17. En el segundo caso el cuerpo se lanzó con mayor velocidad horizontal, sin embargo, la componente vertical del movimiento sigue siendo la misma. Ello muestra la independencia de las componentes del movimiento.

Tú puedes realizar una experiencia similar a la representada en la figura 3.17. Para ello coloca una regla (o un lápiz) en una mesa y dos monedas *A* y *B* sobre ella, como se muestra en la figura 3.18. Presiona la regla con un dedo por el punto *P*, de manera que pueda girar alrededor de ese punto. Da un golpe rápido en el extremo libre de la regla, como indica la figura. Observa la trayectoria de ambas monedas. El sonido que producen al chocar con el suelo indica si llegan al mismo tiempo o no. Repite el experimento dando un golpe más fuerte a la regla para que *B* adquiera una mayor velocidad inicial. ¿Qué conclusiones puedes extraer de esta experiencia?

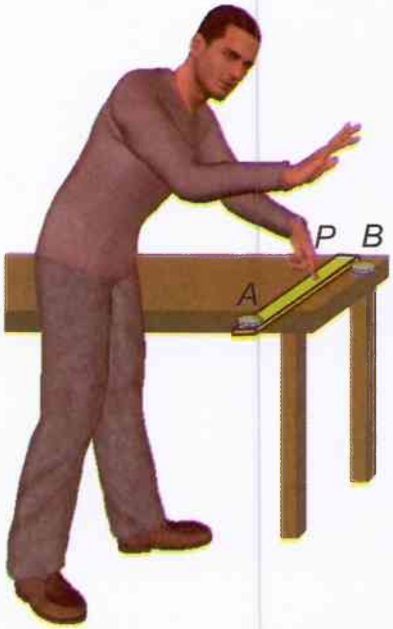


Fig. 3.18. Se deja caer una moneda al mismo tiempo que otra es lanzada horizontalmente.

¿Y qué sucede si el cuerpo no es lanzado horizontalmente, sino formando cierto ángulo con la dirección horizontal (Fig. 3.19)?

Pues nuevamente debemos considerar que las componentes del movimiento en las direcciones vertical y horizontal son independientes y utilizar la segunda ley de Newton. Sin embargo, ahora habrá que tener en cuenta que la velocidad inicial tiene dos componentes, una horizontal y otra vertical. La componente horizontal permance constante durante todo el movimiento, ya que no hay componente de la fuerza de gravedad en esa dirección. Pero la componente vertical de la velocidad sí varía, porque la fuerza de gravedad tiene precisamente esa dirección.

Si el ángulo formado entre la velocidad inicial y la horizontal es θ, entonces las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial son, respectivamente:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta$$

$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta$$

Puesto que la componente horizontal del movimiento corresponde a un movimiento con velocidad constante, su ecuación es:

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

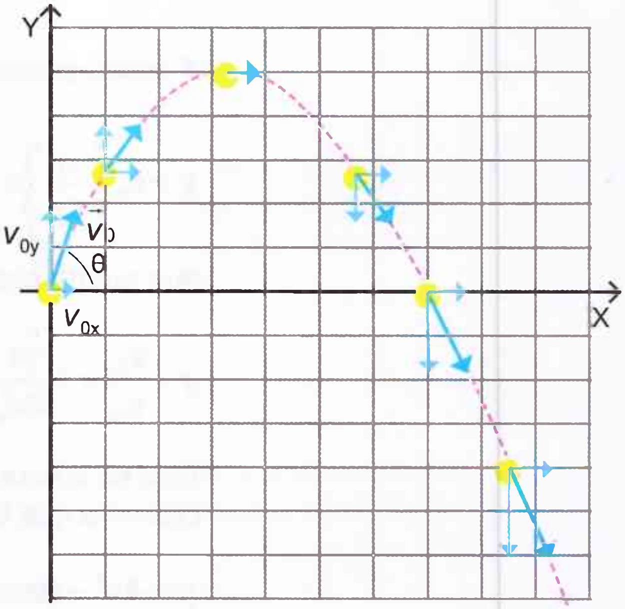


Fig. 3.19. Cuerpo que se ha lanzado formando cierto ángulo con la horizontal. La velocidad inicial tiene dos componentes. Su componente horizontal permance constante durante todo el movimiento y la vertical varía como en el cuerpo lanzado verticalmente.

Por su parte, ya que la componente vertical corresponde a un movimiento con aceleración constante, la ecuación es:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

Si seleccionamos el origen de coordenadas donde comienza el movimiento, entonces x_0 y y_0 son cero y las ecuaciones quedan:

$$x = v_{0x}t$$

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

Ahora, como habíamos dicho, demostraremos que la trayectoria que sigue un proyectil es una parábola. Determinar su trayectoria significa hallar la ecuación que relaciona *y* con *x*. Esto podemos lograrlo utilizando las ecuaciones anteriores. Así, despejando *t* en la primera, tenemos:

$$t = \frac{x}{v_{0x}}$$

Y sustituyendo este resultado en la segunda:

$$y = v_{0y}\left(\frac{x}{v_{0x}}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2$$

que puede escribirse:

$$y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x + \frac{a}{2v_{0x}^2}x^2$$

Ésta es la ecuación de la trayectoria seguida por el proyectil. Observa que tiene la forma:

$$y = Ax^2 + Bx + C$$

donde $A = \frac{a}{2v_{0x}^2}$, $B = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}$, $C = 0$ son constantes.

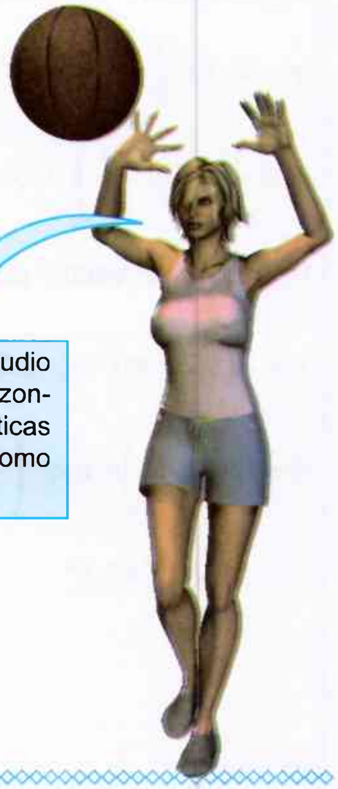
Como puedes ver, las constantes dependen solo de la aceleración y las condiciones iniciales del lanzamento. En el caso que estamos analizando $C = 0$, porque el origen de coordenadas se tomó donde se inicia el movimiento, pero de no ser así, $C = y_0$.

La ecuación anterior es la ecuación general de una parábola. De ahí la conclusión de que si la resistencia del aire es despreciable, la trayectoria de los proyectiles es parabólica. Las características específicas de la parábola dependen de las condiciones iniciales del lanzamiento, en particular de la dirección y el valor de la velocidad inicial.

Por ejemplo, si el cuerpo se lanza con una velocidad que forma un ángulo de 0° con al horizontal, entonces $v_{0y} = 0$, con lo cual $B = 0$ y la ecuación queda:

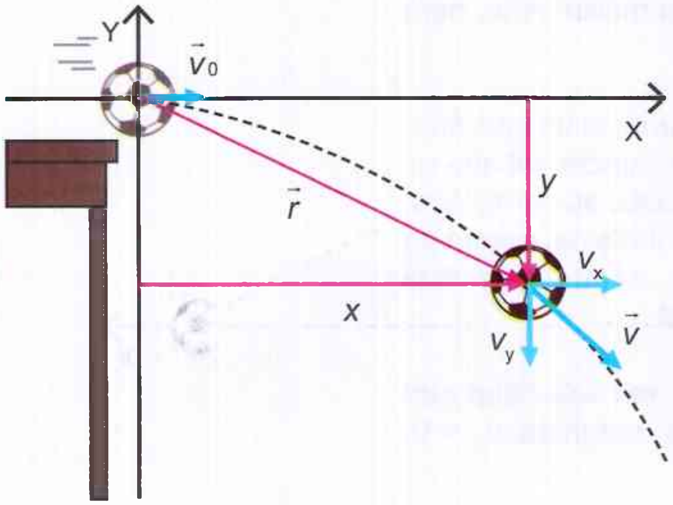
$$y = \frac{a}{2v_{0x}^2}x^2 \text{ , es decir tiene la forma: } y = Ax^2$$

Ésa es la ecuación de una parábola como las de la figura 3.17, con su vértice en el origen de coordenadas.



El movimiento parabólico para su estudio se simplifica en una componente horizontal y otra vertical, indica las características de estos movimientos resultantes, así como sus ecuaciones.

Ejemplo 3.17. Se lanza horizontalmente una pelota con una velocidad inicial de magnitud 5.0 m/s. Halla su posición y velocidad después de 0.25 s.



Coordenada horizontal.

$$x = v_{0x}t = \left(5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(0.25\ \text{s}) = 1.25\ \text{m}$$

Coordenada vertical.

$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2$$

$$y = \frac{1}{2}\left(-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.25\ \text{s})^2 = -0.30\ \text{m}$$

Por tanto, el vector posición es:

$$r = \sqrt{(1.25\ \text{m})^2 + (-0.30\ \text{m})^2} = 1.29\ \text{m}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-0.30\ \text{m}}{1.25\ \text{m}}\right) = -13.5^\circ$$

$$\vec{r} = 1.3\ \text{m}\ \underline{|346.5^\circ}$$

Componente horizontal de la velocidad. Es la misma durante todo el recorrido del cuerpo.

$$v_x = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

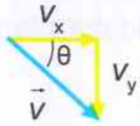
Componente vertical de la velocidad.

$$v_y = v_{0y} + at$$

$$v_y = 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + \left(-9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.25\ \text{s})$$

$$v_y = -2.45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La magnitud del vector velocidad resultante se obtiene utilizando el teorema de Pitágoras.



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(-2.45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$v = 5.6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

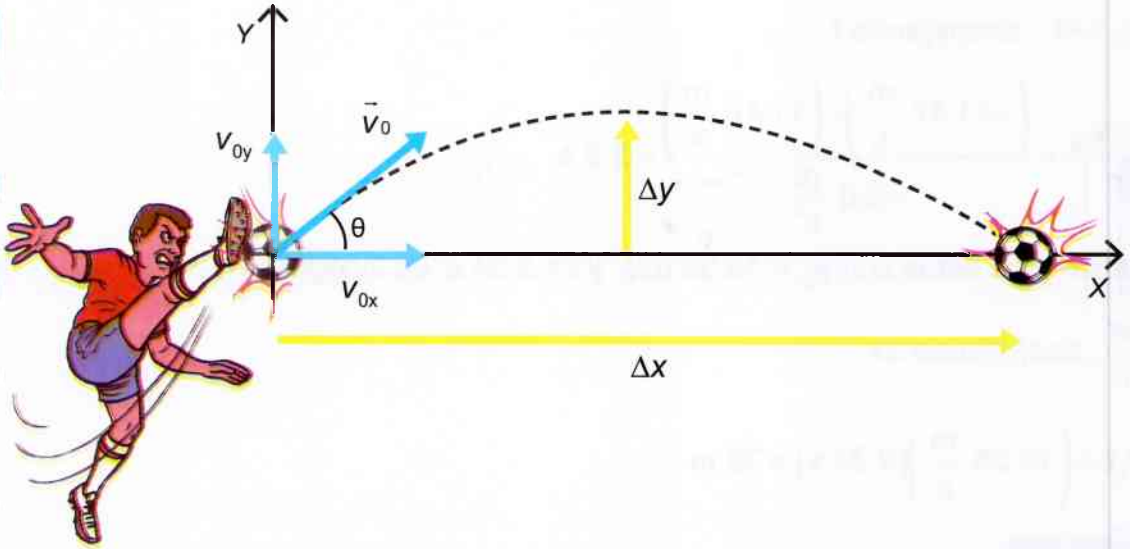
La dirección de la velocidad puede indicarse dando el ángulo que forma con el eje X:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-2.45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) = -26.1^\circ$$

Por lo tanto, el vector velocidad final será:

$$\vec{v} = 5.6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \underline{|334^\circ}$$

Ejemplo 3.18. Un balón de fútbol que descansa sobre el suelo es pateado imprimiéndole una velocidad inicial de 20 m/s en una dirección que forma un ángulo de 35º con la horizontal. (a) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el balón respecto a su punto de partida? (b) ¿Cuál es su alcance?



Comenzaremos por determinar los valores de v_{0x} y v_{0y}

Componente horizontal:

$\cos\theta = \frac{v_{0x}}{v_0}$, despejando v_{0x}

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta$$

$$v_{0x} = \left(20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\cos 35^\circ = 16.4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Componente vertical:

$\text{sen}\ \theta = \frac{v_{0y}}{v_0}$, despejando v_{0y}

$$v_{0y} = v_0\ \text{sen}\ \theta$$

$$v_{0y} = \left(20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\text{sen}\ 35^\circ = 11.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

a) Para calcular la altura máxima tendremos en cuenta que v_{0y} = 11.5 m/s, v_y = 0 m/s (la altura máxima se alcanza cuando v_y = 0) y a = –9.8 m/s^2. La incógnita es Δy

$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a\Delta y$, despejando Δy

$$\Delta y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a}$$

$$\Delta y = \frac{\left(0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(11.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\left(-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 6.7\ \text{m}$$

b) Para determinar el alcance del balón, primeramente obtendremos el tiempo que demora en llegar al mismo nivel del punto de partida. Ello requiere tener en cuenta la componente vertical del movimiento: v_{0y} = 11.47 m/s, v_y = –11.47 m/s (a un mismo nivel, las componentes verticales de la velocidad son iguales, pero de sentido opuesto) y a = –9.8 m/s². La incógnita es t

$v_y = v_{0y} + at$, despejando t

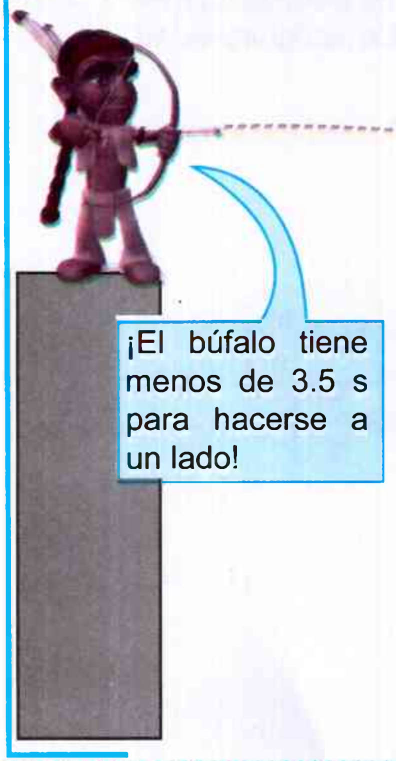
$$t=\frac{v_y - v_{0y}}{a}=\frac{\left(-11.47\ \frac{m}{s}\right)-\left(11.47\ \frac{m}{s}\right)}{-9.8\ \frac{m}{s^2}}=2.3\ s$$

(b) Alcance: Los datos son v_{0x} = 16.38 m/s y t = 2.34 s. La incógnita es Δx.

$v_x = \frac{\Delta x}{t}$, despejando Δx

$$\Delta x = v_x t = \left(16.38\ \frac{m}{s}\right)(2.34\ s) = 38\ m$$

Ejemplo 3.19. Se lanza horizontalmente una flecha desde una altura de 60 m a un búfalo situado a 100 m de la base de la columna. Calcular: (a) el tiempo que tarda en llegar al suelo y (b) la velocidad con que fue lanzada.


¡El búfalo tiene menos de 3.5 s para hacerse a un lado!

Para calcular el tiempo que tarda en dar en el blanco tenemos los datos: y_0 = 0, y = –60 m, v_{0y} = 0 y a = –9.8 m/s², por lo que utilizaremos la ecuación:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2$$

$$t = \pm\sqrt{\frac{2y}{a}} = \pm\sqrt{\frac{2(-60\ m)}{-9.8\ \frac{m}{s^2}}} = \pm 3.5\ s$$

La flecha se lanzó horizontalmente y la componente horizontal de la velocidad se mantiene constante, por lo que:

$$v_x = \frac{\Delta x}{t}$$

$$v_x = \frac{100\ m}{3.5\ s} = 29\ \frac{m}{s}$$

$$\vec{v}_0 = 29\ \frac{m}{s}\ \underline{|0^\circ}$$

Ejemplo 3.20. Una pelota es bateada con una velocidad de 25 m/s. Si es capturada a 60 m del home, ¿con qué ángulo salió?

Elegimos el origen de coordenadas en la posición de la pelota cuando es bateada.

El ángulo con que sale la pelota y las componentes vertical y horizontal de su velocidad inicial están relacionados por las ecuaciones:

$v_{0x} = v_0 \cos\theta$ y $v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta$

Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones básicas de las componentes horizontal y vertical del movimiento:

$$x = (v_0 \cos\theta)t$$

$$y = (v_0 \operatorname{sen}\theta)t + \frac{1}{2}at^2$$

Cuando la pelota es capturada su coordenada vertical es $y = 0$:

$$0 = t\left[(v_0 \operatorname{sen}\theta) + \frac{1}{2}at\right]$$

La ecuación anterior es de segundo grado y tiene dos soluciones:

$$t = \frac{-2v_0 \operatorname{sen}\theta}{a}\ ,\quad t = 0$$

La solución que interesa es, por supuesto, la primera. Sustituyéndola en la ecuación de la coordenada vertical:

$$x = (v_0 \cos\theta)\frac{-2v_0 \operatorname{sen}\theta}{a}$$

$$-\frac{xa}{v_0^2} = 2\operatorname{sen}\theta\cos\theta$$

y ya que sen 2θ = 2 sen θ cos θ, se tiene:

$$\operatorname{sen}2\theta = -\frac{xa}{v_0^2}$$

$$\operatorname{sen}2\theta = -\frac{(60\text{ m})\left(-9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}{\left(25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$\operatorname{sen}2\theta = 0.94$$

Esta ecuación tiene dos raíces, la segunda raíz se obtiene con la identidad

$\operatorname{sen}\,2\theta = \operatorname{sen}\,(180 - 2\theta)$, así:

$\operatorname{sen}\,2\theta = 0.94$ $\quad$ $\operatorname{sen}\,(180 - 2\theta) = 0.94$

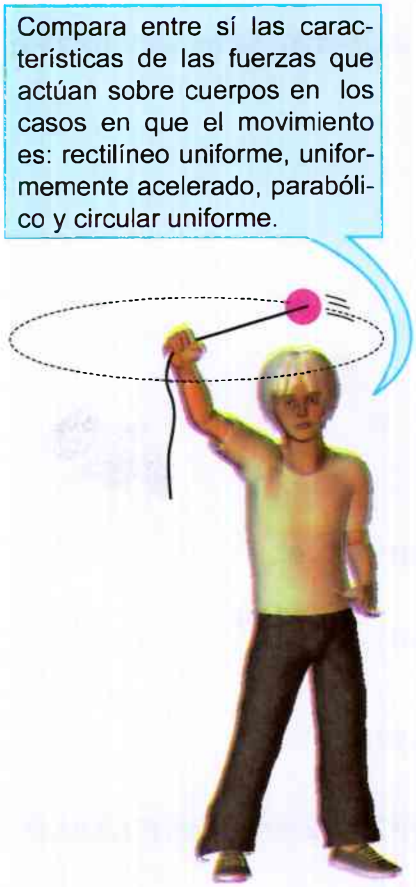
$\theta = 35^\circ$ $\quad$ $\theta = 55^\circ$

Nótese que ambos ángulos suman 90°

3.3. Movimiento circular uniforme (MCU)

Ya sabemos que para que un cuerpo modifique el valor de su velocidad debe haber una fuerza en dirección de ésta y que para que describa una curva, ha de actuar una fuerza perpendicular a la velocidad. El movimiento parabólico estudiado en el apartado anterior es un ejemplo de ésto. En ese caso el valor de la componente de la fuerza perpendicular a la velocidad cambia de un punto a otro y, en consecuencia, la curvatura de la trayectoria también. Sin embargo, si en un movimiento el valor de dicha fuerza se mantuviera constante (Fig. 3.20), entonces la trayectoria siempre se curvaría del mismo modo, dando por resultado un **movimiento circular**. Si además de eso no existe componente de la fuerza en la dirección de la velocidad, es decir, tangente a la trayectoria, **el valor de la velocidad permanece constante**. Ese es precisamente el caso del **movimiento circular uniforme**.

Así, el hecho de que la trayectoria de un movimiento sea circular se debe a que existe una fuerza neta, o componente de ella, perpendicular a la trayectoria y de valor constante, y el hecho de que sea uniforme, a que no existe fuerza, o componente de ella, en la dirección de la velocidad.


Compara entre sí las características de las fuerzas que actúan sobre cuerpos en los casos en que el movimiento es: rectilíneo uniforme, uniformemente acelerado, parabólico y circular uniforme.

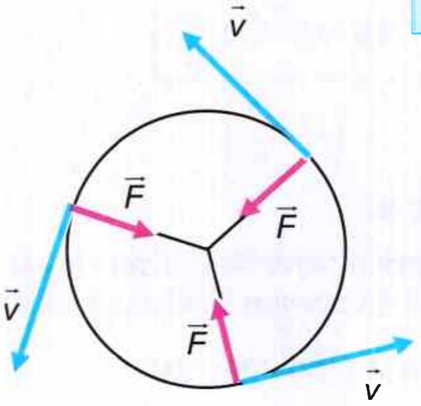
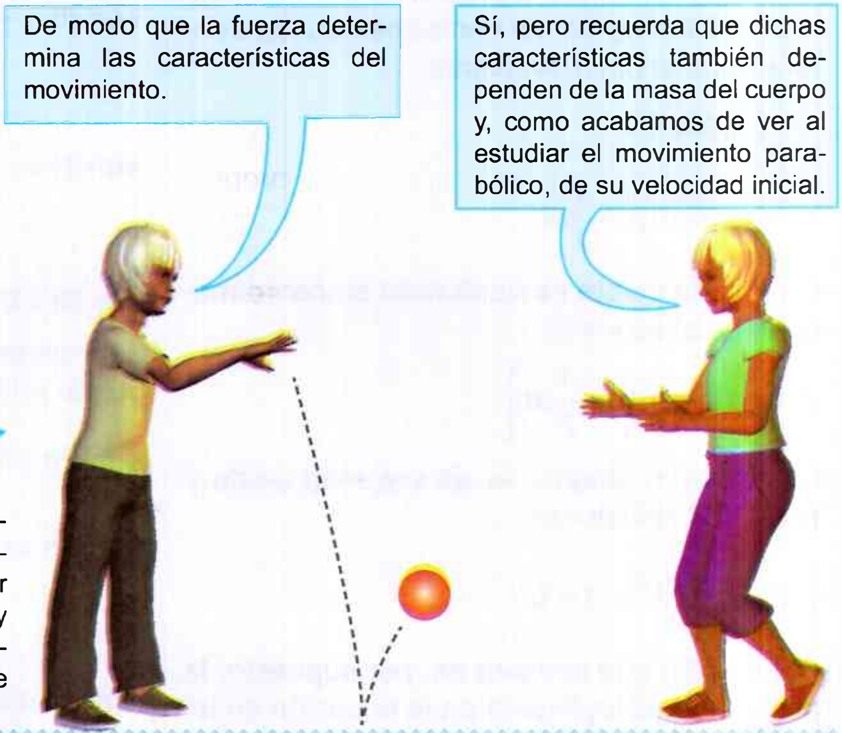

$\vec{v}$
$\vec{F}$
$\vec{F}$
$\vec{v}$
$\vec{F}$
$\vec{v}$

Fig. 3.20. En un movimiento circular uniforme hay una fuerza perpendicular a la velocidad de valor constante. Por otra parte, no hay fuerza en la dirección de la velocidad, por lo que su valor permance siempre el mismo.


De modo que la fuerza determina las características del movimiento.
Sí, pero recuerda que dichas características también dependen de la masa del cuerpo y, como acabamos de ver al estudiar el movimiento parabólico, de su velocidad inicial.

El movimiento de la Luna alrededor de la Tierra y el de ésta y otros planetas en torno al Sol, es aproximadamente circular y uniforme. En estos casos la fuerza es la de gravitación. Algunos satélites artificiales de la Tierra también tienen órbitas aproximadamente circulares. Como ya sabes, la trayectoria seguida por un cuerpo depende de la fuerza ejercida sobre él y de su velocidad inicial. Es difícil imprimir a un satélite la velocidad precisa (valor y dirección) para que su órbita sea circular. Resulta sorprendente que ya Newton previera la trayectoria que seguiría un cuerpo al lanzarlo desde una elevación de la Tierra con diferentes velocidades iniciales (Fig. 3.21). En nuestro entorno también tienen lugar movimientos que son aproximadamente circulares y uniformes.

Piensa en el mundo que te rodea y trata de encontrar ejemplos de movimento circular uniforme.

La pregunta clave que abordaremos esta vez será:

¿Qué magnitudes caracterizan el movimiento circular uniforme?

3.3.1. Período y frecuencia.

Una característica que sobresale en el movimiento circular uniforme es su **repetición**. El cuerpo o punto que describe el movimiento siempre vuelve a tener la misma posición y la misma velocidad (magnitud, dirección y sentido) al cabo de determinado intervalo de tiempo. Ésta no es una característica exclusiva del movimiento circular uniforme, es propia de otros muchos fenómenos.

Un **fenómeno periódico** es aquel que se repite cada determinado intervalo de tiempo. Y el intevalo de tiempo, al cabo del cual se repite se denomina **período** (T).

De este modo, el movimiento circular uniforme es **periódico** y el tiempo que el cuerpo o punto demora en dar una vuelta o revolución completa es el **período del movimiento**. Nota que los movimientos que habíamos estudiado hasta ahora no eran periódicos.

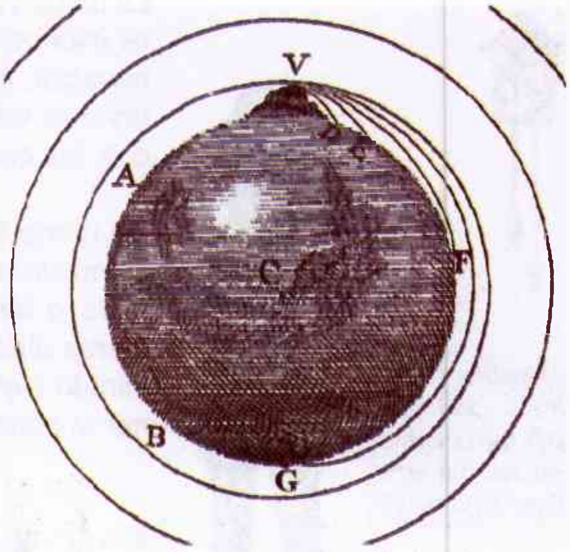


Fig. 3.21. Dibujo de la obra de Newton que muestra las trayectorias que seguiría un cuerpo al lanzarlo desde una alta montaña con diferentes velocidades.

Menciona ejemplos de otros fenómenos periódicos, además del movimiento circular uniforme.

Muchas veces el período puede medirse directamente, pero en ocasiones resulta más preciso medir el tiempo correspondiente a determinado número de vueltas o **revoluciones**. En tal caso, el período se calcula mediante la ecuación:

$$T=\frac{t}{n}$$

De ahí que la unidad básica del período en el **SI**, siendo en realidad el segundo, en ocasiones se exprese como s/rev.

Una magnitud estrechamente relacionada con el período es la **frecuencia** (f). Se denomina así a la rapidez con que se repite el fenómeno periódico, en nuestro caso, a la rapidez con que el cuerpo o el punto realiza las revoluciones completas.

Por consiguiente, si el cuerpo realiza n revoluciones o vueltas en el tiempo t, entonces la frecuencia se calcula del siguiente modo:

$$f=\frac{n}{t}$$

La unidad básica de frecuencia en el **SI** es 1/s, que también se escribe s^{-1}. Sin embargo, dicha unidad recibe un nombre especial, *hertz* (Hz), en honor a Heinrich Hertz, quien por primera vez generó e investigó las ondas electromagnéticas, las cuales constituyen un fenómeno periódico.

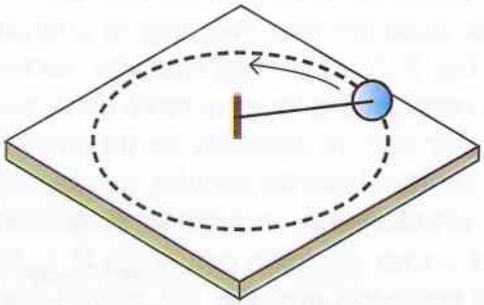
¿Cuáles son los períodos del movimiento de las manecillas de un reloj?

De modo similar que el período en ocasiones se expresa como s/rev, la frecuencia también a veces se expresa como rev/s, o abreviadamente rps. Otra de las unidades comúnmente utilizada para la frecuencia son las revoluciones por minuto (rev/min ó rpm). De las expresiones para determinar el periodo y la frecuencia,

$$T=\frac{t}{n} \quad \text{y} \quad f=\frac{n}{t}\left\{\begin{matrix}\text{se ve que una puede}\\ \text{calcularse como el}\\ \text{recíproco de la otra:}\end{matrix}\right\}T=\frac{1}{f} \quad \text{ó} \quad f=\frac{1}{T}$$

Esto significa que si se conoce una de estas magnitudes, también se conoce la otra.

Ejemplo 3.21. Una partícula al moverse en una circunferencia tarda 20 segundos en dar 4 revoluciones completas. Determine: (a) el período y (b) la frecuencia del movimiento.



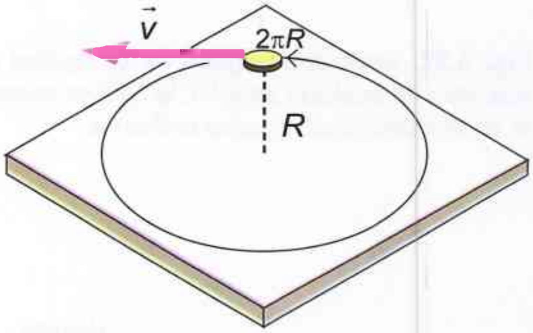
(a) El período es $T = \frac{t}{n} = \frac{20\ \text{s}}{4\ \text{rev}} = 5.0 \frac{\text{s}}{\text{rev}} = 5.0\ \text{s}$

lo que significa que la partícula tarda 5 s en dar una vuelta.

(b) La frecuencia es $f = \frac{n}{t} = \frac{4\ \text{rev}}{20\ \text{s}} = 0.20\ \text{Hz}$

que también puede expresarse como 0.20 rev/s, lo que significa que la partícula realiza 0.20 de una revolución o vuelta (72°) en 1 s.

3.3.2. Velocidad lineal.



Como ya sabes, en el movimiento circular uniforme el vector velocidad varía continuamente, pero su valor no, es decir la celeridad o rapidez del movimiento, es constante. Por eso, para calcularla simplemente utilizamos la conocida ecuación:

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

donde Δd es la distancia, o longitud del camino recorrido, medida sobre la trayectoria, en este caso la circunferencia, y Δt el tiempo que demora en recorrer dicha distancia.

Como en el intervalo de tiempo de un período la distancia recorrida es $2\pi R$, se tiene:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

La expresión anterior también se puede expresar en términos de la frecuencia del movimiento, pues $1/T = f$:

$$v = 2\pi R f$$

Al estudiar los movimientos curvilíneos, en particular los circulares, la velocidad suele denominarse **velocidad lineal**, para distinguirla de la **velocidad angular**, otra magnitud también frecuentemente utilizada al caracterizar dichos movimientos.

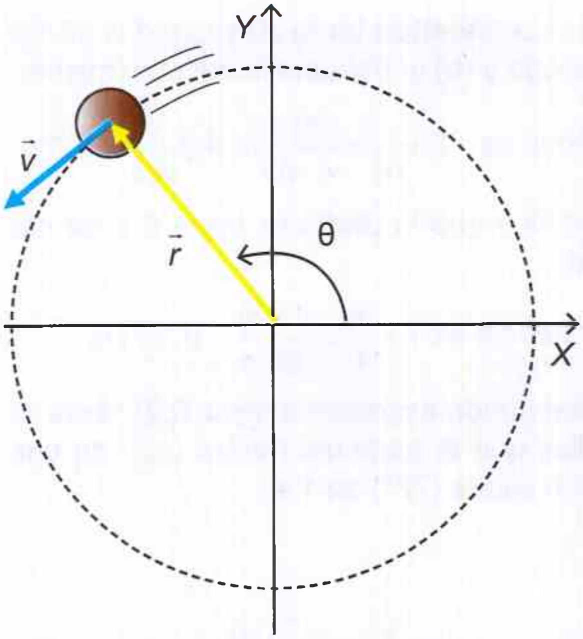


Fig. 3.22. Velocidad angular es la rapidez con que varía la posición angular, la cual es constante en el movimiento circular uniforme.

3.3.3. Velocidad angular.

Observa que si elegimos como origen de coordenadas el centro de la circunferencia, entonces el vector posición rota mientras el cuerpo se mueve (Fig 3.22). La magnitud del vector posición es constante e igual al radio de la circuferencia. Por eso, la posición de un cuerpo que realiza un movimiento circular es posible describirla, simplemente indicando el ángulo que forma el vector posición con el eje *X*. Este ángulo es la **posición angular** del cuerpo que se mueve en la circunferencia.

Por su parte, la rapidez del movimiento puede ser descrita no solo mediante la celeridad, sino también dando la rapidez con que varía la posición angular. Esta magnitud se denomina **velocidad angular** y se representa con la letra griega omega (ω):

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

donde,

$\Delta\theta = \theta(t_2) - \theta(t_1)$ es la variación de la posición angular.

Observa que la definición de velocidad angular es similar a la de velocidad con que venimos trabajando desde el capítulo 2, solo que aquí se trata de un desplazamiento angular, $\Delta\theta$, en lugar del desplazamiento $\Delta\vec{r}$, o sus componentes Δx o Δy, con los que hemos trabajado hasta ahora.

Si iniciamos la medida del tiempo en el momento en que el vector posición pasa por el eje *X*, es decir, cuando forma 0° con él, entonces la velocidad angular puede escribirse:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Medidas Angulares. Los ángulos se pueden medir en **grados** y también en **radianes**. Las ecuaciones del movimiento se simplifican mucho cuando se expresan en esta segunda unidad.

Un radián es el ángulo central de una circunferencia, correspondiente a un arco cuya longitud es igual al radio (Fig. 3.23a). Puesto que el radio está contenido 2π veces en la circunferencia (2π = 6.28...), habrá 2π, o sea, 6.28... radianes en una vuelta completa, es decir, en 360°. Por tanto,

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

En general (Fig. 3.23b), si θ representa un ángulo correspondiente a un arco de longitud S sobre la circunferencia de radio R, el ángulo θ expresado en radián es:

$$\theta = \frac{S}{R}, \qquad S = R\theta$$

Como el ángulo expresado en radianes se define a partir de la razón de dos longitudes, es un número abstracto. Así, si $S = 1.5$ m y $R = 1$ m, el ángulo es $\theta = 1.5$ rad, pero escribir simplemente $\theta = 1.5$ sería igualmente correcto.

$$1 \text{ rad} \approx 57.3^\circ$$

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

En la figura 3.23c se muestran algunos ángulos expresados en grado y su equivalencia en radián.

Puesto que en el movimiento circular uniforme, en un período el ángulo descrito por el vector posición es 2π rad, tenemos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

De ahí que la unidad básica de velocidad angular sea rad/s. La velocidad angular también se puede expresar en términos de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi f$$

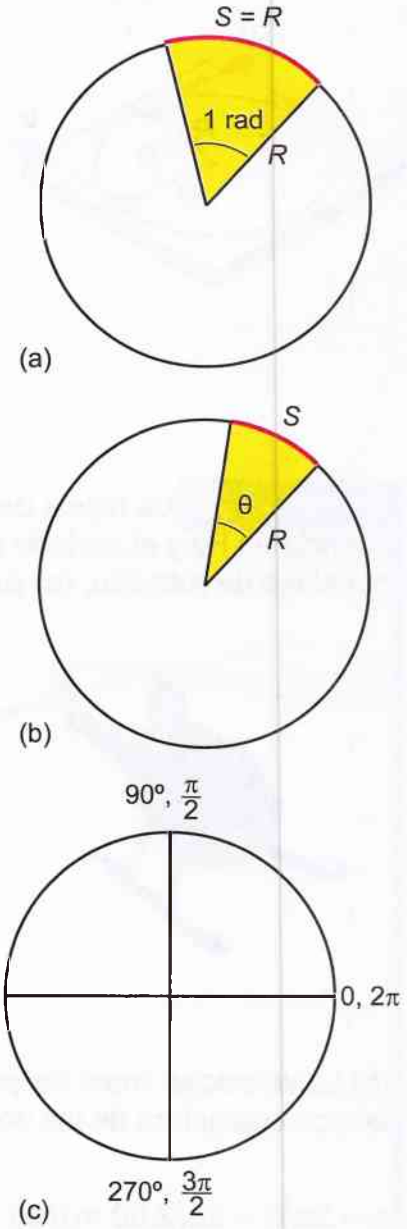
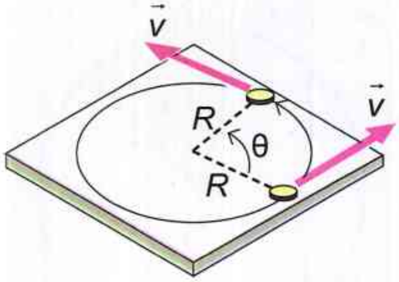


Fig. 3.23. a) Un ángulo central es de un radián cuando la longitud del arco correspondiente es igual al radio. b) El ángulo central expresado en radián es θ = S/R. c) Ángulos expresados en grado y su equivalencia en radián.



3.3.4. Relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular.

De las expresiones de la velocidad lineal y angular:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{y} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

se obtiene: $v = \omega R$

Esta ecuación permite calcular una de las velocidades cuando se conoce la otra y el radio de la circunferencia.

Ejemplo 3.22. La hélice de un helicóptero está girando a 3600 rpm. Calcula (a) la frecuencia en Hz y el período en s, (b) la velocidad lineal de un punto de su extremo a 2.00 m del eje de rotación, (c) su velocidad angular.

(a) La unidad rpm se refiere a frecuencia $f = 3600$ rev/min. Primero, se expresará la frecuencia en unidades de rev/s y luego se determinará el período de las hélices

$$f = 3600\frac{\text{rev}}{\text{min}}\left(\frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}\right) = 60\ \frac{\text{rev}}{\text{s}} = 60\text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60\ \frac{\text{rev}}{\text{s}}} = 0.0166\ \frac{\text{s}}{\text{rev}} = 0.0166\text{ s}$$

(b) La velocidad lineal del punto en el extremo de la hélice ($R = 2.00$ m) se puede calcular con cualquiera de las dos ecuaciones: $v = 2\pi R/T$ ó $v = 2\pi Rf$. Utilicemos esta última.

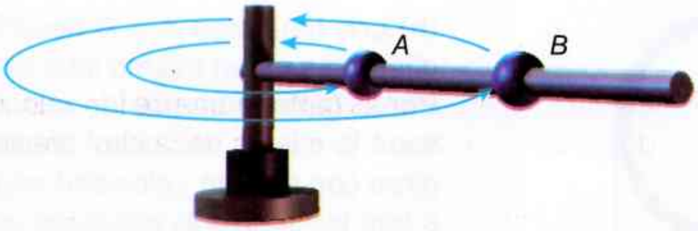
$$v = 2\pi Rf = 2\pi(2.00\text{ m})(60\text{ Hz}) = 754\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Recuerda que un Hz equivale a s^{-1}.

(c) La velocidad angular se puede calcular con dos ecuaciones: $\omega = 2\pi f$ ó $\omega = 2\pi/T$. A partir de la primera:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(60\text{ Hz}) = 377\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Ejemplo 3.23. Dos esferas de acero están soldadas a una barra horizontal que puede girar libremente alrededor de un eje. La barra realiza dos vueltas en 1.0 s y las esferas están situadas a las distancias $R_A = 2.00$ m y $R_B = 4.00$ m del eje. Calcula (a) el período del movimiento de cada esfera, (b) las velocidades angulares ω_A y ω_B, y (c) las velocidades lineales v_A y v_B.



(a) Como la barra realiza 2 revoluciones en 1.0, entonces:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1.0\text{ s}}{2\text{ rev}} = 0.50\text{ s}$$

Obviamente el período del movimiento es el mismo para ambas esferas.

(b) El valor de la velocidad angular es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Como las esferas giran con el mismo período, tendrán la misma velocidad angular (ambas describen el mismo ángulo de 2π rad en el mismo tiempo de 0.50 s) y

$$\omega_A = \omega_B = \frac{2\pi}{0.50\text{ s}} = 4.0\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

(c) Las esferas *A* y *B* recorren distancias diferentes en un mismo intervalo de tiempo. Por lo tanto, aún cuando poseen la misma velocidad angular, tienen distinta velocidad lineal. Como $v = \omega R$, entonces:

$$v_A = \omega_A R_A = \left(4.0\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(2.00\text{ m})$$

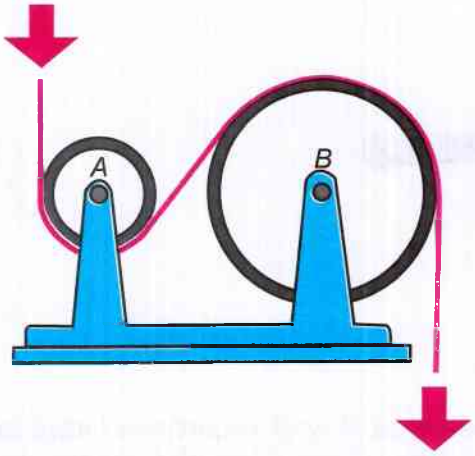
$$v_A = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_B = \omega_B R_B = 4.0\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}(4.00\text{ m})$$

$$v_B = 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La velocidad lineal de la esfera *B* es el doble que la de la esfera *A*.

Ejemplo 3.24. Una cinta de video se mueve sobre dos tambores A y B cuyos radios son $R_A = 0.10$ m y $R_B = 0.20$ m. La velocidad angular del tambor más pequeño es $\omega_A = 50$ rad/s. Sabiendo que la cinta no resbala sobre los tambores, calcula (a) las velocidades lineales v_A y v_B en los extremos de cada tambor, y (b) la velocidad angular ω_B del tambor más grande.



(a) La velocidad lineal del extremo del tambor se puede calcular mediate la ecuación:

$$v = \omega R$$

$$v_A = \omega_A R_A$$

$$v_A = \left(50\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(0.10\ \text{m})$$

$$v_A = 5.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Debido a que la cinta no resbala, entonces la velocidad lineal en los extremos de cada tambor es la misma $v_A = v_B$ (Un punto del extremo de cualquiera de los dos tambores tiene la misma velocidad lineal que la velocidad de la cinta, pues ésta no resbala).

(b) Los tambores A y B describen ángulos diferentes en un mismo intervalo de tiempo. Por lo tanto, aún cuando sus extremos poseen la misma velocidad lineal, de 5.0 m/s, giran con distinta velocidad angular. Debido a que $v_B = \omega_B R_B$, la velocidad angular ω_B del tambor más grande es

$$\omega_B = \frac{v_B}{R_B}$$

$$\omega_B = \frac{5.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.20\ \text{m}}$$

$$\omega_B = 25\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

La velocidad angular del tambor B es la mitad que la del tambor A.

3.3.5. Aceleración en el *MCU*

Al comenzar este apartado argumentamos que para tener un movimiento circular se necesita una fuerza constante actuando todo el tiempo perpendicularmente a la trayectoria. Si además, el movimiento es uniforme, entonces no hay fuerza en la dirección de la velocidad, es decir, tangente a la trayectoria. En consecuencia, en el movimiento circular y uniforme la fuerza neta es siempre perpendicular a la trayectoria, está dirigida hacia el centro de la circunferencia. Puesto que según la segunda ley de Newton, $\vec{a}=\vec{F}/m$, la aceleración tiene la misma dirección y sentido que la fuerza, ella también está dirigida siempre hacia el centro de la circunferencia.

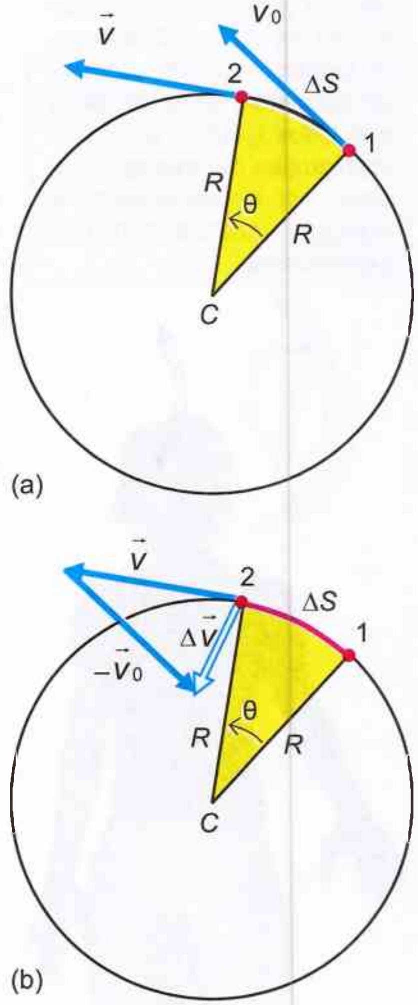


Fig. 3.24. Movimiento circular uniforme: a) vector velocidad en dos instantes de tiempo, b) variación del vector velocidad.

Hasta ahora hemos utilizado la expresión de la aceleración $\vec{a}=\Delta\vec{v}/\Delta t$, porque en los movimientos estudiados permanecía constante. Sin embargo, como acabamos de ver, en el movimiento circular uniforme, es variable, su dirección cambia continuamente. Por consiguiente, la expresión anterior de la aceleración resulta inadecuada, y se hace necesario utilizar la correspondiente a la aceleración instantánea:

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

A partir de esta expresión general trataremos de obtener una específica para el caso del movimiento circular uniforme. No haremos el proceso de reducción indefinida del intervalo de tiempo que supone la definición anterior, pero nos aproximaremos tomando un intervalo pequeño.

En la Fig. 3.24a se han representado los vectores velocidad correspondientes a dos posiciciones de un punto que realiza un movimiento circular uniforme. La velocidad en la posición 1 es $\vec{v}_0$, un vector tangente a la curva en ese punto. La velocidad en la posición 2 es $\vec{v}$, tangente a la curva en ese otro punto. Los vectores $\vec{v}_0$ y $\vec{v}$ son iguales en magnitud, ya que la rapidez es constante, pero sus direcciones son diferentes.

Para determinar el cambio de velocidad $\Delta\vec{v}=\vec{v}-\vec{v}_0$, dibujemos en la posición 2 el vector $\vec{v}$ y restémosle el vector $\vec{v}_0$, tal como se muestra en la Fig. 3.24b. El diagrama muestra

Analiza la figura 3.24 y argumenta por qué: a) El triángulo formado por los vectores es isósceles, es decir, tiene dos lados iguales. b) Los lados iguales del triángulo formado por los vectores y del triángulo amarillo son perpendiculares.

el cambio de velocidad $\Delta\vec{v}$ cuando la partícula se mueve de 1 a 2. Nota que $\Delta\vec{v}$ apunta hacia el interior de la circunferencia. A medida que se considera un intervalo de tiempo más pequeño, las posiciones 1 y 2 estarán más próximas entre sí y el vector $\Delta\vec{v}$ se aproximará cada vez más a una dirección perpendicular a $\vec{v}$, es decir, a una dirección que apunta hacia el centro de la circunferencia.

El triángulo formado por los vectores $\vec{v}$, $\vec{v}_0$ y $\Delta\vec{v}$ es semejante al coloreado de amarillo, formado por la cuerda entre los puntos 1 y 2 y los segmentos que van de *C* a dichos puntos. Ello se debe a que ambos triángulos son isósceles y tienen sus lados iguales perpendiculares. Teniendo en cuenta la semejanza de los triángulos señalados y que la longitud de la cuerda entre los puntos 1 y 2 es próxima a la longitud del arco ΔS, podemos escribir:

$$\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{\Delta S}{R}$$

No utilizamos el signo de igualdad porque, como hemos dicho, en la figura la longitud del arco es solo próxima a la de la cuerda. Sin embargo, si como supone la definición de aceleración instantánea, el intevalo de tiempo considerado se reduce indefinidamente, entonces la longitud del arco tiende a la de la cuerda y podemos escribir el signo de igualdad.

Por consiguiente, teniendo en cuenta que $\Delta S = v\Delta t$, donde *v* es la celeridad o rapidez del movimiento, la expresión anterior queda:

$$\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{v\Delta t}{R}, \text{ o sea, } \frac{\Delta v}{\Delta t} \approx \frac{v^2}{R}$$

Al considerar el proceso de reducción indefinida de Δt, podemos escribir para el valor de la aceleración:

$$a = \frac{v^2}{R}$$

Su dirección en cada instante está dirigida hacia el centro de la circunferencia. Por eso se dice que la aceleración en el movimiento circular uniforme es radial o **centrípeta** (dirigida hacia el centro). En correspondencia con esto, a la resultante de las fuerzas que origina dicha aceleración se le denomina **fuerza centrípeta**.

La fuerza centrípeta sobre un cuerpo puede se producida por la acción de uno o varios cuerpos y ser una resultante de fuerzas, o simplemente una componente. Así, la fuerza centrípeta que hace que la Luna realice un movimiento circular alrededor de Tierra, es la fuerza de atracción de ésta. Pero la fuerza centrípeta responsable de que el péndulo de la figura 3.25 describa una circunferencia, es debida al efecto combinado de la tensión del hilo y la fuerza de gravedad. La componente vertical de la fuerza ejercida por el hilo, T_y, compensa a la fuerza de gravedad y su componente horizontal, T_x, es la fuerza centrípeta que origina la trayectoria circular.

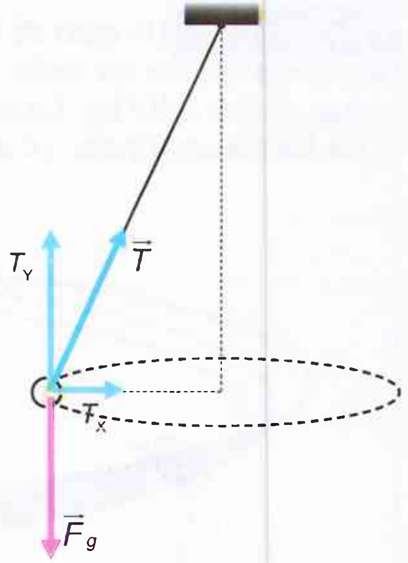


Fig. 3.25. "Péndulo cónico". El hilo describe un cono y la esferita que cuelga de él, una circunferencia. La fuerza centrípeta que da lugar al movimiento circular es la componente horizontal, T_x, de la fuerza del hilo sobre la esferita.

Cuando vamos en un automóvil y dobla describiendo un arco de circunferencia, debe haber una fuerza centrípeta actuando sobre él. Pero, ¿de dónde procede esa fuerza?

Ejemplo 3.25. Un cuerpo de masa 50 g atado al extremo de una cuerda de 20 cm de largo, se hace girar apoyado sobre una mesa con movimiento aproximadamente circular uniforme. Se midió el tiempo de 20 vueltas y se obtuvo 9.6 s. Determina: a) el valor de la velocidad del cuerpo, b) el valor de su aceleración centrípeta, c) la tensión de la cuerda.

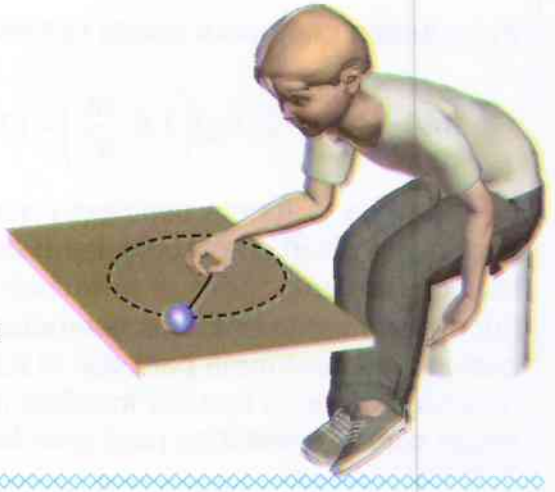
a) Para determinar el valor de la velocidad del cuerpo utilizamos la ecuación $v = 2\pi R/T$.

El período es $T = \frac{t}{n} = \frac{9.6\text{ s}}{20} = 0.48\text{ s}$

Por tanto, $v = \frac{2\pi(0.20\text{ m})}{0.48\text{ s}} = 2.6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) La aceleración centrípeta es:

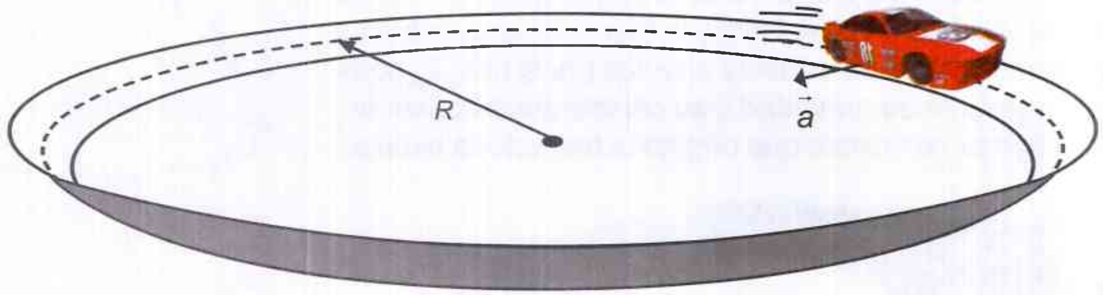
$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(2.6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0.20\text{ m}} = 34\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



c) La tensión de la cuerda es la fuerza que origina dicha aceleración. Por tanto:

$$F = ma = (0.050\text{ kg})\left(34\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 1.7\text{ N}$$

Ejemplo 3.26. Un auto de carreras va con movimiento aproximadamente uniforme por una pista circular de radio 1.00 km. El auto dio dos vueltas en 2 min y 30 s y tiene una masa de 1.5 x 10^3 kg. Calcula: a) el valor de su velocidad, b) su aceleración centrípeta, c) la fuerza centrípeta. ¿Cuál es el origen de esta fuerza?



a) El tiempo en que da dos vueltas es 150 s y por tanto el período:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{150\text{ s}}{2\text{ rev}}=75\text{ s}$$

Y la velocidad lineal:

$$v=\frac{2\pi R}{T}=\frac{2\pi(1000\text{ m})}{75\text{ s}}=84\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) La aceleración del movimiento es:

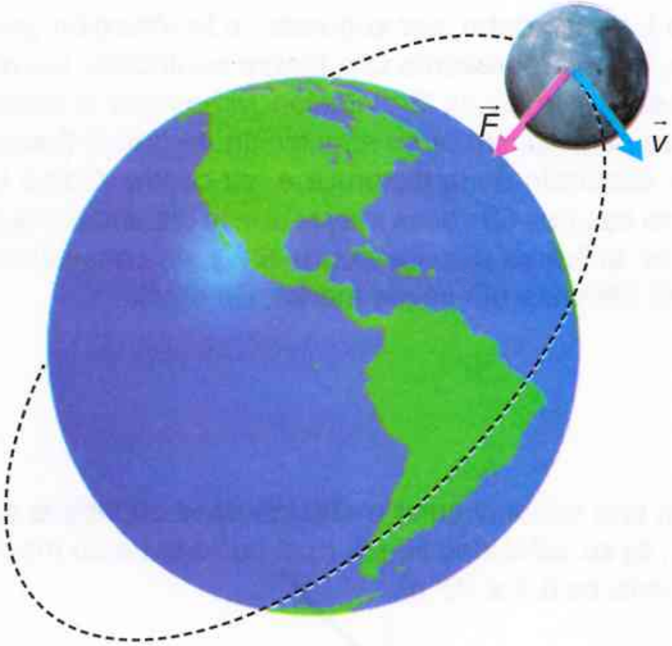
$$a=\frac{v^2}{R}=\frac{\left(84\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{1000\text{ m}}=7.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) La fuerza centrípeta puede hallarse utilizando la segunda ley de Newton:

$$F=ma=\left(1.5\times10^3\text{ kg}\right)\left(7.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)=10.5\times10^3\text{ N}$$

El origen de la fuerza centrípeta que mantiene al auto en la trayectoria circular es la acción del pavimento sobre las ruedas del auto. Cuando un auto se mueve por una trayectoria curva, pero el pavimento es horizontal, la fuerza centrípeta es producida por el rozamiento entre los neumáticos y la pista. Al crecer la velocidad, debe crecer la aceleración centrípeta para que el auto se mantenga en la circunferencia y la fuerza de rozamiento puede resultar insuficiente para producir dicha aceleración. Por eso, en las pistas curvas diseñadas para grandes velocidades, el pavimento está inclinado.

Ejemplo 3.27. Se sabe que la Luna está a una distancia media de la Tierra que es aproximadamente 60 veces el radio de ésta. a) ¿Cuál es la velocidad lineal de la Luna? b) ¿Cuál es la aceleración de su movimiento? c) ¿A qué fuerza se debe la aceleración? Considera que el período del movimiento de la Luna en torno a la Tierra es 27.3 días y que su órbita es aproximadamente circular. El radio de la Tierra es 6.4 x 10^6 m.



Ya que el radio de la Tierra es 6.4 x 10^6 m, la distancia de la Luna a la Tierra es, aproximadamente:

$R = 60\left(6.4\times10^{6}\ \text{m}\right) = 3.8\times10^{8}\ \text{m}$. Éste es el radio de la órbita de la Luna alrededor de la Tierra.

Por su parte, para el período del movimiento de la Luna en torno a la Tierra tenemos:

$$T = 27.3\ \text{dia}\times\frac{24\ \text{h}}{1\ \text{dia}}\times\frac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}} = 2.36\times10^{6}\ \text{s}$$

a) El valor de la velocidad del movimiento de la Luna alrededor de la Tierra es, por tanto:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi\left(3.8\times10^{8}\ \text{m}\right)}{2.36\times10^{6}\ \text{s}} = 1.0\times10^{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\quad \text{ó}\quad 1.0\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

b) La aceleración del movimiento de la Luna es:

$$a = \frac{v^{2}}{R} = \frac{\left(1.01\times10^{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^{2}}{3.8\times10^{8}\ \text{m}} = 0.27\times10^{-2}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^{2}} = 2.7\times10^{-3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^{2}}$$

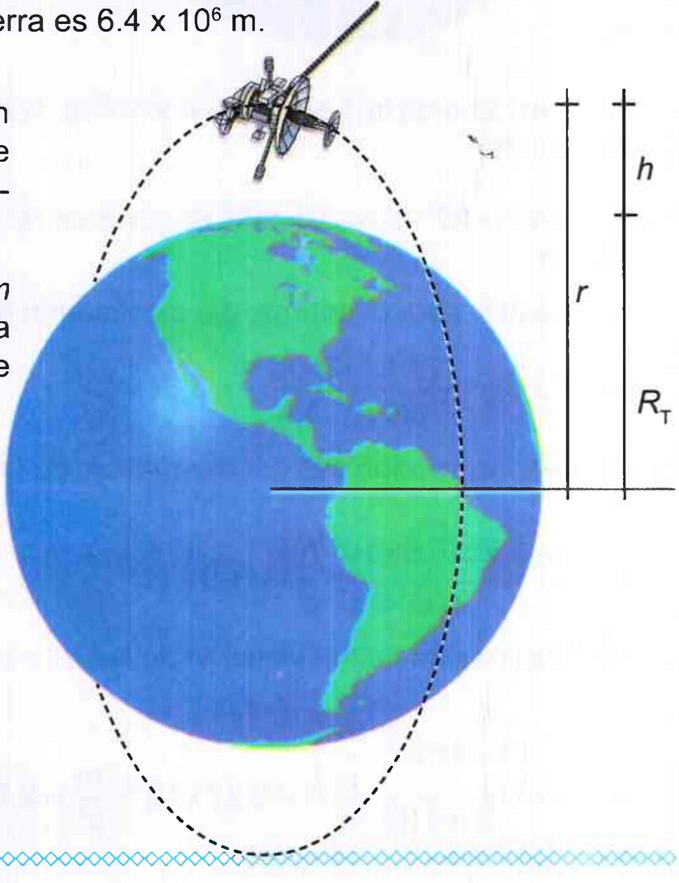
Ésta es la aceleración centrípeta, es decir, dirigida hacia el centro de la circunferencia que describe.

Nota que aunque en el primer inciso reportamos el valor de la velocidad con solo dos cifras significativas, en el segundo utilizamos tres cifras para dicho valor, ya que a los efectos del cálculo de la aceleración representa un cálculo intermedio.

c) La aceleración del movimiento de la Luna se debe, por supuesto, a la atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre ella, la cual representa una fuerza centrípeta. Como recordarás, en el capítulo anterior, al estudiar la ley de Gravitación, vimos que el resultado anterior fue el utilizado por Newton para confirmar su suposición de que la fuerza ejercida por la Tierra disminuye con el cuadrado de la distancia a su centro. Como la distancia de la Luna al centro de la Tierra es unas 60 veces mayor que la distancia a que están los cuerpos cerca de su superficie, la fuerza ejercida sobre ella y, en consecuencia, la aceleración que la produce, debe ser unas 60^2 veces menor. En efecto:

$$\frac{9.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{60^2} = 2.7\times10^{-3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ejemplo 3.28. Un satélite se mueve en una órbita circular a 400 km de la superficie de la Tierra. Determina: a) su aceleración, b) su velocidad lineal, c) el período de su movimiento. Considera que el radio de la Tierra es 6.4 x 10^6 m.



a) Para hallar el valor de la aceleración del satélite utilizamos la segunda ley de Newton y la ley de Gravitación Universal:

El valor de la aceleración es $a = F / m$ donde m es la masa del satélite y F la fuerza de gravitación que la Tierra ejerce sobre él.

Si M es la masa de la Tierra y r la distancia de su centro al satélite:

$$F = G\frac{Mm}{r^2}, \text{ de ahí que } \quad a = \frac{GM}{r^2}$$

Pero la distancia entre el centro de la Tierra y el satélite es $r = R_T + h$, donde h es la altura a que se encuentra el satélite sobre la superficie de la Tierra.

De ahí que $a = \dfrac{GM}{(R_T + h)^2}$

Es posible buscar los valores de la constante de Gravitación Universal y de la masa de la Tierra para sustituirlos en la ecuación anterior, pero también podemos proceder del modo siguiente.

La aceleración en la superficie de la Tierra es: $\dfrac{GM}{R_\mathrm{T}^2} = g$

Por consiguiente, $GM = gR_\mathrm{T}^2$, donde los valores de g y R_T son conocidos.

De ahí que: $a = \dfrac{gR_\mathrm{T}^2}{(R_\mathrm{T} + h)^2} = \dfrac{\left(9.8\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\left(6.4\times10^6\ \mathrm{m}\right)^2}{\left(6.4\times10^6\ \mathrm{m} + 0.400\times10^6\ \mathrm{m}\right)^2} = 8.7\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

b) De $a = \dfrac{v^2}{r}$, se obtiene $v = \pm\sqrt{ar}$

Por tanto:

$$v = \sqrt{\left(8.68\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\left(6.4\times10^6\ \mathrm{m} + 0.4\times10^6\ \mathrm{m}\right)} = 7.7\times10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \text{ó}\ 28\times10^3\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

c) De $v = \dfrac{2\pi r}{T}$, se obtiene $T = \dfrac{2\pi r}{v}$

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} = \frac{2\pi\left(6.4\times10^6\ \mathrm{m} + 0.4\times10^6\ \mathrm{m}\right)}{7.68\times10^3\ \dfrac{\mathrm{m}}{s}} = 5.6\times10^3\ \mathrm{s}$$

$$T = 5.56\times10^3\ \mathrm{s}\times\frac{1\ \mathrm{min}}{60\ \mathrm{s}} = 93\ \mathrm{min}$$

3.4. Movimiento Oscilatorio.

Describe cualitativamente cómo cambian la velocidad y la aceleración en la experiencia de la figura 3.26. Intenta trazar los gráficos aproximadas de $x(t)$ y $v(t)$.

En los apartados anteriores hemos estudiado el movimiento de un cuerpo en los casos en que: no hay fuerza neta sobre él (rectilíneo uniforme); la fuerza es constante y la velocidad inicial del cuerpo, si la tiene, está en su misma dirección (rectilíneo uniformemente acelerado); la fuerza es constante y la velocidad inicial del cuerpo forma cierto ángulo con ella (parabólico); la fuerza tiene magnitud constante y es siempre perpendicular a la velocidad (circular uniforme). Ahora, como último caso de movimientos de particular interés, estudiaremos uno en que la magnitud de la fuerza varía alrededor de cierto valor dando lugar a un **movimiento oscilatorio**.

De modo que en este apartado abordaremos la respuesta a la última de las preguntas claves planteadas al iniciar el capítulo:

¿Qué son las oscilaciones y cuáles algunas de sus características básicas?

Un ejemplo clásico de oscilaciones es el de un cuerpo que se mueve sujeto al extremo de un resorte (Fig. 3.26). Si desplazamos el cuerpo comprimiendo o estirando el resorte, y luego lo soltamos, realiza un movimiento de vaivén, **oscila** alrededor de O.

Menciona ejemplos de movimientos oscilatorios.

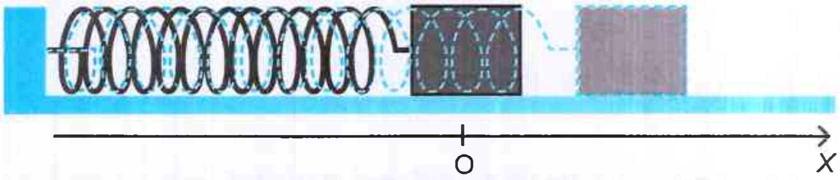


Fig.3.26. Al desplazar el cuerpo sujeto al resorte y luego soltarlo, realiza oscilaciones alrededor del punto O.

En el **movimiento oscilatorio** cambia la posición del cuerpo, o de ciertas partes suyas, alrededor de cierta posición. Sin embargo, observa que cambian además otras magnitudes, por ejemplo la fuerza, la velocidad y la aceleración.

También tienen lugar oscilaciones de magnitudes no mecánicas, como por ejemplo, el voltaje de la red y los campos eléctrico y magnético en una antena de radio o televisión o en la luz que se propaga. En general, en la naturaleza, en la técnica y hasta en la sociedad, abundan las oscilaciones. Independientemente de la esfera de que se trate, ellas pueden describirse utilizando similares conceptos y ecuaciones, de ahí la importancia de extender algunos de los conceptos considerados en este apartado más allá del campo de la **Mecánica**.

En general, se denominan **oscilaciones** a los cambios que experimenta una magnitud alrededor de determinado valor.

En el apartado anterior vimos que un fenómeno periódico es aquel que se repite cada determinado intervalo de tiempo. Muchas oscilaciones tienen esa característica, por ejemplo, las del cuerpo sujeto al resorte que hemos estado analizando (Fig. 3.26), por supuesto si no hay rozamiento entre el cuerpo y la mesa. Otro ejemplo clásico es el movimiento de un péndulo, digamos, un cuerpo que oscila colgado del extremo de un hilo.

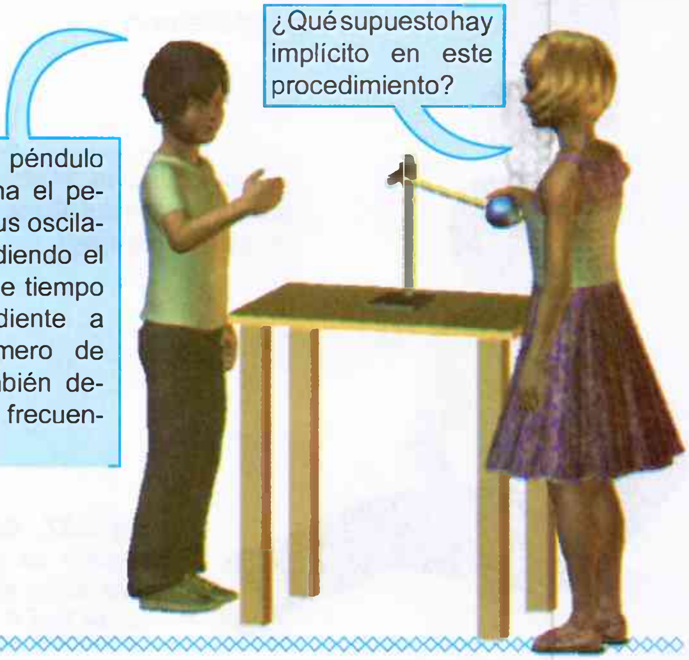
¿Cuál crees que sea más general, el concepto de oscilación o el de movimiento oscilatorio? Argumenta.

¿Por qué si en el ejemplo de la figura 3.26 hubiese rozamiento entre el cuerpo y la mesa, las oscilaciones no serían estrictamente periódicas?

Se dice que las oscilaciones son **periódicas** si se repiten del mismo modo cada determinado intervalo de tiempo. Dos de las magnitudes básicas que caracterizan a las oscilaciones periódicas, como a cualquier otro fenómeno periódico, son el **período** y la **frecuencia**.

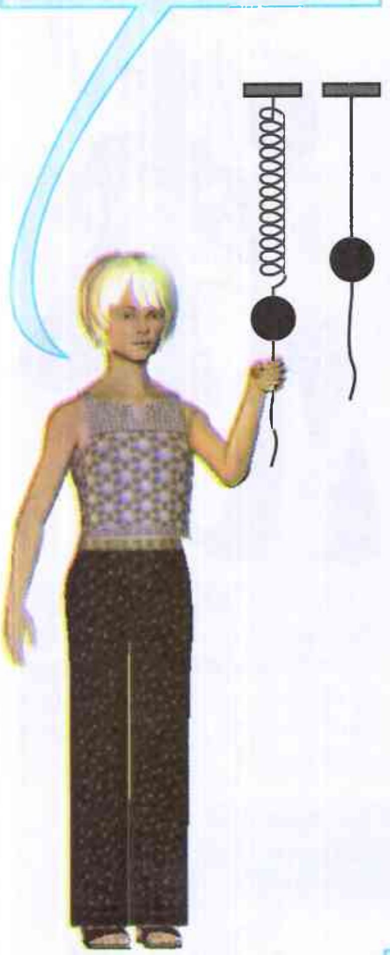
El período es el tiempo que demora en realizarse una oscilación completa y la frecuencia, la rapidez con que se realizan las oscilaciones. Si t es el tiempo que demoran en realizarse n oscilaciones, entonces el período es $T = t/n$ y la frecuencia $f = n/t$. Como ves, estas magnitudes se definen y calculan de igual modo que en el movimiento circular uniforme, lo único que aquí se trata de oscilaciones en lugar de vueltas o revoluciones.

Monta un péndulo y determina el periodo de sus oscilaciones midiendo el intervalo de tiempo correspondiente a cierto número de ellas. También determina la frecuencia.



¿Qué supuesto hay implícito en este procedimiento?

Haz oscilar un péndulo y un cuerpo que cuelga de un resorte o liga y trata de precisar en qué consiste la amplitud de las oscilaciones en cada caso.



Otra magnitud característica de las oscilaciones es la **amplitud**.

Se denomina **amplitud** (*A*) de las oscilaciones de una magnitud a su máxima desviación medida a partir del valor alrededor del cual oscila.

En el ejemplo de la figura 3.26 la amplitud de las oscilaciones es la distancia que hay desde O hasta la posición donde se suelta el cuerpo. Nota que si en lugar de simplemente soltar el cuerpo, se le comunica cierta velocidad inicial, entonces la amplitud de sus oscilaciones es otra, mayor.

Como ya sabes, la fuerza ejercida por el resorte de la figura 3.26 sobre el cuerpo es $F = -kx$. En el caso del péndulo, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo que cuelga son la de gravedad y la tensión del hilo (Fig. 3.27). Cuando el cuerpo se separa de su posición de equilibrio y se suelta, hay una fuerza neta $\vec{F}$ sobre él. Si la desviación angular del péndulo es pequeña, entonces dicha fuerza es del tipo $F = -kx$, solo que en este caso $k = mg/L$, donde m es la masa del cuerpo, L la longitud del péndulo y g la aceleración de la gravedad.

En general, siempre que un cuerpo está sometido a una fuerza neta del tipo $F = -kx$, realiza un movimiento oscilatorio.

¿En qué posición del péndulo la tensión del hilo es: a) nula, b) máxima?

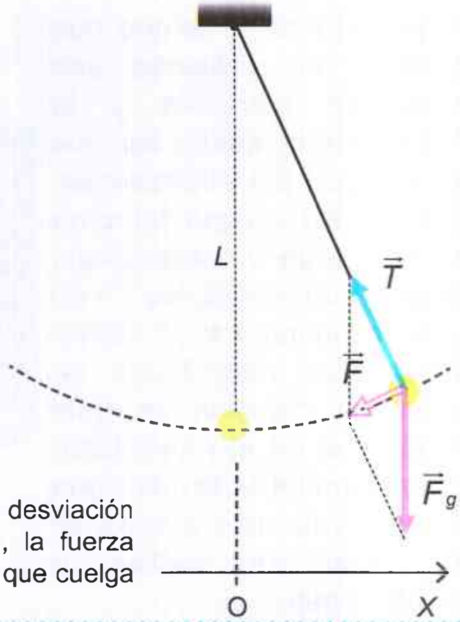


Fig. 3.27. Cuando la desviación angular es pequeña, la fuerza neta sobre el cuerpo que cuelga es del tipo $F = -kx$.

Expliquemos las características básicas del movimiento del cuerpo sujeto al resorte de la figura 3.28 a partir de los conceptos fundamentales de la dinámica del movimiento, **fuerza** y **masa**. En el caso del péndulo la explicación es similar. Al soltar el cuerpo, se acelera bajo la acción de la fuerza del resorte. Mientras se aproxima a O, la fuerza va decreciendo hasta hacerse cero, pero como el cuerpo lleva cierta velocidad, sobrepasa el punto O. Entonces la fuerza del resorte comienza a aumentar, pero ahora tiene sentido opuesto y va frenando el movimiento, aunque debido a la masa del cuerpo, demora cierto tiempo para ello. Luego que la velocidad se hace cero, se invierte el sentido del movimiento y comienza a aumentar la velocidad nuevamente. Es obvio que el tiempo que el cuerpo demora en llegar de un extremo al punto O y de éste al otro extremo, depende del resorte, pero también de la masa del cuerpo. Mientras mayor sea ésta, mayor será su inercia y, por tanto, el tiempo en variar su velocidad, ya sea aumentándola o disminuyéndola. El período de las oscilaciones depende, pues, del resorte y la masa del cuerpo.

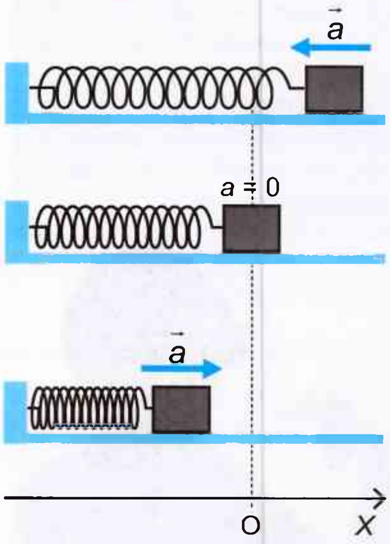


Fig. 3. 28. Oscilaciones de un cuerpo sujeto a un resorte: a) el cuerpo se acelera; b) la fuerza es nula y la aceleración también; c) el cuerpo se acelera, pero ahora en sentido opuesto.

Explicar cualitativamente las características del movimiento del cuerpo sujeto al resorte es, como hemos visto, relativamente simple, pero si intentamos apoyarnos en la segunda ley de Newton para hallar las ecuaciones de su posición y velocidad, nos encontraremos con dificultades matemáticas. Por eso, procederemos de otra forma, en cierto modo parecida a cuando estudiamos el movimiento parabólico. Allí, descompusimos el movimiento en una dirección vertical y otra horizontal y aprovechamos lo que ya sabíamos sobre los movimientos rectilíneos ya estudiados. Aquí, mostraremos que un movimiento circular uniforme puede descomponerse en dos movimientos oscilatorios mutuamente perpendiculares y aprovecharemos los conocimientos que ya tenemos acerca del movimiento circular para obtener las ecuaciones buscadas.

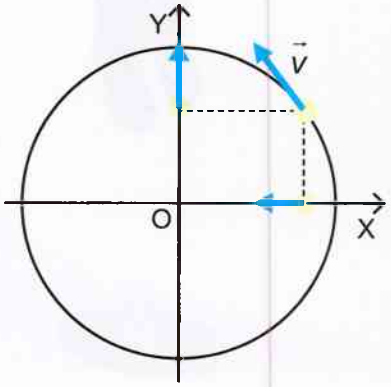
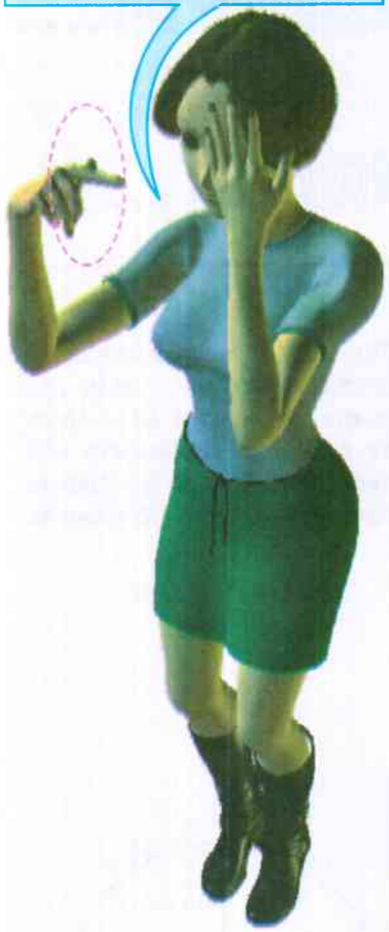


Fig. 3.29. Mientras un pequeño cuerpo se mueve en una circunferencia, sus proyecciones sobre dos diámetros realizan movimientos oscilatorios.

Consideremos un pequeño cuerpo que realiza un **movimiento circular uniforme** y seleccionemos un sistema de coordenadas con origen en el centro de la circunferencia y con ejes según dos diámetros (Fig. 3.29). No es difícil comprender que mientras el cuerpo se mueve en la circunferencia, sus proyecciones sobre los ejes X y Y

Si muevo el dedo de modo que su punta describa una circunferencia y observo el movimiento con un ojo, parece oscilatorio, similar al de un péndulo o el cuerpo sujeto al resorte.



realizan movimientos rectilíneos oscilatorios. Esto significa que es posible interpretar su movimiento circular uniforme como una combinación de dos movimientos oscilatorios.

Pero el movimiento de las proyecciones no es un movimiento oscilatorio cualquiera, resulta que es exactamente del mismo tipo que el del cuerpo sujeto al resorte, o el de un péndulo que oscila con pequeña amplitud, en otras palabras, es como el de un cuerpo sometido a una fuerza neta $F = -kx$.

Es posible comprobar la similitud entre el movimiento de la proyección y el de un péndulo, del modo siguiente: Sobre un disco que puede girar se coloca un pequeño cuerpecito y luego, utilizando una lámpara, se proyecta su sombra sobre una pantalla (Fig. 3.30). Cuando el disco se hace girar, la sombra del cuerpecito realiza un movimiento oscilatorio. Si ahora se hace oscilar un péndulo de tal forma que la sombra del cuerpo que cuelga del hilo quede encima de la sombra del cuerpo sujeto al disco, entonces pueden compararse ambos movimientos. La longitud del hilo del péndulo y la amplitud de sus oscilaciones pueden variarse hasta sincronizar un movimiento con otro. En principio, también es posible realizar la experiencia con el cuerpo sujeto al extremo del resorte, aunque en la práctica es más difícil.

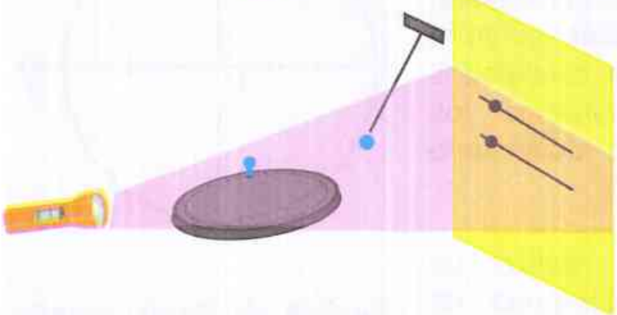


Fig. 3.30. Si la velocidad angular del disco y la longitud del péndulo se escogen adecuadamente, las sombras de las esferitas realizan igual movimiento.

Demostremos ahora la equivalencia entre el movimiento de la proyección del pequeño cuerpo que se mueve en la circunferencia y el movimiento de un cuerpo que se mueve bajo la acción de una fuerza neta $F = -kx$. Utilizaremos **la segunda ley de Newton**.

El valor de la aceleración centrípeta en el movimiento circular uniforme es, como sabes:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Por eso, de acuerdo con la segunda ley de Newton la fuerza centrípeta es:

$$\vec{F} = -\left(\frac{m4\pi^2}{T^2}\right)\vec{R}$$

El signo menos se debe a que la fuerza está dirigida hacia el centro de la circunferencia (Fig. 3.31), en sentido opuesto al vector posición $\vec{R}$ del pequeño cuerpo.

La componente de dicha fuerza en la dirección X es, por tanto:

$$F_x = -\left(\frac{m4\pi^2}{T^2}\right)R\cos\theta$$

Pero puesto que $R\cos\theta = x$, queda:

$$F_x = -\left(\frac{m4\pi^2}{T^2}\right)x$$

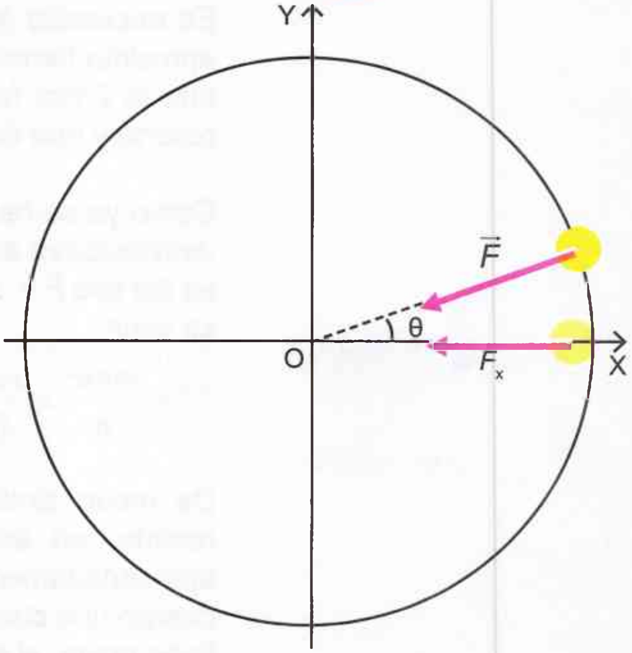


Fig. 3.31. Fuerza centrípeta en un movimiento circular uniforme y su componente en la dirección de un diámetro de la circunferencia. Ésta es del tipo $F = -kx$.

Observa que para un movimiento dado todas las magnitudes dentro del paréntesis son constantes. Por eso podemos escribir $F_x = -kx$, donde:

$$k = \frac{m4\pi^2}{T^2}$$

Por consiguiente, la proyección del cuerpo se mueve como si estuviese sometida a una fuerza $F = -kx$. Su movimiento es, pues, del mismo tipo que el del cuerpo sujeto al resorte o el del péndulo.

La conclusión anterior permite obtener la expresión del período de las oscilaciones que estamos estudiando, en función de la constante k y la masa m del cuerpo:

Así, de $k = \dfrac{m4\pi^2}{T^2}$ se obtiene: $T^2 = \dfrac{m4\pi^2}{k}$

De aquí que si la constante del resorte es k y la masa del cuerpo sujeto a su extremo m, el período de las oscilaciones es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Es necesario advertir que esta ecuación representa solo aproximadamente la situación real. En particular, supone que la única fuerza que actúa sobre el cuerpo es la del resorte y que éste no tiene masa.

Como ya se ha señalado, para un péndulo que oscila con desviaciones angulares pequeñas la fuerza neta también es del tipo $F = -kx$, donde $k = mg/L$. Por lo que en este caso se tiene:

$$T^2 = \frac{m4\pi^2}{k} = \frac{m4\pi^2}{\frac{mg}{L}} = \frac{L4\pi^2}{g}, \text{ de donde } \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

De modo similar que en el caso del cuerpo sujeto al resorte, en éste también la ecuación representa solo aproximadamente la situación real. Se supone que: el cuerpo que cuelga es un punto, el hilo es inextensible y no tiene masa, el aire no ofrece resistencia al movimiento, las oscilaciones son de pequeña amplitud angular.

Ejemplo 3.29 Una silla especial puede oscilar horizontalmente sujeta a un resorte de constante elástica k = 550 N/m. a) ¿Cuál es la masa de la silla si el período de sus oscilaciones es 0.93 s? b) Cuando una persona se sienta en la silla, el período de las oscilaciones es 2.4 s, ¿cuál es la masa de la persona? El rozamiento y la masa del resorte pueden despreciarse.

El período de las oscilaciones del cuerpo sujeto al resorte es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \text{ elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación:}$$

$$T^2 = 4\pi^2\frac{m}{k}, \text{ de donde } m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$$

La masa de la silla es:

$$m_s = \frac{\left(550\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)(0.93\ \text{s})^2}{4\pi^2} = 12\ \text{kg}$$

Por su parte, la masa conjunta de la silla y la persona es:

$$M = \frac{\left(550\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)(2.4\ \text{s})^2}{4\pi^2} = 80\ \text{kg}$$

De ahí que la masa de la persona sea: $m_p = M - m_s = 80\text{ kg} - 12\text{ kg} = 68\text{ kg}$.

Este problema describe, en esencia, un procedimiento ideado para determinar la masa de los astronautas en las naves cósmicas. En ellas los astronautas no pesan y, por tanto, no es posible utilizar las básculas habituales. En este caso la masa del cuerpo se mide por medio de su inercia y no a partir de la atracción gravitatoria, como en las básculas.

Ejemplo 3.30. Con el objetivo de medir la aceleración de la gravedad, se construyó un péndulo con un hilo y un pequeño cuerpecito. La longitud del péndulo era 75.0 cm. Si el péndulo realizó 10 oscilaciones en 17.4 s. a) ¿Qué valor se obtuvo para la aceleración de la gravedad? b) ¿Cuáles pudieran ser algunas de las fuentes de incertidumbre del resultado?

a) El período de las oscilaciones del péndulo era:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{17.4\text{ s}}{10} = 1.74\text{ s}$$

La expresión del período de las oscilaciones es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación:

$$T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$$

De ahí que $g = 4\pi^2\dfrac{L}{T^2} = 4\pi^2\dfrac{0.750\text{ m}}{(1.74\text{ s})^2} = 9.78\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) Aparte de la incertidumbre debida a las mediciones de la longitud y el período del péndulo, hay que tener en cuenta las simplificaciones realizadas en la deducción de la ecuación de período, señaladas en el texto. La situación real pudiera aproximarse a la implícita en la ecuación si: las dimensiones del cuerpo que cuelga son pequeñas comparadas con la longitud del hilo, la masa de éste es despreciable en comparación con la del cuerpo, la densidad del cuerpo es suficientemente grande como para que la resistencia del aire sea despreciable, las desviaciones angulares del péndulo son pequeñas, digamos, inferiores a unos 10°.

La equivalencia hallada anteriormente entre el movimiento de la proyección de un punto que se mueve uniformemente en una circunferencia y el movimiento oscilatorio debido a una fuerza neta $F = -kx$, también permite obtener fácilmente la ecuación del movimiento. Ya habíamos visto que la coordenada de la proyección sobre el eje X es $x = R\cos\theta$ (Fig. 3.31). Pero a los efectos del movimiento oscilatorio de dicha proyección, R representa la amplitud A de las oscilaciones. Por otra parte, del estudio del movimiento circular uniforme sabemos que $\theta = \omega t$. De ahí que la ecuación para el movimiento de la proyección, y por tanto para un cuerpo que oscila debido a una fuerza, $F = -kx$, sea:

$x = A\cos\omega t$ o, como $\omega = 2\pi/T$: $x = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

La ecuación para la velocidad se encuentra de modo similar. En el apartado anterior vimos que los valores de la velocidad lineal y la velocidad angular de un cuerpo que se mueve con movimiento circular uniforme se relacionan del siguiente modo:

$$v = \omega R$$

La velocidad lineal es, como sabes, tangente a la circunferencia (Fig. 3.32). Su componente en la dirección del eje X es la velocidad con que se mueve la proyección del punto sobre dicho eje. Según el esquema de la figura dicha componente es:

$$v_x = -v \text{ sen } \theta$$

El signo menos se debe a que en el instante representado v_x tiene sentido opuesto al considerado positivo.

Por consiguiente:

$$v_x = -\omega R \text{ sen } \theta$$

$$v_x = -\omega R \text{ sen } \omega t$$

$$v_x = -\omega R \text{ sen } \left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

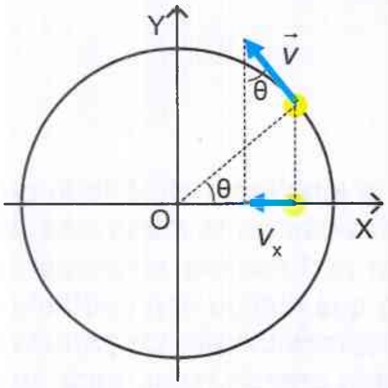


Fig. 3.32. La velocidad del movimiento de la proyección del cuerpo que se mueve en la circunferencia es $v_x = -v\text{sen}\theta$

En la figura 3.33 se muestra un gráfico correspondiente a la ecuación: $x = A\cos\omega t$

Como en otros casos, sus características específicas dependen del movimiento concreto de que se trate, pero su forma siempre es **sinusoidal**, es decir, la de los gráficos de las funciones seno o coseno. Del mismo modo que en el movimiento sin fuerza neta sobre el cuerpo, el gráfico de $x(t)$ es siempre una **recta** y que en el movimiento rectilíneo con fuerza constante es una **parábola**, en el movimiento oscilatorio debido a una fuerza $F = -kx$, es siempre una **sinusoide**.

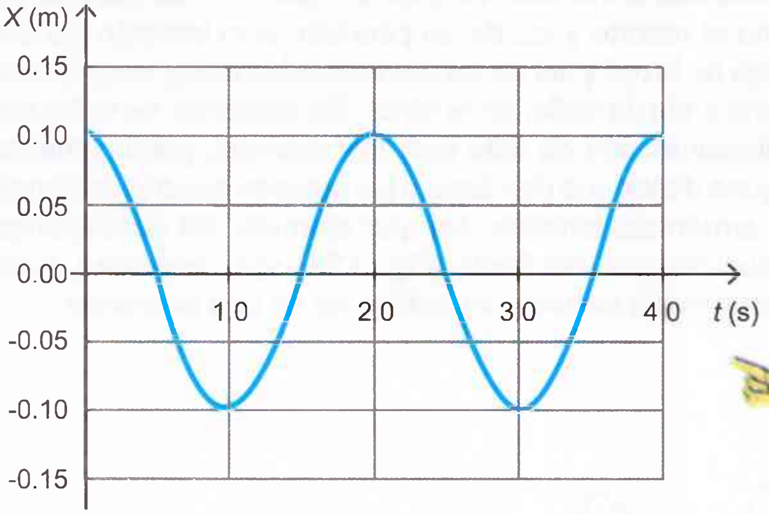


Fig. 3.33. El gráfico de $x(t)$ para un movimiento oscilatorio debido a una fuerza del tipo $F = -kx$ es una sinusoide.

La ecuación también puede escribirse utilizando la función seno: $x = A \text{ sen } \omega t$

Ambas funciones, seno y coseno, tienen la misma forma. Escribir la ecuación de un modo u otro depende solo del sistema de referencia elegido. Imaginemos, por ejemplo, un péndulo, y que para describir su movimiento seleccionamos el origen de coordenada en su posición de equilibrio. Si desplazamos el péndulo cierta distancia y comenzamos a medir el tiempo en el momento de soltarlo, la ecuación es $x = A \cos \omega t$, ya que para $t = 0$, $x = A$. En cambio, si comenzamos a medir el tiempo en el instante que el péndulo pasa por el origen de coordenada, entonces la ecuación correcta es $x = A \text{ sen } \omega t$, debido a que para $t = 0$, $x = 0$.

¿Cuáles son la amplitud, el período y la frecuencia de la oscilación representada en la figura 3.33?

Joseph Fourier (1768-1830)

La funciones seno y coseno históricamente han sido llamadas funciones **armónicas**. De ahí que al movimiento producido por una fuerza del tipo $F = -kx$, ya que es posible describirlo mediante dichas funciones, se le llame **movimiento armónico**. Y como la descripción puede hacerse mediante una sola de esas funciones, también se le llama movimiento armónico **simple**.

En general, se denomina **oscilación armónica simple** a aquella que puede ser descrita por las funciones seno o coseno.

No solo son armónicas simples las oscilaciones del cuerpo sujeto al resorte y las de un péndulo, sino también las del voltaje de la red y las de los campos eléctricos y magnéticos en una onda de radio, entre otras. Sin embargo, no todas las oscilaciones son de este tipo. Por ejemplo, prácticamente ninguna de las que dan lugar a los sonidos que escuchamos son armónicas simples. Así, por ejemplo, las oscilaciones producidas por una flauta (Fig. 3.34) son periódicas, pero no armónicas simples, su gráfico no es una sinusoide.

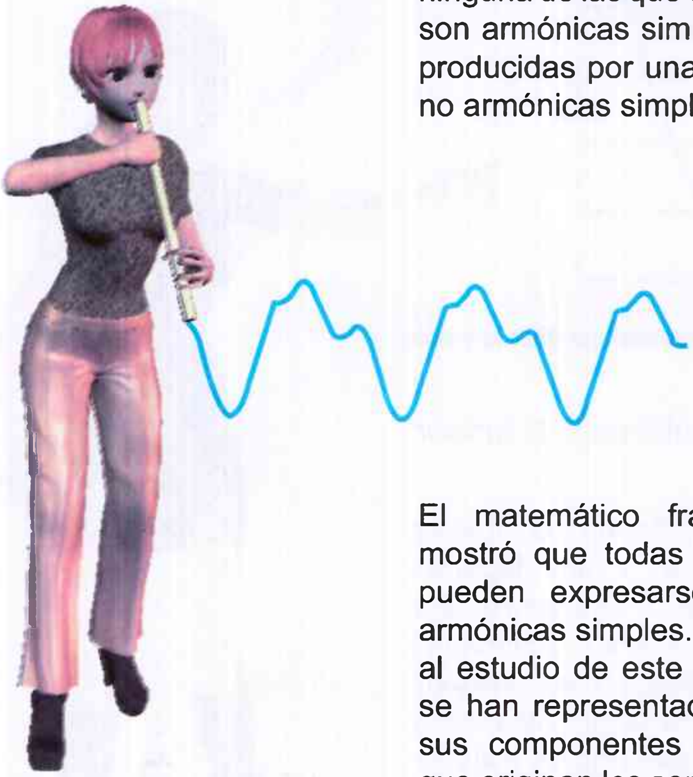


Fig. 3.34. Oscilaciones producidas por una flauta. Su gráfico no tiene la forma de una sinusoide, por lo que no son armónicas simples.

El matemático francés **Joseph Fourier** (1768-1830) mostró que todas las oscilaciones periódicas continuas pueden expresarse como una suma de oscilaciones armónicas simples. Esto confiere una importancia especial al estudio de este tipo de oscilaciones. En la figura 3.35 se han representado los gráficos de una oscilación y de sus componentes armónicas simples. Las oscilaciones que originan los sonidos que escuchamos son, en realidad, sumas de oscilaciones armónicas simples.

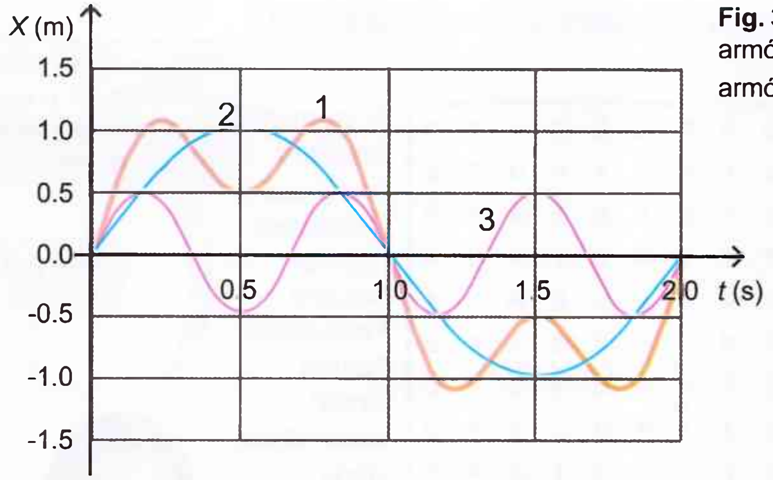


Fig. 3.35. Oscilación periódica que no es armónica simple (1) y sus componentes armónicas simples (2 y 3).

Examina los gráficos de las figuras 3.34, 3.36 y 3.37 y argumenta por qué las oscilaciones producidas por una flauta son periódicas y las de un péndulo amortiguado o de unos platillos no.

Muchas de las oscilaciones con que nos relacionamos habitualmente son periódicas, pero otras no. Así, si la resistencia al movimiento de un péndulo es notable, entonces sus oscilaciones no se repiten exactamente del mismo modo al cabo de determinado tiempo y, por tanto, no son periódicas. En la figura 3.36 se muestra cómo podría ser la gráfica en ese caso. Las oscilaciones de unos platillos (Fig. 3.37) tampoco son periódicas.

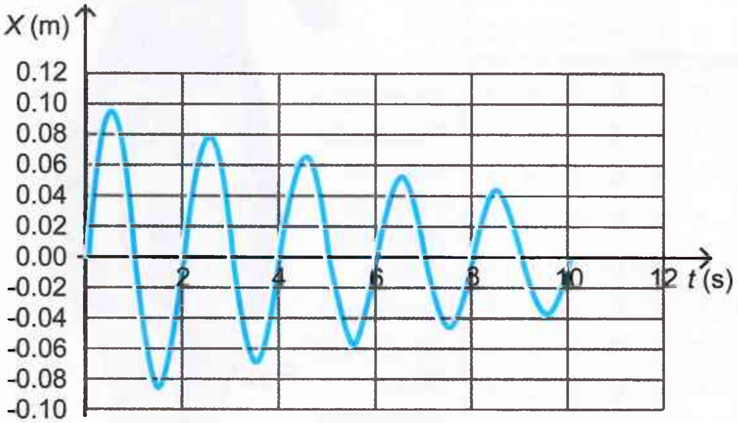


Fig. 3.36. Gráfico de las oscilaciones de un péndulo con resistencia al movimiento.

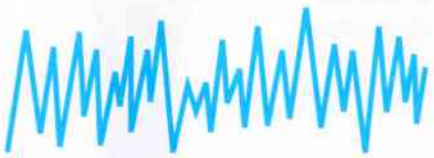


Fig. 3.37. Oscilaciones no periódicas producidas por unos platillos.

3.5. Actividades de sistematización y consolidación.

3.5.1. Sopa de letras

Escribe cada palabra en Wikipedia o en Encarta y da un vistazo a lo que encuentres.

¿Qué palabras conoces?

J	Ü	B	D	É	K	Y	Ó	O	Ó	Ñ	E	M	É	R	O	N	O
G	A	I	C	N	E	U	C	E	R	F	C	Y	A	R	Ó	R	Z
U	G	Q	Y	P	V	N	Á	E	Ü	A	G	T	N	I	A	T	Ñ
X	J	R	Ú	Í	A	Q	N	D	É	A	E	W	C	L	R	U	K
Ñ	G	B	A	O	Y	L	K	R	M	P	Ü	A	U	E	M	L	Á
F	U	Ó	D	V	S	L	T	U	Í	G	L	C	H	É	A	K	O
T	L	A	Z	C	I	V	L	R	I	I	R	V	D	N	S	P	C
N	R	N	Q	E	K	T	T	H	C	I	A	M	U	Ó	A	X	O
G	X	M	D	S	N	N	A	S	C	F	R	V	T	I	R	F	T
K	É	O	P	Ñ	E	K	O	T	C	Á	M	F	I	C	Q	F	P
V	H	V	É	C	X	Ú	E	Q	O	W	Ó	N	L	A	W	O	E
F	S	I	Ú	D	E	K	M	C	A	R	N	U	P	R	B	O	C
P	I	M	Y	W	G	N	W	U	Z	R	I	Z	M	E	Ü	O	R
F	Ú	I	Ú	U	B	A	M	Ü	R	U	C	A	A	L	N	R	E
U	X	E	I	Ü	H	D	Ó	Z	E	C	A	B	I	E	R	W	T
J	Á	N	E	Y	Q	Í	Á	W	U	N	G	W	S	C	M	W	N
Í	F	T	Q	É	I	B	I	X	F	Á	H	O	T	A	P	Ü	I
É	X	O	N	Y	Ü	Á	X	Ó	I	O	C	V	L	D	Z	Ü	Z

Aceleración
Amplitud
Armónica
Centrípeta
Circular
Coseno
Frecuencia
Fuerza
Grado
Gravitatoria
Hertz
Intercepto
Masa
Movimiento
Oscilación

Ü	V	Z	X	E	B	C	H	Q	I	D	Q	G	V	D	Ó	K	X
L	P	P	P	Ú	K	O	Ü	Z	C	B	Ú	U	P	S	Y	Ú	H
Ú	I	E	G	Q	Z	W	S	I	N	U	S	O	I	D	E	N	S
U	O	Z	N	Ó	O	C	I	L	Ó	B	A	R	A	P	H	Ó	J
M	A	N	V	D	L	B	Ú	G	Ü	É	O	C	Q	Ó	T	I	L
C	N	G	J	Ó	I	A	H	S	P	V	Ó	I	R	R	J	C	I
T	Á	V	K	D	Ü	E	R	Ó	S	O	O	W	A	N	J	U	T
D	I	E	M	E	T	O	N	E	Í	D	Q	P	O	Ñ	Z	L	C
Ó	D	L	U	X	É	L	N	T	O	T	E	H	B	R	Y	O	E
É	A	O	L	Q	I	O	E	Í	E	C	Á	Y	E	L	P	V	Y
D	R	C	G	W	M	O	R	N	I	S	J	C	E	G	Q	E	O
Ü	O	I	Q	D	U	E	S	O	Q	Ü	T	Y	R	Y	V	R	R
Ñ	I	D	Ñ	Ú	P	I	H	Ü	F	I	A	B	N	Ú	I	Q	P
O	Á	A	N	J	Ó	Ó	L	P	L	V	N	A	B	Í	Q	U	I
Í	R	D	B	N	F	Z	B	Í	E	T	N	E	G	N	A	T	E
N	O	Ú	O	L	U	D	N	É	P	I	F	J	I	K	Í	W	X
Q	H	H	V	P	T	E	S	E	M	R	O	F	I	N	U	O	X
J	J	K	H	M	O	D	A	E	S	S	Ñ	Ñ	W	X	T	L	V

Parabólico
Pendiente
Péndulo
Período
Proyectil
Radián
Rectilíneo
Revolución
Seno
Sinusoide
Tangente
Tensión
Trapecio
Uniforme
Velocidad

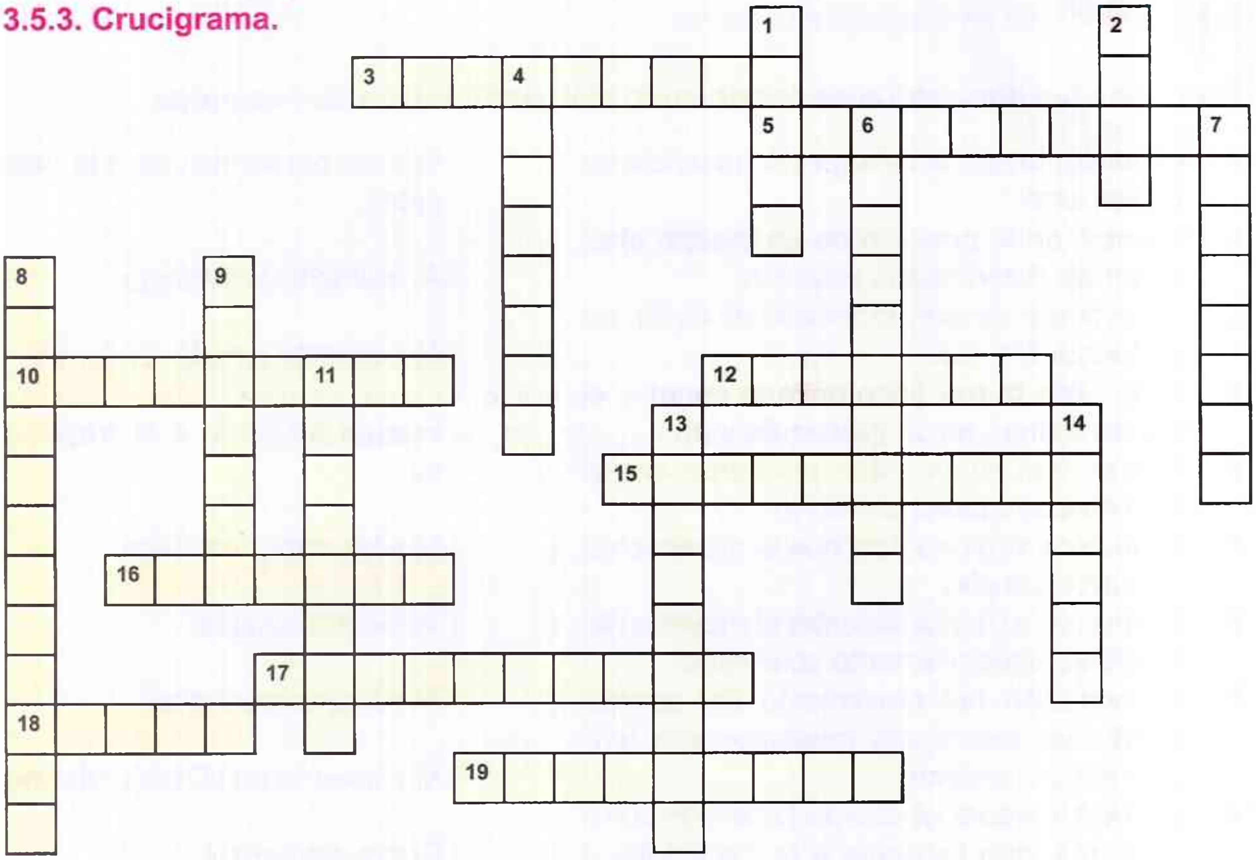
3.5.2. Conexión de conceptos e ideas.

Relaciona las dos columnas escribiendo el número según corresponda.

1. Movimiento que tiene lugar en ausencia de fuerza neta.
2. Cambio de la posición de un cuerpo alrededor de determinada posición.
3. Coeficiente de proporcionalidad en la ley de fuerza $F = -kx$.
4. Está dado por el área entre la curva y el eje del tiempo en un gráfico de $v(t)$.
5. Fuerza que actúa sobre el cuerpo en el movimiento circular uniforme.
6. Gráfico de $x(t)$ que describe el movimiento armónico simple.
7. Gráfico de $x(t)$ que describe el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.
8. La ecuación del movimiento del cuerpo puede ser expresada mediante una función seno o coseno.
9. La fuerza sobre el cuerpo tiene dos componentes, una tangente a la trayectoria y otra perpendicular a ella.
10. La fuerza neta sobre el cuerpo es todo el tiempo perpendicular a la velocidad.
11. Movimiento rectilíneo que se realiza bajo la acción de un fuerza constante.
12. Nombre que recibe la aceleración en el movimiento circular uniforme.
13. Origina las variaciones del valor de la velocidad de un cuerpo.
14. Produce la curvatura de la trayectoria de un cuerpo en movimiento.
15. Rapidez con que varía la posición angular.
16. Resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.
17. Se repite cada determinado intervalo de tiempo.
18. Velocidad tangente a la trayectoria en el movimiento circular uniforme.

( ) Fuerza perpendicular a la velocidad.
( ) Aceleración centrípeta.
( ) Movimiento circular uniforme.
( ) Fuerza tangente a la trayectoria.
( ) Movimiento parabólico.
( ) Velocidad angular.
( ) Fenómeno periódico.
( ) Movimiento rectilíneo uniforme.
( ) Curva sinusoidal.
( ) Fuerza neta.
( ) Curva parabólica.
( ) Movimiento armónico simple.
( ) Movimiento oscilatorio.
( ) Constante elástica.
( ) Desplazamiento.
( ) Fuerza centrípeta.
( ) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.
( ) Velocidad lineal.

3.5.3. Crucigrama.



Horizontales

3. Curva que describe las oscilaciones armónicas simples.
5. Trayectoria que sigue un cuerpo en movimiento cuando la fuerza neta que actúa sobre él es nula.
10. Se dice de las funciones seno y coseno.
12. Intervalo de tiempo al cabo del cual se repite un fenómeno periódico.
15. Rapidez con que se repite un fenómeno periódico.
16. Cuerpo que oscila suspendido de un hilo.
17. Trayectoria que describe un cuerpo lanzado cerca de la superficie de la Tierra.
18. Línea que describe el movimiento rectilíneo uniforme en un gráfico de $x(t)$.
19. Da el valor de la velocidad en un gráfico de $x(t)$.

Verticales

1. Unidad de medida de la frecuencia en el SI.
2. Función que describe el movimiento armónico simple.
4. Se dice del movimiento rectilíneo con valor de velocidad constante.
6. Se dice de la aceleración en el movimiento circular uniforme.
7. Máxima desviación de una magnitud, medida a partir del valor alrededor del cual oscila.
8. Fuerza que actúa sobre un proyectil.
9. Fuerza del hilo sobre un cuerpo suspendido de su extremo.
11. Trayectoria seguida por un cuerpo cuando sobre él actúa una fuerza de magnitud constante siempre perpendicular a su velocidad.
13. Cuerpo lanzado en las proximidades de la superficie de la Tierra.
14. Unidad de medida de ángulos.

3.5.4. Actividades de repaso.

1. Comenzando con el concepto “movimiento rectilíneo”, realiza un diagrama que conecte y ramifique diversos conceptos estudiados en esta unidad.

2. A modo de síntesis del capítulo, intenta responder, resumidamente, las preguntas clave planteadas al iniciarlo. ¿En cuáles de ellas sería de interés profundizar?

3. Expón e ilustra mediante ejemplos los conceptos: a) movimiento rectilíneo uniforme, b) movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, c) movimiento circular uniforme, d) oscilación e) movimiento oscilatorio, f) período, g) frecuencia.

4. La velocidad media y la velocidad instantánea, en general son diferentes. ¿Pueden ser iguales en algún tipo de movimiento específico? Argumenta.

5. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba desde el último piso de un edificio. ¿Dependen la posición, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración del cuerpo de dónde se elija el origen de coordenada, por ejemplo, en el último piso o en el suelo?

6. ¿Puede un cuerpo en cierto instante tener velocidad cero y aceleración diferente de cero? b) ¿Puede tener velocidad dirigida en un sentido y simultáneamente aceleración dirigida en sentido opuesto? c) ¿Puede aumentar su velocidad mientras su aceleración decrece? Ilustra tus respuestas mediante ejemplos concretos.

7. Una persona que está al borde de un acantilado lanza una esferita de acero hacia arriba con cierta celeridad y luego otra hacia abajo con igual celeridad. ¿Cuál de las esferitas, si es que alguna, choca contra el suelo con mayor velocidad? Desprecia la resistencia del aire.

8. De un misíl próximo a la superficie de la Tierra que está acelerando verticalmente hacia arriba a 9.8 m/s^2, se desprende un proyectil. ¿Cuál es su aceleración?

9. ¿En algún momento es cero la aceleración de un cuerpo que oscila colgado de un hilo? ¿Cuándo es máxima?

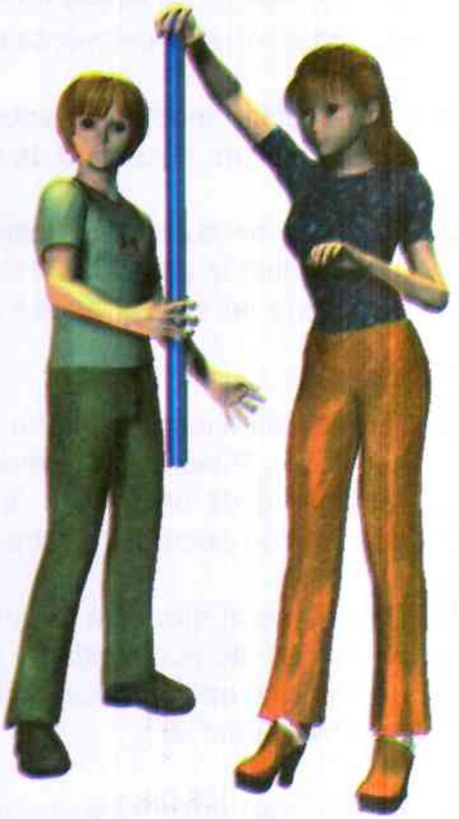
10. ¿Qué sucede con el período de un péndulo formado por un pequeño cuerpo que cuelga de un largo hilo, si se duplican: a) la longitud del hilo, b) la masa del cuerpo.

11. El origen de coordenada para describir el movimiento de un péndulo se tomó en su posición de equilibrio. Si la ecuación de su movimiento es $x = A$ sen ωt, ¿en qué punto se consideró el inicio del movimiento?

3.5.5. Ejercicios de repaso

1. Un estudiante camina en línea recta hasta la cafetería, la cual se encuentra a 15 m de distancia, compra un refresco y luego regresa. Dibuja los gráficos aproximados de *x* vs *t* y de *v* vs *t* correspondientes al movimiento del estudiante.

2. Una persona sostiene un palo de escoba verticalmente. Tú rodeas el palo con una mano, sin tocarlo, y te preparas para atraparlo en cuanto lo suelte. Determina experimentalmente tu tiempo de reacción.



3. Un cuerpo se mueve en línea recta según la ecuación $x = 10 + 20t - 4.9t^2$ (*x* está expresado en metros y *t* en segundos). ¿Cuál es la longitud del camino recorrido al cabo de 3.0 s?

Respuesta: 25 m

4. Desde un helicóptero que se mantiene estacionario se deja caer un paquete, y unos segundos después se deja caer otro. La resistencia del aire puede despreciarse. ¿Se mantendrá igual la diferencia entre sus velocidades a lo largo de la caída? ¿Permanecerá igual la distancia entre ellos?

Respuesta: sí, no

5. Un jugador de baloncesto salta 80 cm verticalmente para "clavar" el balón. a) ¿Cuánto tiempo permanece en la zona de los 10 cm de la parte alta del salto y b) en los 10 cm de la parte baja? ¿Cómo ayudan los cálculos anteriores a comprender por qué el jugador parece quedar suspendido en el aire al "clavar" el balón?

Respuesta: a) 0.29 s, b) 0.023 s

6. Un automóvil viaja a 110 km/h cuando el conductor observa un vehículo atravesado en la vía 50 m delante de él. Medio segundo después aplica los frenos, que a la velocidad que lleva pueden detenerlo en 3.0 s más. ¿Chocará o no? Considera la aceleración durante el frenado constante.

Respuesta: Choca

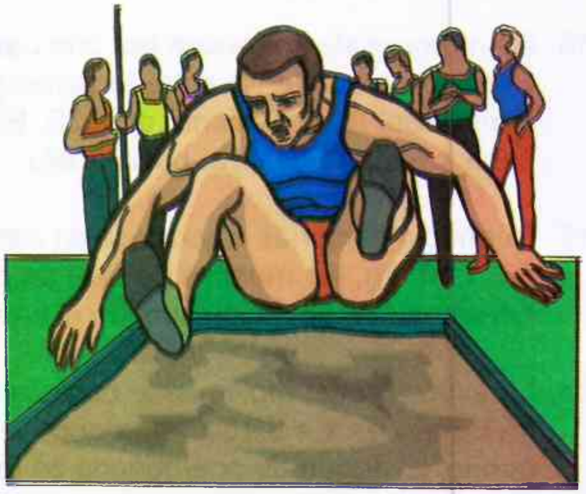
7. Un cuerpo desliza hacia abajo con velocidad constante por un plano inclinado a un ángulo de 22°. Luego es lanzado en sentido contrario por el mismo plano con una velocidad inicial de 4.0 m/s. a) ¿Qué distancia subirá por el plano antes de detenerse? b) ¿Deslizará nuevamente hacia abajo?

   Respuesta: a) 0.9 m, b) No

8. Dibuja la forma del gráfico $v(t)$ para un cuerpo que se ha lanzado verticalmente hacia arriba.

9. Un cohete tiene dos motores, cada uno de los cuales puede comunicarle una aceleración constante dirigida verticalmente hacia arriba. El primer motor produce una aceleración mayor que el segundo, pero trabaja durante un tiempo menor. Los motores no funcionan simultáneamente. ¿En qué orden deben encenderse para que el cohete alcance la máxima altura posible? Sugerencia: traza en un mismo sistema de coordenadas los gráficos de $v(t)$ correspondientes al funcionamiento de cada motor.

   Respuesta: Primeramete el que produce la mayor aceleración y luego el otro.



10. Un estudiante salta y despega del suelo en una dirección que forma un ángulo de 20° con la horizontal y con una celeridad de 8.0 m/s. a) ¿De qué longitud fue su salto? b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanzó durante el salto?

    Respuesta: a) 4.2 m, b) 0.38 m

11. En un tubo de rayos catódicos se proyecta horizontalmente un haz de electrones con celeridad 9.6×10^{6} m/s a la región situada entre un par de placas horizontales de 2.3 cm de largo. El voltaje entre las placas provoca una aceleración de los electrones constante y dirigida hacia abajo, de valor 9.4×10^{14} m/s^2. Encuentra: a) el desplazamiento vertical del haz al pasar a través de las placas, b) la velocidad del haz al salir de las placas.

    Respuesta: a) 2.7 mm, b) 9.9×10^{6} m/s, 13° hacia abajo de la horizontal

12. En 1984 un astronauta salió de la nave en que iba, la cual se encontraba en una órbita circular a 280 km de la superficie de la Tierra. Se alejó de la nave sentado en un sillón que era propulsado por chorros de nitrógeno. a) Calcula la celeridad de su movimiento y compárala con otros datos característicos, por ejemplo, la celeridad de un avión de pasajeros, o la celeridad de la Luna en su movimiento alrededor de la Tierra. b) ¿Cuál fue la longitud del camino recorrido por el astronauta durante los 12 minutos que estuvo fuera de la nave? c) ¿Qué tiempo demoraría en completar una vuelta completa alrededor de la Tierra? El radio de la Tierra es 6.4×10^{6} m.

    Respuesta: a) 7.8 km/s, b) 5.6×10^{3} km, c) 90 min

13. Un satélite de comunicaciones se coloca en una órbita circular de tal modo que se mantiene siempre en un punto sobre el ecuador de la Tierra. Calcula la altura sobre la superficie de la Tierra a la que debe ser puesto en órbita.

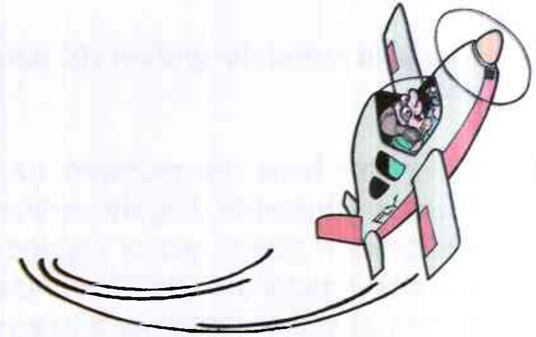
Respuesta: 3.6×10^4 km

14. Sobre un disco horizontal descansa un bloquecito a 20.0 cm del eje de rotación. Cuando el disco alcanza justamente 29 rpm el bloquecito sale despedido. Calcula el coeficiente de rozamiento estático entre el bloquecito y el disco.

Respuesta: 0.19

15. Un avión da "una vuelta mortal" de radio R = 500 m con una celeridad constante v = 360 km/h. Halla la fuerza ejercida por el asiento sobre el piloto, si su masa es m = 70 kg, en las partes inferior y superior de la trayectoria circular.

Respuesta: 7.1×10^2 N, 2.1×10^3 N



16. Un motociclista se mueve por una pared cilíndrica vertical de radio 5.00 m. El coeficiente de rozamiento entre la pared y las ruedas de la motocicleta en la dirección transversal al movimiento es 0,30. Encuentra, en km/h, la velocidad mínima a que debe ir para no deslizar hacia abajo.

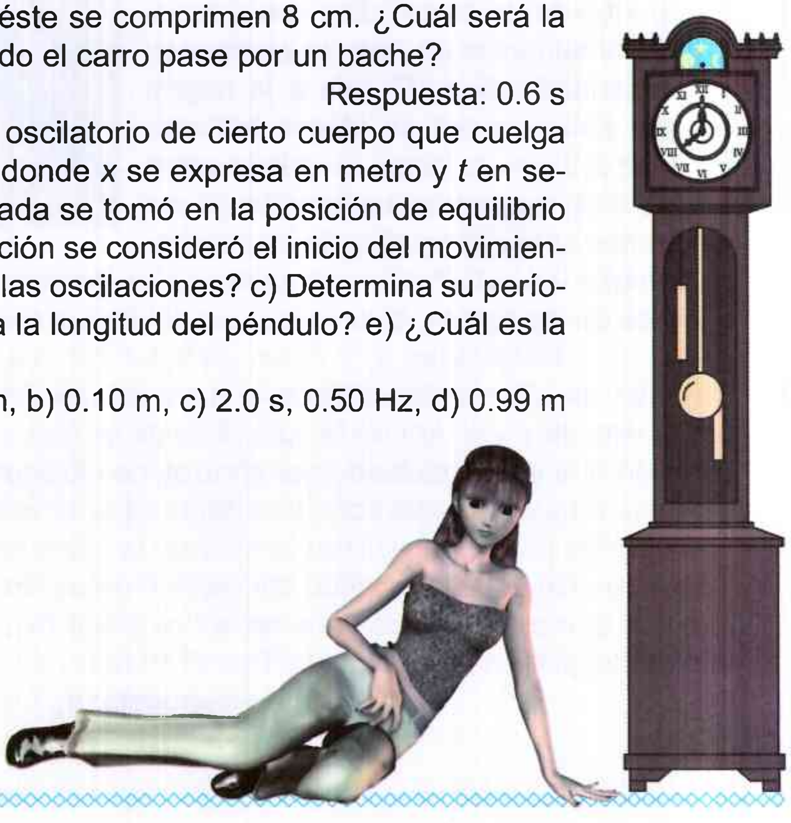
Respuesta: 46 km/h

17. Cuando 4 personas cuya masa en conjunto es 260 kg suben a un automóvil de masa 1.0×10^3 kg, los muelles de éste se comprimen 8 cm. ¿Cuál será la frecuencia de vibración cuando el carro pase por un bache?

Respuesta: 0.6 s

18. La ecuación del movimiento oscilatorio de cierto cuerpo que cuelga de un hilo es $x = 0.10\cos \pi t$, donde x se expresa en metro y t en segundo. El origen de coordenada se tomó en la posición de equilibrio del péndulo. a) ¿En qué posición se consideró el inicio del movimiento? b) Cuál es la amplitud de las oscilaciones? c) Determina su período y frecuencia. d) ¿Cuál era la longitud del péndulo? e) ¿Cuál es la ecuación para la velocidad?

Respuesta: a) En x = 0.10 m, b) 0.10 m, c) 2.0 s, 0.50 Hz, d) 0.99 m



4

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

COMPETENCIAS DISCIPLINARIAS A DESARROLLAR EN EL CAPÍTULO

4.1. Valora la funcionalidad de los conceptos y leyes estudiados para analizar diversas situaciones prácticas, en particular fenómenos de la vida cotidiana.

4.2. Realiza mediciones, evalúa la incertidumbre de ellas, procesa datos y construye gráficos manualmente y mediante medios informáticos, en relación con el estudio de diversos fenómenos.

4.3. Elabora informes que resumen la labor realizada durante los trabajos prácticos.

4.4. Desarrolla disposición para el trabajo colectivo y para evaluar críticamente la labor realizada durante los trabajos prácticos.

4. Actividades prácticas.

Las actividades prácticas son parte esencial del aprendizaje de la Física. Durante ellas se enriquecen con experiencia concreta determinados conocimientos y se obtienen otros; se aprende a razonar a partir de condiciones reales; se desarrollan habilidades para la medición, el manejo de instrumentos y el procesamiento e interpretación de datos; se gana experiencia en la elaboración de informes acerca del trabajo realizado. En resumen, se adquieren conocimientos, habilidades y métodos de trabajo que no es posible obtener mediante otras actividades.

A continuación se incluye un conjunto de actividades prácticas de **Mecánica**, estrechamente relacionadas con el material del texto. Se han agrupado en dos apartados, en el primero se proponen actividades sencillas, que pueden ser realizadas en la casa o el aula. Éstas no exigen realizar mediciones precisas ni evaluar la incertidumbre de los resultados. Su objetivo fundamental es utilizar los conceptos básicos estudiados para analizar reflexivamente diversas situaciones prácticas, así como desarrollar algunas habilidades. Luego le siguen las prácticas de laboratorio, las cuales, como su nombre indica, por lo general deben ser realizadas en el laboratorio, con el instrumental adecuado. En ellas se presta especial atención a las mediciones y a la evaluación de la incertidumbre de los resultados.

4.1. Actividades para la casa o el aula.

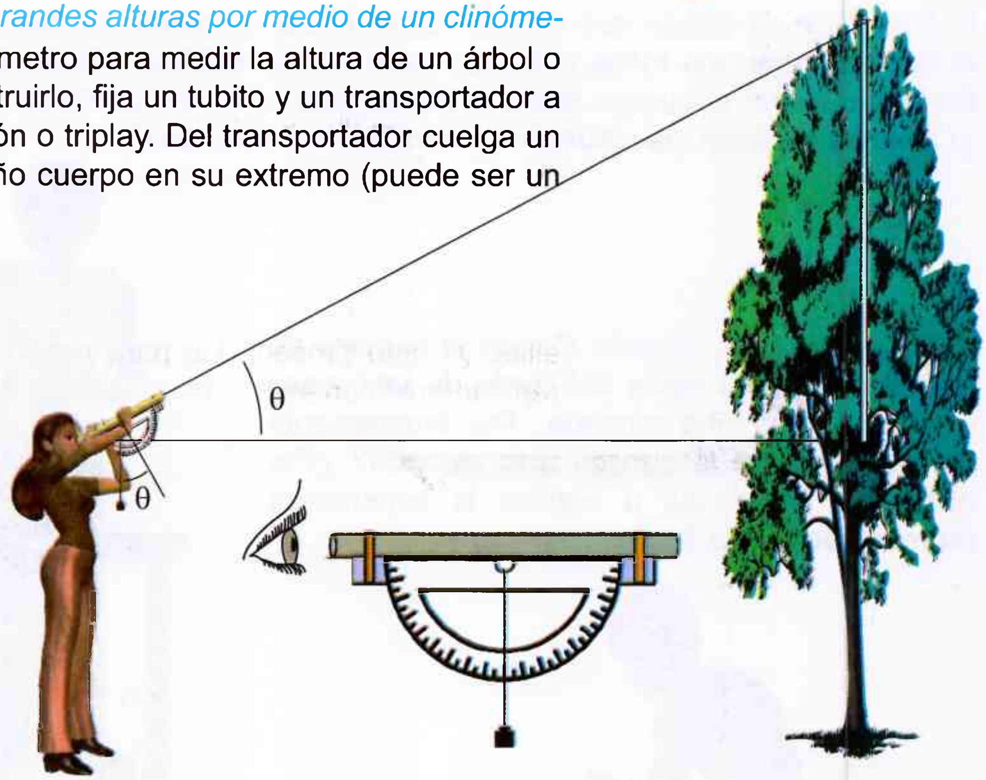
1. *Espesor de una hoja de papel.* Propón y lleva a cabo algún procedimiento para estimar el espesor de una hoja de tu libro de Física, utilizando una regla graduada en milímetros. Señala las principales fuentes de incertidumbre del resultado.

2. *Diámetro de un alambre.* Se tiene un fino alambre y se requiere medir su diámetro, pero solo dispones de una regla graduada en milímetros. ¿Cómo procederías? Realiza la medición. ¿Cuáles son las posibles fuentes de incertidumbre del resultado?

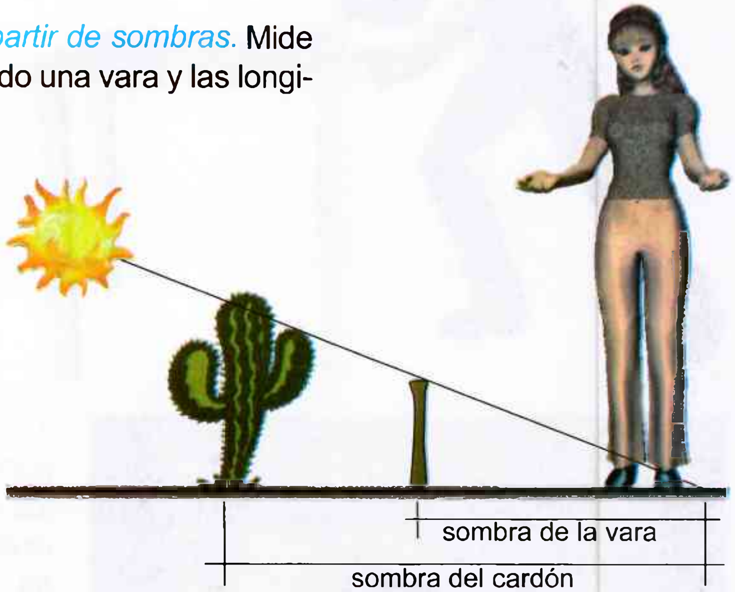
3. *Número de postas en una bolsa.* Se tiene una bolsa llena de postas y se quiere determinar el número de ellas. ¿Cómo procederías para hacerlo rápidamente con ayuda de una balanza?

4. *Diámetro de la Luna.* Un día de cielo despejado y Luna llena, temprano en la mañana sostén una regla graduada en milímetros con el brazo extendido y mide el diámetro aparente de la Luna; mide también la distancia de la regla al ojo. a) ¿Cuál es el ángulo bajo el cual se ve el diámetro de la Luna desde la Tierra (diámetro angular de la Luna)? b) Estima el diámetro de la Luna considerando que está a 3.8×10^8 m de la Tierra.

5. *Mediciones de grandes alturas por medio de un clinómetro.* Utiliza un clinómetro para medir la altura de un árbol o edificio. Para construirlo, fija un tubito y un transportador a un pedazo de cartón o triplay. Del transportador cuelga un hilo con un pequeño cuerpo en su extremo (puede ser un clip).



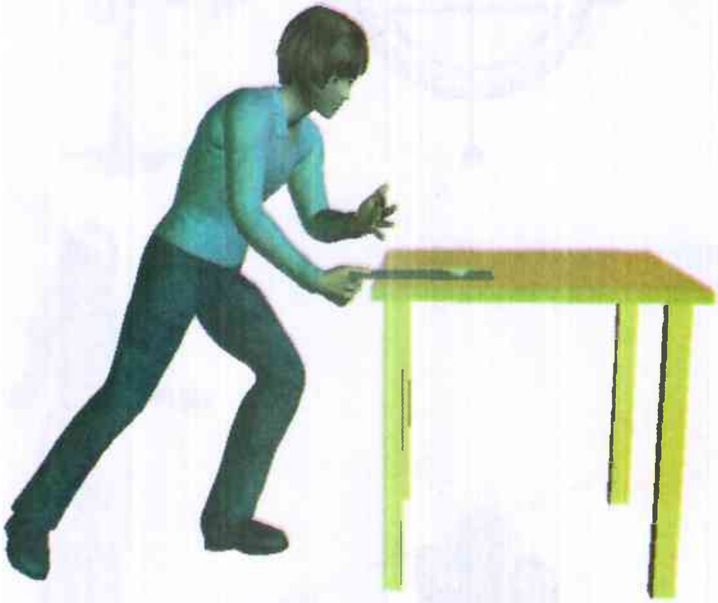
6. *Mediciones de grandes alturas a partir de sombras.* Mide la altura de un edificio o árbol, utilizando una vara y las longitudes de las sombras sobre el suelo.

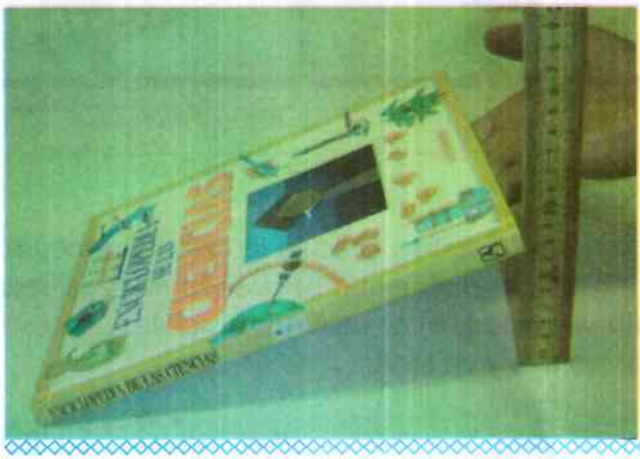


7. *Celeridad de una persona.* Calcula la celeridad media: a) cuando caminas normalmente, b) cuando realizas una carrera a toda velocidad, c) al viajar en bicicleta. Expresa los resultados en m/s y en km/h.

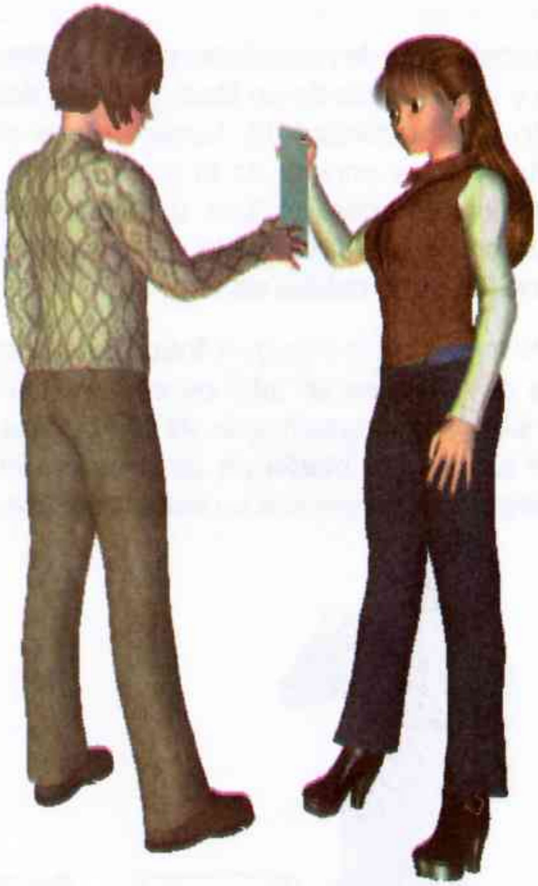
8. *Inercia de un cuerpo que cuelga.* Ata un hilo a un cuerpo de masa 0.5 –1 kg. Coloca el cuerpo sobre una mesa y, tirando poco a poco del hilo, elévalo lentamente. Intenta de nuevo elevar el cuerpo sobre la mesa, pero esta vez dando un tirón brusco al hilo. ¿Cómo se explican los resultados obtenidos en cada caso?

9. *Inercia de una moneda.* Coloca el extremo de una tira de papel cerca del borde de una mesa y encima sitúa una moneda. Tira bruscamente del papel. ¿Qué le sucede a la moneda? ¿Por qué? ¿Te atreverías a realizar la experiencia representada en la figura?





10. *Coeficiente de rozamiento.* ¿Cómo pudieras estimar con ayuda de una regla los coeficientes de rozamiento estático y cinético entre una moneda y la superficie de un libro? Realiza la experiencia, utilizando un libro o cuaderno de carátula dura, para que no se curve.



11. *Tiempo de reacción de una persona.* Sostén un billete por su parte superior, de modo que quede vertical. Otro estudiante coloca sus dedos índice y pulgar cerca del borde inferior del billete y en cuanto lo suelta, intenta atraparlo entre los dedos. Determina su tiempo de reacción.

12. *Caída de cuerpos en el aire.* Deja caer simultáneamente una moneda y un pedacito de papel, de tamaño algo inferior a la moneda. A continuación repite la experiencia, pero esta vez antes de dejarlos caer, coloca el pedacito de papel sobre la moneda ¿Cómo se explica lo sucedido en cada caso?

13. *Velocidad con que podemos lanzar un cuerpo.* Con ayuda de un cronómetro determina la velocidad máxima con que puedes lanzar un cuerpo verticalmente hacia arriba, así como la altura que alcanza. Precisa las simplificaciones realizadas al resolver el problema.

14. Velocidad inicial de un cuerpo que desliza. Determina el coeficiente de rozamiento cinético entre una moneda y la superficie de un libro, siguiedo del procedimiento de la actividad 10. Luego coloca el libro horizontalmente y encima de él una moneda. Impulsa otra moneda sobre el libro, de modo que choque con la primera. Determina la velocidad con que sale la moneda que estaba en reposo.

15. Velocidad inicial de un proyectil. Introduce unas tres cabezas de cerillo en un tubo de ensayo, cierra el tubo y sitúalo horizontalmente. Al calentar las cabecitas de fósforo por medio de un mechero el tapón sale disparado. Determina su velociad de salida.

16. Velocidades lineal y angular en un reloj. Consigue un reloj de pulsera y determina las velocidades lineal y angular del extremo de: a) el segundero, b) el minutero. Expresa los resultados de la primera en m/s y mm/s.

4.2. Prácticas de laboratorio.

Un aspecto central de las prácticas de laboratorio, que aparecen a continuación, es el manejo de ciertos instrumentos y la realización de mediciones. Sin embargo, las prácticas no se reducen a ello.

Otro importante aspecto consiste en la preparación previa de los estudiantes para el trabajo en el laboratorio. Durante esa preparación deben comprender la problemática que abordarán y el objetivo de la práctica, saber deducir las ecuaciones que utilizarán, así como conocer el contenido del trabajo a realizar.

Y no menos importante que todo lo anterior es la labor posterior a la sesión de trabajo en el laboratorio: cálculos, evaluación de la incertidumbre de los resultados, construcción de gráficas, respuesta a las preguntas formuladas y, finalmente, la elaboración del informe o reporte de la práctica.

En general, el **informe de cada práctica** debe constar de tres partes fundamentales: una, donde se expone la problemática abordada en la práctica y su objetivo; otra, donde se recogen los resultados de las mediciones realizadas, se explica cómo se realizó el cálculo de la incertidumbre de dichos resultados, se presentan, en los casos que corresponda, los gráficos y se responden las preguntas formuladas; la última parte del informe consiste en una breve conclusión donde se da una valoración de los resultados obtenidos y del procedimiento empleado y se proponen variantes para mejorar el trabajo.

4.2.1. Determinación de la densidad de un material.

Materiales e instrumentos: balanza; pie de rey; cuerpo con forma de paralelepípedo rectangular.

La **densidad** es una de las propiedades características de los materiales. Su medición puede servir de ayuda para conocer la pureza de una sustancia, la composición de un material, u otras propiedades de él. Ya antes de nuestra era Arquímedes utilizó el concepto de densidad para determinar si la corona confeccionada para el rey Hierón de Alejandría era de oro puro o no.

El procedimiento más común para determinar la densidad de un material consiste en medir la **masa** y el **volumen** de un cuerpo formado de él y utilizar la ecuación:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

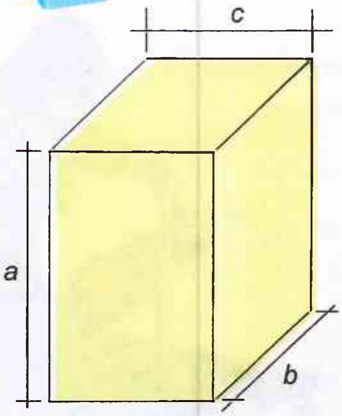
Si el cuerpo tiene forma regular, su volumen puede ser calculado midiendo sus dimensiones. Ése será el procedimiento utilizado en esta práctica.

El objetivo de la práctica es, además de medir la densidad de un material, familiarizarse con el uso de instrumentos básicos de medición de longitud y masa, así como con la evaluación de la incertidumbre del resultado.

1. Familiarízate con el manejo y las escalas de la balanza y el pie de rey que utilizarás. ¿Cuál puede considerarse la incertidumbre instrumental de cada uno de ellos? En el caso de la balanza, asegúrate de que su "cero" esté debidamente ajustado.

2. Mide la masa *m* del cuerpo y expresa el resultado acompañado de su incertidumbre. Calcula la incertidumbre relativa, *u*(*m*)/*m*.

m	*u*(*m*)	*u*(*m*)/*m*
________ g = ________ kg		



3. Mide las dimensiones lineales del cuerpo *a*, *b*, *c* y expresa los resultados acompañados de sus incertidumbres. Calcula las incertidumbres relativas *u*(*a*)/*a*, *u*(*b*)/*b* y *u*(*c*)/*c*. A partir de las dimensiones lineales del cuerpo determina su volumen *V* y la incertidumbre relativa de éste *u*(*V*)/*V*.

a	*u*(*a*)	*u*(*a*)/*a*
______ cm = ________ m		

b	*u*(*b*)	*u*(*b*)/*b*
______ cm = ________ m		

c	*u*(*c*)	*u*(*c*)/*c*
______ cm = ________ m		

V	*u*(*V*)/*V*	*u*(*V*)

La tarea del docente es **enseñar a aprender** a sus alumnos y la nuestra es **aprender a aprender**. Uno de los objetivos de esta práctica es que nos familiaricemos con las cifras significativas, así como con las incertidumbres. Información detallada en las páginas 35-49 de este libro.

4. Utilizando la ecuación $\rho = m/V$ determina la densidad y la incertidumbre del resultado, $u(\rho)$. Expresa el resultado en la forma: $\rho \pm u(\rho)$.

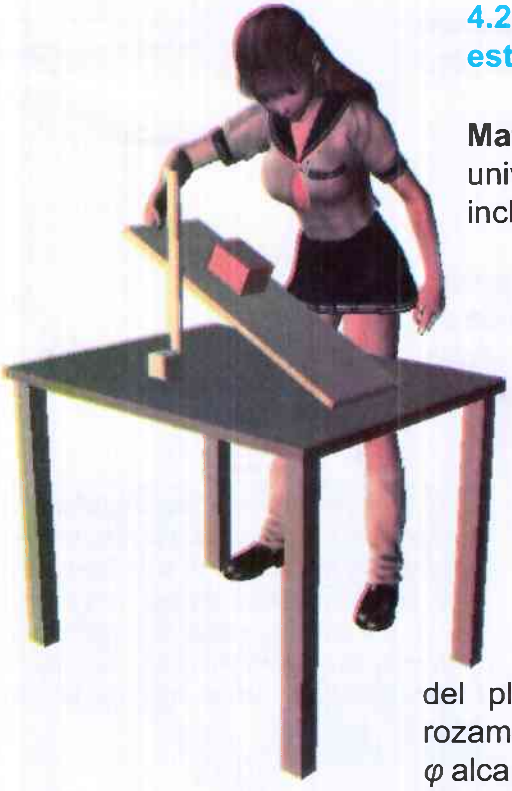
ρ	$u(\rho)/\rho$	$u(\rho)$

ρ = (__________ ± __________) kg/m^3

5. Con ayuda de una tabla de densidades trata de decidir cuál es el material de que está constituido el cuerpo dado.

6. ¿Crees tú que de haber utilizado otros cuerpos del mismo material el resultado hubiese sido exactamente el mismo? De no ser el mismo, ¿cómo reportar el resultado y evaluar su incertidumbre?

4.2.2. Determinación del coeficiente de rozamiento estático entre las superficies de dos cuerpos sólidos.



Materiales e instrumentos: bloque; plano; soporte universal, doble nuez y varilla para sostener el plano inclinado; cartabón, regla graduada en milímetro.

La fuerza de rozamiento está presente prácticamente en todas las actividades que realizamos. Surge siempre que intentamos poner en movimiento o durante el movimiento de un cuerpo en relación a otro con el cual está en contacto y siempre se opone al movimiento.

Cuando un cuerpo está en reposo sobre un plano inclinado, hay una fuerza de rozamiento estático que se opone a su deslizamiento. Si la inclinación del plano se incrementa poco a poco, la fuerza de rozamiento también, pero para cierto ángulo de inclinación φ alcanza su valor máximo y el cuerpo comienza a deslizar. El **coeficiente de rozamiento estático** es:

$$\mu_s = \tan\varphi$$

Cuando la experiencia se repite el ángulo para el cual el cuerpo comienza a deslizar no siempre es exactamente el mismo, lo cual se debe a modificaciones **aleatorias**, incontrolables de las condiciones de la experiencia.

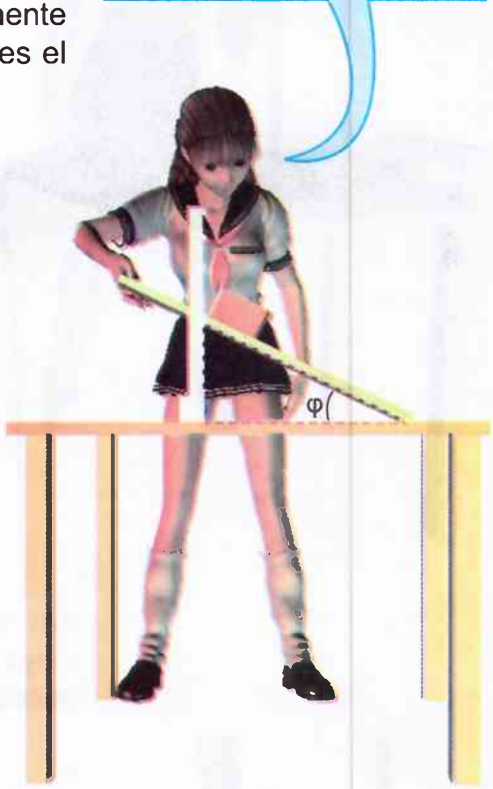
El objetivo de esta práctica consiste en determinar el coeficiente de rozamiento estático entre dos superficies, siguiendo el procedimiento anteriormente descrito. También se evaluará la incertidumbre del resultado debida a efectos aleatorios.

1. Deduce la expresión $\mu_s = \tan\varphi$ para la situación de la figura. Puedes apoyarte en la solución del ejemplo 2.14 del texto.

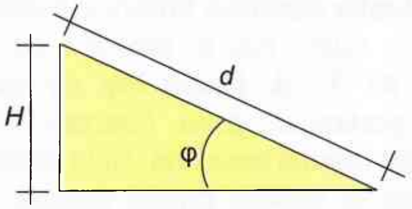
Es necesario encontrar el por qué de la expresión $\mu_s = \tan\varphi$, ya que esta no es un principio o una ley.

2. Traza una marca en el plano, a cierta distancia *d* de la base y mide dicha distancia. Coloca el cuerpo sobre el plano y poco a poco aumenta su inclinación, hasta que comience a deslizar. Es posible hallar la tangente del ángulo de inclinación φ a partir de la distancia *d* y la altura *H* a que se encuentra la marca. Mide la altura *H* con ayuda del cartabón. Luego, mediante una calculadora, primeramente determina $\varphi = \text{sen}^{-1} H/d$ y a continuación tan φ. Ése es el valor del coeficiente de rozamiento estático μ_s.

En la página 41 se dan las indicaciones para obtener la media y la desviación estándar, usando Excel.



d	*H*	$\varphi = \text{sen}^{-1} H/d$	$\mu_s = \tan\varphi$



3. Repite la experiencia y los cálculos anteriores unas 10 veces. Halla el valor medio de los resultados $\bar{\mu}$ y la desviación estándar σ. Ésta representa la incertidumbre del coeficiente de rozamiento debida a efectos aleatorios $u_a(\mu)$.

d	*H*	$\varphi = \text{sen}^{-1} H/d$	$\mu_s = \tan\varphi$

$$\mu_s = \bar{\mu}_s \pm \sigma$$

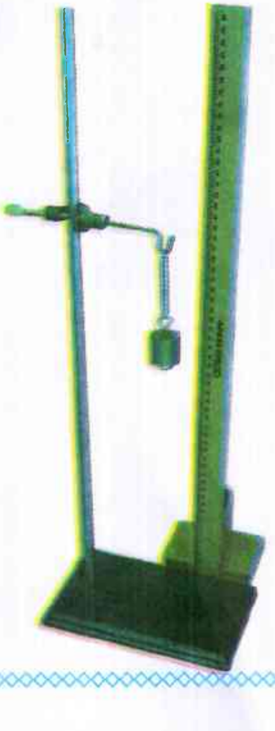
μ_s = ____________ ± ____________

4.2.3. Ley de Hooke. Medición de la constante elástica.

Materiales e instrumentos: resorte o liga; juego de cuerpos de masas conocidas; soporte universal, doble nuez y pinza para sujetar el resorte o liga; regla graduada en milímetros, preferiblemente de unos 50 cm de largo; papel milimétrico.

En muchos casos cuando un cuerpo se deforma se ejerce una fuerza que es directamente proporcional a la deformación. Esta relación entre deformación y fuerza se conoce como **ley de Hooke**, en honor a Robert Hooke científico británico contemporáneo de Newton, quien fue el primero en expresarla alrededor de 1676. Dicha ley se cumple muy bien, en particular, para cuerpos metálicos y formados de ciertos cauchos. Si la deformación es muy grande el cuerpo puede quedar deformado permanentemente o quebrarse y se dice que se ha sobrepasado su **límite de elasticidad**.

Un resorte o una liga son ejemplos de cuerpos elásticos cuya deformación puede ser notable y, por tanto, fácilmente medible.



El objetivo de esta práctica consiste en verificar el cumplimiento de la ley de Hooke para un resorte o liga y determinar la constante elástica de estos cuerpos.

1. Con ayuda del soporte, suspende el resorte. Coloca la regla verticalmente junto al resorte de modo que facilite la medición de los alargamientos de éste. Cuelga de su extremo diferentes cargas y mide los estiramientos correspondientes. Cuando la carga está en equilibrio, el valor de la fuerza elástica es igual al de la fuerza de gravedad. Confecciona una tabla de tres columnas, masa, fuerza elástica y estiramiento. Trata de llenar por lo menos 5 filas de la tabla.

Masa (*m*)		Fuerza (*F*)	Estiramiento (*x*)	
g	kg	N	cm	m

2. En el papel milimetrado construirás el gráfico de fuerza elástica vs estiramiento. Para ello traza un sistema de ejes coordenados y selecciona las escalas adecuadas. Después de ubicar los puntos, traza una línea que pase entre ellos, dejando aproximadamente la misma cantidad de un lado que de otro.

3. ¿A qué conclusión puedes llegar a partir de la forma de la línea? ¿Cómo explicas que no pase exactamente por todos los puntos experimentales? Si la línea no pasara por el origen de coordenadas, ¿qué explicación tendría esto?

4. A partir del gráfico determina la constante elástica del resorte. Señala posibles fuentes de incertidumbre debidas a la utilización de este procedimiento gráfico para determinar *k*.

5. Ahora repetirás la construcción del gráfico y el cálculo de la pendiente, pero esta vez con ayuda de una **hoja de cálculo**. Si utilizas Excel, para ubicar los puntos en un sistema de coordenadas puedes proceder del modo siguiente. Introduce los valores obtenidos para el alargamiento del resorte y la fuerza elástica en dos columnas de la hoja, selecciónalos con el puntero del mouse y sigue esta secuencia: Insertar – Gráfico – XY(Dispersión). Para trazar la línea y encontrar la pendiente, puedes seguir la secuencia: Gráfico – Agregar línea de tendencia – Opciones – Presentar ecuación en el gráfico. Compara el resultado obtenido de este modo con el anterior. ¿Con cuál de los dos procedimientos el resultado será más fiable? Argumenta.

La movilización de recursos de matemáticas facilita la comprensión de esta práctica. La ecuación $y = mx + b$ nos permite comprender la ecuación que presenta Excel, sin olvidar que en nuestro caso $y = F$.

4.2.4. Caída libre: medición de la aceleración de la gravedad.

Instrumentos y materiales: figura con el registro de iguales intervalos de tiempo de las posiciones de un cuerpo que cae; regla graduada en milímetro; papel milimétrico.

El estudio del movimiento de los cuerpos bajo la acción de la fuerza de gravedad –caída vertical y por planos inclinados, lanzamiento de proyectiles– tuvo gran importancia para el desarrollo de la Física. Durante él se elaboraron conceptos e ideas iniciales de la Mecánica. Por su parte, la determinación del valor de la aceleración de la gravedad sirvió de base para el establecimiento por Newton de la ley de Gravitación Universal, y luego de la medición de la constante de gravitación universal, para determinar la masa de nuestro planeta. Pero incluso en la actualidad, la medición de la aceleración de la gravedad con elevada precisión es utilizada en prospecciones geológicas y para monitorear el movimiento de placas tectónicas y la actividad sísmica.

Si la resistencia del aire es despreciable, entonces es posible considerar que la única fuerza que actúa sobre el cuerpo es la de gravedad. En tal caso se dice que el cuerpo cae libremente, o que se trata de una **caída libre**. Como la caída libre se realiza bajo una fuerza constante, la aceleración también es constante. Por consiguiente, el procedimiento más directo para determinar la aceleración de la caída, consiste en medir el tiempo que el cuerpo demora en recorrer cierta distancia y utilizar la ecuación:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

Si el tiempo comienza a medirse cuando se inicia la caída y el origen de coordenada se elige en la posición que tenía el cuerpo en reposo, entonces $v_0 = 0$ y $y_0 = 0$.

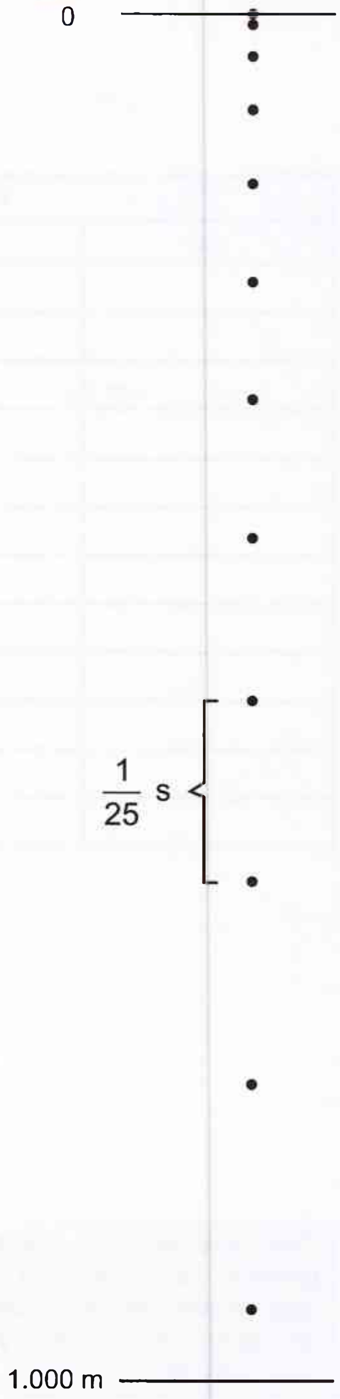
De modo que la ecuación anterior queda $y = ½\, gt^2$, de donde:

$g = 2y/t^2$, por lo que si se miden y y t, puede ser determinado el valor de g.

Desde la década de 1950 en que se hizo posible medir el tiempo de caída de un cuerpo con elevada precisión, se extendió en la ciencia este procedimiento para medir g, basado en la caída libre de un cuerpo. Anteriormente se hacía a partir de las oscilaciones de un péndulo. Sin embargo, en las escuelas muchas veces no se dispone del equipamiento requerido para medir el tiempo con suficiente precisión. Por eso, en esta práctica utilizamos una figura construida a partir de las imágenes fotográficas de un cuerpo que cae, tomadas cada iguales intervalos de tiempo. La toma de fotografías y el análisis de ellas es una técnica frecuentemente utilizada en la ciencia durante la realización de observaciones y experimentos y aquí la empleamos para el estudio de un cuerpo que cae.

El objetivo de la práctica es construir el gráfico que describe el movimiento de un cuerpo que cae y también determinar la aceleración de la gravedad.

1. En la figura aparecen registradas las posiciones de un cuerpo que cae cada 1/25 s. En las partes superior e inferior se trazaron dos líneas horizontales que indican los extremos de una regla de un metro de longitud, la cual estaba colocada junto al cuerpo que caía. Eso te permite determinar el factor de escala de la figura (la razón entre las dimensiones reales y las de la figura). Mide en la figura la longitud equivalente a un metro y calcula el factor de escala.



________ cm = 1.000 m

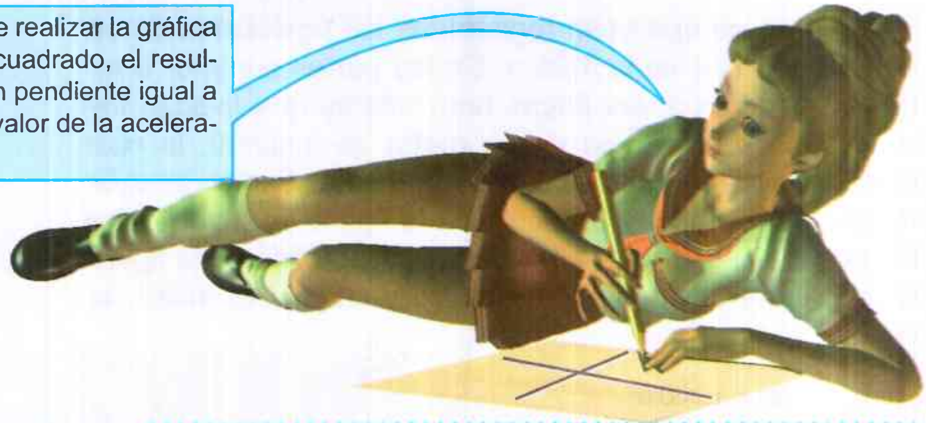
2. Tomando como origen de coordenadas la posición inicial del cuerpo determina las posiciones representadas. Si las multiplicas por el **factor de escala**, tendrás las posiciones reales. Prepara una tabla de posición–tiempo.

Posición			Tiempo	$(\text{Tiempo})^2$
cm	m	m (Escala)	s	s^2

3. En el papel milimetrado construirás el gráfico de $y(t)$. Para ello traza un sistema de ejes coordenados y selecciona las escalas adecuadas. Después de ubicar los puntos, dibuja una línea "suave" que los atraviese. ¿Qué curva esperas que sea esa línea?

4. A partir de los últimos valores de tiempo y posición de la tabla y utilizando la ecuación $g = 2y/t^2$, caldula el valor de g.

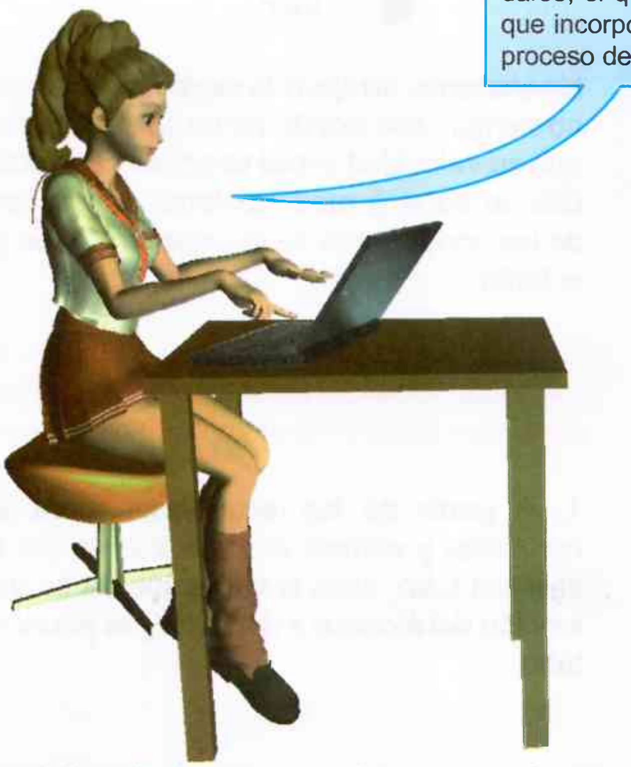
Como alternativa, se puede realizar la gráfica posición contra tiempo al cuadrado, el resultado es una línea recta con pendiente igual a g/2, de aquí se obtiene el valor de la aceleración gravitatoria.



5. Ahora repetirás la construcción del gráfico y el cálculo de la pendiente, pero esta vez con ayuda de una **hoja de cálculo**. Si utilizas Excel, para ubicar los puntos en un sistema de coordenadas puedes proceder del modo siguiente. Introduce los valores de tiempo y posición en dos columnas de la hoja, selecciónalos con el puntero del mouse y sigue la secuencia: Insertar – Gráfico – XY(Dispersión). Para trazar la línea y encontrar la pendiente puedes seguir la secuencia: Gráfico – Agregar línea de tendencia – Polinomial – Orden:2 – Opciones – Presentar ecuación en el gráfico.

6. Puedes determinar el valor de g, contrastando la ecuación que aparece en el gráfico con la ecuación general de un cuerpo que cae, $y = \frac{1}{2} gt^2 + v_0t + y_0$. En la ecuación del gráfico, el coeficiente del término en que el tiempo está elevado al cuadrado debe ser igual a $\frac{1}{2}g$. De ahí puedes obtener el valor de g.

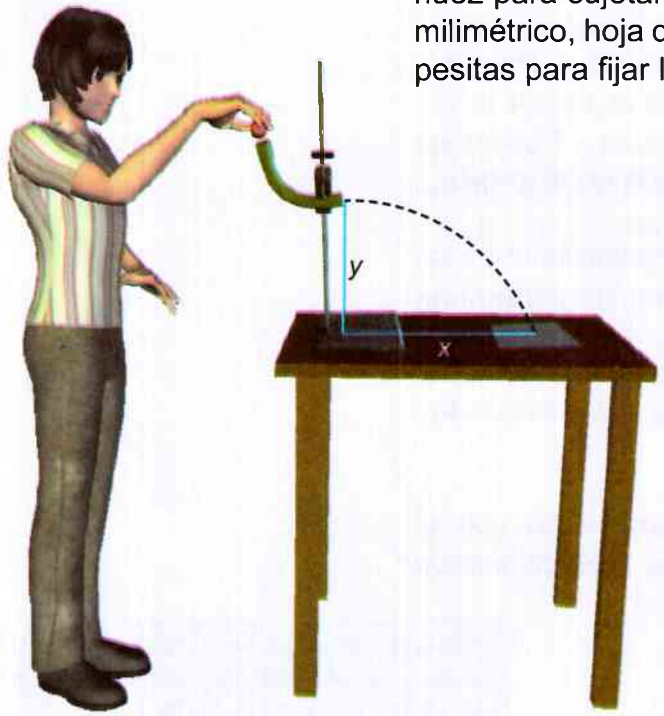
Compara el resultado encontrado de este modo con el obtenido anteriormente. ¿Cuál de los dos procedimientos dará un resultado más fiable? Argumenta.



La innovación tecnológica llegó para quedarse, si quieres ser competente, tienes que incorporarla como herramienta en el proceso de enseñanza aprendizaje.

4.2.5. Estudio del movimiento de un proyectil.

Materiales e instrumentos: balín, tubo o canal curvo por donde pueda rodar el balín, soporte universal y doble nuez para sujetar el tubo o canal, plomada, cinta de papel milimétrico, hoja de papel cebolla, pedazo de papel carbón, pesitas para fijar los papeles.



Un **proyectil** es cualquier cuerpo que se ha lanzado. En esta práctica el proyectil consistirá en un balín que se introduce en un tubo y rueda por él hasta salir con cierta velocidad horizontal. Si la resistencia del aire es despreciable, entonces es posible descomponer su movimiento en un movimiento horizontal con velocidad constante y otro vertical, con aceleración constante. Conociendo la altura *y* a que está el extremo del tubo y la distancia horizontal *x* recorrida por el balín, o sea su **alcance**, es posible determinar la velocidad con que sale del tubo.

Las ecuaciones de las componentes horizontal y vertical del movimiento parabólico, las encontrarás en las páginas 180-185.

No obstante, al repetir la experiencia se observa que el balín no siempre cae exactamente en el mismo lugar, lo cual indica que su velocidad inicial tampoco es exactamente la misma. Ello se debe a modificaciones **aleatorias**, incontrolables, de las condiciones de la experiencia, en particular al soltar el balín.

El objetivo de esta práctica consiste en determinar la velocidad inicial del balín al salir del tubo, así como evaluar la incertidumbre del resultado debida a los efectos aleatorios.

1. A partir de las ecuaciones para las componentes horizontal y vertical del movimiento del balín después de salir del tubo, halla la expresión de su velocidad inicial en función del alcance *x* del balín y la altura *y* a la que sale del tubo.

2. Realiza el montaje de la instalación de acuerdo con la figura. Mide la altura *y* sobre la superficie de la mesa a la que saldrá el balín y evalúa su incertidumbre *u*(*y*). Calcula la incertidumbre relativa *u*(*y*)/*y*.

y	*u*(*y*)	*u*(*y*)/*y*

y = (__________ ± __________) m

3. Cuelga la plomada del extremo del tubo, de modo que indique la proyección sobre la mesa del punto de salida del balín. El alcance del balín lo medirás a partir de ese punto.

4. Deja rodar el balín por el tubo y observa el lugar donde cae. Coloca sobre esa zona un pedazo de papel carbón y encima uno de papel cebolla. Los papeles puede fijarse con ayuda de las pesitas. Cuando el balín golpea el papel, queda marcado el lugar donde cayó. El alcance se mide con ayuda de la cinta milimétrica. Evalúa la incertidumbre correspondiente a una medición única del alcance, *u*(*x*) y calcula la incertidumbre relativa *u*(*x*)/*x*.

x	*u*(*x*)	*u*(*x*)/*x*

x = (__________ ± __________) m

5. Repetirás la experiencia de dejar caer el balín por el tubo, en total unas 40 veces, pero cuando llegues a 10, mide y anota los resultados obtenidos hasta el momento y cambia el pedazo de papel cebolla por otro. De lo contrario pudiera dificultarse distinguir una marca de otra.

x

x

x

x

6. Calcula el valor medio $\overline{x}$ y la desviación estándar σ de los resultados obtenidos para el alcance. Esta última representa la incertidumbre en la medición del alcance debida a efectos aleatorios, $u_a(x)$. Calcula la incertidumbre relativa $u_a(x)/\overline{x}$ y compárala con las incertidumbres relativas de una medición única del alcance $u(x)/x$ y de la medición de la altura de dónde sale la esferita $u(y)/y$, halladas anteriormente. Si éstas últimas resultan pequeñas, entonces pueden despreciarse y la incertidumbre total de la velocidad estará determinada casi únicamente por la incertidumbre debida a los efectos aleatorios, concretamente: $u(v)/v = u_a(x)/\overline{x}$.

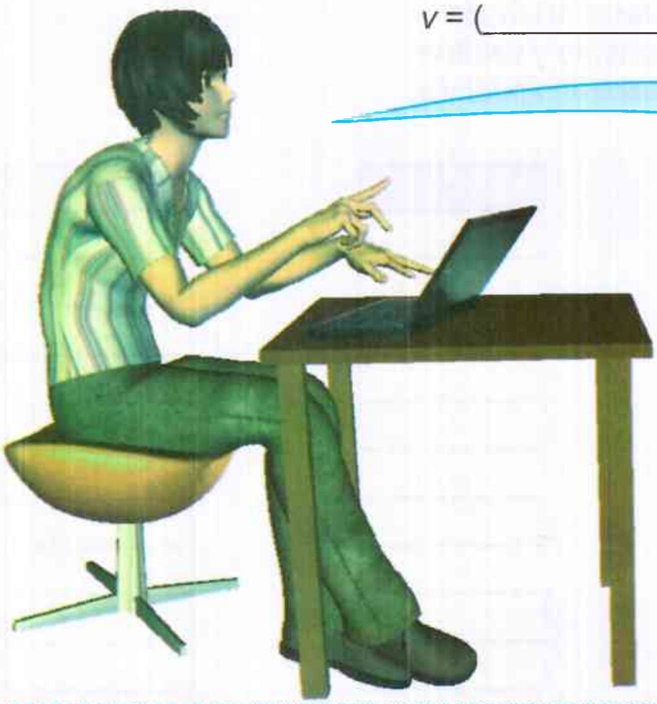
x	$u(x)$	$u(x)/x$

x = (__________ ± __________) m

7. Determina la velocidad inicial del proyectil y la incertidumbre del resultado.

v	$u(v)$	$u(v)/v$

v = (__________ ± __________) m/s



El cálculo de la media y de la desviación estándar se facilita enormemente usando Excel, pero también puedes usar una calculadora científica.

4.2.6. Determinación de la aceleración de la gravedad mediante un péndulo.

Materiales e instrumentos: péndulo formado por un hilo y un pequeño cuerpo que cuelga de él; soporte universal, doble nuez y pinza para suspender el péndulo; regla graduada en milímetros; cronómetro.

Se llama **péndulo** a un cuerpo sólido que puede oscilar suspendido de cierto punto o apoyado en él, debido a la acción de la fuerza de gravedad.

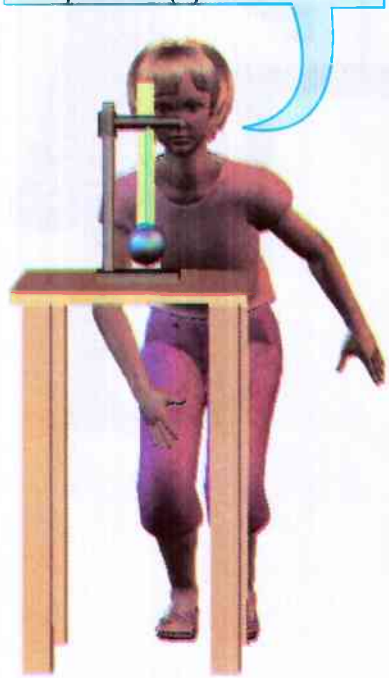
El péndulo ha tenido notable interés en la ciencia y en general en la vida. A Christtiaan Huygens se atribuye su utilización a partir de 1656 para controlar el tiempo en los relojes. También ha sido ampliamente utilizado para realizar mediciones de la aceleración de la gravedad *g*, aunque desde la década de 1950 comenzó a ser reemplazado en este propósito por mediciones basadas en la caída de un cuerpo.

Cuando el péndulo oscila con pequeña amplitud angular su período es independiente de ésta, propiedad que se conoce como **isocronismo del péndulo**. Galileo Galilei descubrió dicha propiedad alrededor de 1583 al observar las oscilaciones de una lámpara en la catedral de Pisa y comparar la duración de ellas con el período de sus pulsaciones.

Un tipo simple de péndulo es el denominado **péndulo simple**. Éste consiste en un cuerpo, por lo común esférico, que cuelga de un hilo prácticamente inextensible cuya masa puede despreciarse. Si la resistencia del aire es también despreciable y las oscilaciones son de pequeña amplitud, entonces el período de sus oscilaciones es:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ De ahí que: $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$

Primeramente mide la distancia que hay de la superficie de la mesa al punto de suspensión del hilo y luego la distancia de la mesa al centro de masa del cuerpo que cuelga, la diferencia es la longitud del péndulo (L).



El objetivo de esta práctica consiste en determinar el valor de la aceleración de la gravedad por medio de un péndulo simple, así como evaluar la incertidumbre del resultado.

1. Monta el péndulo y mide la distancia desde el punto de suspensión hasta el centro de masa del cuerpo que cuelga, ésta es la longitud L del péndulo. Valora la incertidumbre de esta medición, $u(L)$ y expresa el resultado acompañado de ella. Presta atención a que la incertidumbre no es solo la debida al instrumento, sino también a la apreciación, en particular al precisar los puntos entre los cuales se mide la longitud. Calcula también la incertidumbre relativa $u(L)/L$.

Longitud del péndulo (L)		$u(L)$	$u(L)/L$
cm	m	m	

L = (__________ ± __________) m

2. Haz oscilar el péndulo con pequeña amplitud angular. Mide el tiempo correspondiente a unas 100 oscilaciones y calcula el período. Al valorar la incertidumbre en la medición del período considera la incertidumbre instrumental del cronómetro, pero también la debida a la operación de sincronización de la puesta en funcionamiento y detención del cronómetro con el paso del péndulo por cierta posición. Ésta última puede ser hasta de 0.2 s. Expresa el período T del péndulo acompañado de su incertidumbre $u(T)$. Calcula la incertidumbre relativa $u(T)/T$

$100T$	T	$u(100T)$	$u(T)$	$u(T)/T$
s	s	s	s	

T = (__________ ± __________) s

3. Determina el valor de g y su incertidumbre $u(g)$. Para calcular ésta última considera que la incertidumbre relativa total es:

$$\frac{u(g)}{g} = \sqrt{\left[\frac{u(L)}{L}\right]^2 + \left[2\frac{u(T)}{T}\right]^2}$$

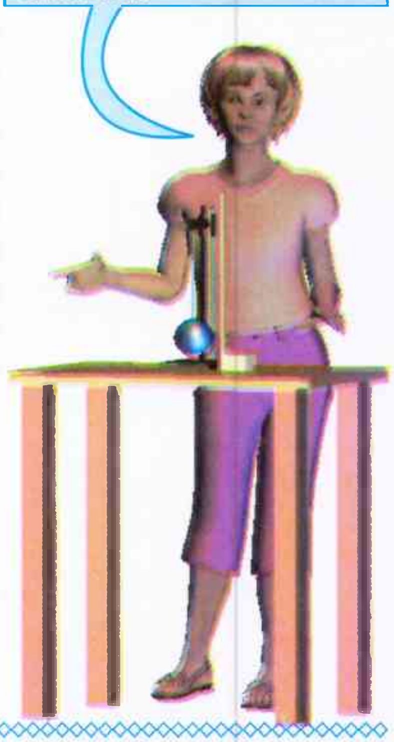
De aquí que $u(g) = g\sqrt{\left[\frac{u(L)}{L}\right]^2 + \left[2\frac{u(T)}{T}\right]^2}$

Los cálculos pueden simplificarse si uno de los dos términos, *u*(*L*)/*L* o 2*u*(*T*)/*T* es pequeño con relación al otro, el cual podemos despresiar.

Aceleración gravitatoria (*g*)	*u* (*g*)/*g*	*u* (*g*)
m/s²		m/s²

4. Expresa el resultado de la aceleración de la gravedad *g*, acompañado de su incertidumbre *u*(*g*). ¿Qué otras fuentes de incertidumbre no consideradas en esta práctica pudieran influir en el resultado?

g = (____________ ± ____________) m/s²



La aceleración gravitatoria (*g*) es de uso frecuente en diversos temas de Física, y siempre nos preguntamos cómo se obtuvo su valor (9.8 m/s²); pues lo que hemos hecho en esta práctica es determinar precisamente este valor.

4.2.7. Oscilaciones de un cuerpo sujeto a un resorte o liga.

Materiales e instrumentos: resorte o liga, cuerpo de masa conocida, cuerpo de masa desconocida, soporte universal, doble nuez y pinza para sujetar el resorte o liga; cronómetro.

Para un resorte (o liga) la relación entre el estiramiento y la fuerza elástica cumple con la ley de Hooke: $F = -kx$. Si un cuerpo oscila horizontalmente sujeto al extremo de un resorte y el rozamiento puede despreciarse entonces ésa es la única fuerza horizontal que actúa sobre él. Y puesto que la fuerza es del tipo $F = -kx$, sus oscilaciones son **armónicas simples** y el período viene dado por la ecuación:

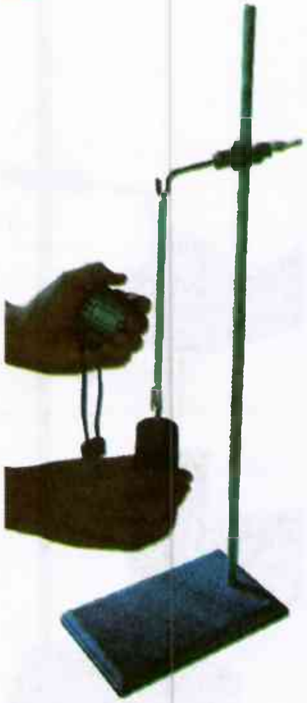
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \text{, de donde } k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

Si el cuerpo oscila verticalmente la única fuerza ejercida sobre él no es la del resorte, también actúa la fuerza de gravedad. En este caso la fuerza neta es $F = -k\Delta y$, donde k es la constante elástica del resorte y Δy su estiramiento **medido a partir de la posición de equilibrio**. En efecto, en la posición de equilibrio ambas fuerzas están compensadas, pero cuando el resorte se estira (o comprime) más allá de ella, la fuerza elástica aumenta (o disminuye) proporcionalmente.

Si se toma el origen de coordenada en la posición de equilibrio, entonces la fuerza neta sobre el cuerpo puede escribirse $F = -ky$. En otras palabras, el cuerpo oscila alrededor de la posición de equilibrio sometido a una fuerza del tipo que produce oscilaciones armónicas simples, por lo que las expresiones del período de las oscilaciones y la constante elástica escritas anteriormente siguen siendo las mismas.

El objetivo de esta práctica consiste en determinar la constante elástica del resorte a partir de la medición del período de las oscilaciones de un cuerpo que cuelga de él y de la masa de éste. Luego se procederá a la inversa y, conocida la constante elástica, se determinará la masa de cierto cuerpo la cual se comparará con el resultado obtenido mediante una la balanza.

1. Con ayuda del soporte suspende el resorte verticalmente y cuelga el cuerpo de masa conocida de su extremo. Desplaza el cuerpo de la posición de equilibrio y luego suéltalo para que oscile libremente. Mide el tiempo correspondiente a unas 20 oscilaciones y calcula el período. Al valorar la incertidumbre del resultado considera la incertidumbre instrumental del cronómetro y la debida a la sincronización de su puesta en funcionamiento y detención con el paso del cuerpo por cierta posición. Esta última incertidumbre puede ser hasta de 0.2 s. Expresa el período T del péndulo acompañado de su incertidumbre $u(T)$. Calcula la incertidumbre relativa $u(T)/T$.



$20T$	T	$u(20T)$	$u(T)$	$u(T)/T$
s	s	s	s	

T = (____________ ± ____________) s

2. A partir del período T y la masa m del cuerpo que oscila, halla la constante elástica k del resorte. Al calcular la incertidumbre del resultado, considera que la incertidumbre debida a la masa es pequeña comparada con la debida al período. En tal caso la incertidumbre relativa de k es:

$$\frac{u(k)}{k}=\frac{2u(T)}{T} \quad \text{De aquí que} \quad u(k)=\frac{2ku(T)}{T}$$

m	
g	kg

k	$u(k)/k$	$u(k)$
kg/s²		kg/s²

k = (____________ ± ____________) N/m

Un alumno competente sabe utilizar en el lugar y en el momento adecuado el saber, el saber hacer, el saber ser y el saber estar. Por tal razon, debe movilizar recursos vistos en unidades anteriores de esta asignatura, así como de otras.

3. Ahora procederás a la inversa y, conocida la constante elástica k del resorte, determinarás la masa de cierto cuerpo. Para ello cuelga dicho cuerpo del resorte y hazlo oscilar. Mide el período T de sus oscilaciones y expresa el resultado acompañado de su incertidumbre, $u(T)$.

$20T$	T	$u(20T)$	$u(T)$	$u(T)/T$
s	s	s	s	

T = (__________ ± __________) s

4. A partir del período T y la constante elástica k, halla la masa del cuerpo y la incertidumbre del resultado. Al calcular esta última considera que la incertidumbre relativa total es:

$$\frac{u(m)}{m}=\sqrt{\left[\frac{u(k)}{k}\right]^2+\left[2\frac{u(T)}{T}\right]^2}$$

De aquí que $u(m)=m\sqrt{\left[\frac{u(k)}{k}\right]^2+\left[2\frac{u(T)}{T}\right]^2}$

m	$u(m)/m$	$u(m)$
kg		kg

m = (__________ ± __________) kg

5. Mide la masa del cuerpo mediante una balanza y compara el resultado con el obtenido en el punto anterior.

m
kg

6. ¿Qué otras fuentes de incertidumbre no consideradas en este procedimiento para determinar la constante elástica y la masa de un cuerpo pudieran afectar los resultados?

Bibliografía.

Alvarado, A., Caro J. y Alvarado, R. (2006). *Mecánica 1: Bachillerato 2000*. México: Once Ríos.

Alvarenga, B. y Máximo, A. (1998). *Física General con experimentos sencillos*. México: Oxford.

Douglas y Giancoli. (2002). Física para universitarios Vol. 1. México: Prentice-Hall.

Giancoli, D. (2002). *Física: Principios con aplicaciones*. México: Prentice-Hall Hispano-americana.

Gutiérrez, C. (2002). *Física 1: Un enfoque didáctico*. México: McGraw-Hill.

Haber-Schaim y otros (1975). *Física PSSC* *. España: Reverté.

Hewitt, P. (1999). *Conceptos de Física*. México: Limusa.

Hewitt, P. (2004). *Física conceptual*. México: Pearson.

Holton, G. (1993). *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas*. España: Reverté.

Lea, S. y Burke, R. (1998). *Física: La naturaleza de las cosas Vol. I*. México: Thomson.

Microsoft (2006). *Encarta 2007 Biblioteca Premium DVD*.

Pérez, H. (2002). *Física General*. México: Publicaciones Cultural.

Resnick, R. y otros. (2002). *Física Vol. 1*. México: Continental.

Serway y Beichner. (2001). Física para ciencias e ingeniería Tomo 1. México: McGraw Hill.

Tipler, P. (1999). *Física para la ciencia y la tecnología*. Volumen 1. España: Editorial Reverté.

Tippens, P. (1988). *Física: Conceptos y Aplicaciones*. México: McGraw Hill.

Wilson, J. (1996). *Física*. México: Pearson.

MECÁNICA 1
Bachillerato Universitario

Se terminó de imprimir en el mes de agosto de 2019
en los talleres gráficos de Servicios Editoriales ONCE RÍOS, S.A. de C.V.,
calle Río Usumacinta No. 821, Col. Industrial Bravo.
Tel. 01(667)712-29-50. Culiacán, Sin.

Esta obra consta de 20 000 ejemplares

Electricidad y Óptica
Óptica
Propiedades de la Materia

Materiales didácticos

para desarrollar competencias
alineados a los planes
y programas de estudio

Plan 2009

Electromagnetismo
Bachillerato universitario
Mecánica 2
Bachillerato universitario
Estática y Rotación del Sólido

Las competencias integran
el saber pensar, el saber decir,
el saber hacer y el querer hacer.